

Bauhaus-Universität Weimar  
Fakultät Bauingenieurwesen  
Professur Grundbau

## **Diplomarbeit**

**Numerische Auswertung des Einflusses von Baugrundkenngrößen auf die  
Erstellung von Baugrundmodellen für ein Linienbauwerk**

Verfasser: Guido Wöhlecke  
Seminargruppe B/95/L, Matr.-Nr. 950189, Dipl.-Reg.-Nr. B/2004/85

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. K.J. Witt  
Bauhaus-Universität Weimar, Professur Grundbau

Zweitprüfer: Dipl.-Ing. M. Schönhardt  
Bauhaus-Universität Weimar, Professur Grundbau

Ausgabedatum: 30.06.2004

Abgabedatum: 30.09.2004



Prof. Dr.-Ing. Rautenstrauch  
Vorsitzender des Prüfungsausschusses

## Aufgabenstellung

Die Genese des Baugrundes wie auch anthropogene Einflüsse bedingen heterogene Baugrundeigenschaften. Die beschreibenden Baugrundkenngößen sind infolge ihrer Gewinnung unsicher. Durch den Einsatz geostatistischer Verfahren, der Variographie und des Krigings, ist es möglich aus den ortsgebundenen Baugrundinformationen numerisch ein dreidimensionales Modell zu erzeugen. In diesem spiegeln sich Informationen zum Trendverlauf und Isotropieverhalten des Untersuchungsgebietes wieder.

In dieser Diplomarbeit sollen geostatistische Methoden genutzt werden, um ein dreidimensionales Baugrundmodell für ein Linienbauwerk zu erstellen, ohne den Halbraum zuvor in Homogenbereiche zu untergliedern. Entsprechend der Datengrundlage sind dazu wechselseitig geometrisch isotrope oder anisotrope Gegebenheiten vorauszusetzen. Für die Prognose an vorgegebenen unbeprobten Orten sind mindestens zwei verschiedene Krigingverfahren anzuwenden. Die numerischen Auswertungen in den erforderlichen Teilschritten sind mit dem Programm Geostat auszuführen. Die unterschiedlichen Prognosen sind Referenzprofilen gegenüber zu stellen und zu werten.

Im Detail lauten die Aufgaben:

- Beschreibung der geologischen Situation und der Praxisaufgabe
- Erstellen der dreidimensionalen Datensätze als Ausgangspunkt für die Auswertung
- Geostatistische Auswertung der Datensätze als Ausgangspunkt und Ableitung des Halbraummodells
- Diskussion der Ergebnisse und Aufzeigen der ökonomischen Auswirkungen
- Zusammenfassung und Ausblick

Die Arbeit soll am Schluss eine Zusammenfassung mit knapper und prägnanter Darstellung der wesentlichen Ergebnisse enthalten. In einem Ausblick sind weitere Entwicklungstendenzen darzustellen.

Wünschenswert sind, neben den beiden schriftlichen Ausgaben, zudem die textliche Fassung und die Nebendarstellungen in gebräuchlicher Datenform auf einer CD-R beizulegen. Daneben bitten wir um eine Zusammenfassung der Arbeit für die Internetpräsentation zu erarbeiten und im html- oder pdf-Format einzureichen.

Angaben zur Literatur, Schwerpunkte und zur formalen Ausführung erteilen die Betreuer. Konsultationen nach Arbeitsstand.



---

Prof. Dr.-Ing. K.J. Witt

Erstprüfer

## Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis .....	6
Tabellenverzeichnis .....	7
Einleitung .....	8
1 Geologisches Profil .....	10
1.1 Geologie des Standortes .....	10
1.2 Aufschlüsse .....	12
1.3 Ingenieurgeologische Verhältnisse .....	13
1.3.1 Lagerungsverhältnisse .....	13
1.3.2 Grundwassersituation .....	15
2 Geotechnisches Profil .....	16
2.1 Beschreibung der Bodenschichten .....	16
2.2 Felsbeschaffenheit .....	18
2.3 RQD-Wert .....	19
3 Geostatistische Grundlagen .....	24
3.1 Variographie .....	24
3.1.1 Das Sphärische Modell .....	26
3.1.2 Das Exponentielle Modell .....	26
3.1.3 Das Gauß'sche Modell .....	26
3.1.4 Das lineare Modell .....	27
3.1.5 Das Power Modell .....	27
3.2 Der Nugget-Effekt .....	29
3.3 Anisotropie .....	30
3.3.1 Die geometrische Anisotropie .....	32
3.3.1.1 2 D - Modell .....	32
3.3.1.2 3 D - Modell .....	33
3.3.2 Zonale Anisotropie .....	34
3.4 Isotropes Verhalten .....	35
3.5 Trend und Drift .....	36
3.6 Krigingverfahren .....	40
3.6.1 Ordinary Kriging .....	41
3.6.2 Universal Kriging .....	43
3.6.3 Indikatorkriging .....	45
3.6.3.1 Indikatorkriging von Nominalvariablen (Zustandsvariablen) .....	45

3.6.3.2 Indikatorkriging von Intervallen.....	47
3.6.4 Methode der Kreuzvalidation .....	48
4 Geostatistische Untersuchungen .....	50
4.1 Datenerfassung und Datenaufbereitung.....	50
4.2 Isotrope Variographie mit Ausgangsdaten .....	53
4.3 Geostatistische Interpolation, Kriging .....	60
4.3.1 Ordinary Kriging mit originalem Datensatz.....	62
4.3.1.1 Vergleichsrechnung mit benutzerdefinierter Auswahl der Stützstellen ..	65
4.3.2 Modifizierung der Eingangsdaten .....	67
4.3.2.1 Variographie isotrop mit modifiziertem Datensatz, Faktor 66.....	68
4.3.2.2 Variographie isotrop mit modifiziertem Datensatz, Faktor 2000.....	70
4.5 Kriging mit den modifizierten Datensätzen, Faktor 66 und 2000.....	72
4.6 Anwendung der Kreuzvalidation.....	72
5 Auswertung .....	76
Zusammenfassung.....	80
Literaturverzeichnis .....	81

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Geologie Thüringer Becken .....	11
Abbildung 2: Höhenprofil und Verteilung der Aufschlusspunkte .....	12
Abbildung 3: Topographische Einordnung des Linienbauwerks .....	13
Abbildung 4: Übersicht der Bohrprofile und -werte .....	18
Abbildung 5: Teilabschnitt Bohrprofil BK 71.06; RQD-Bestimmung.....	20
Abbildung 9: Variogrammfunktionen .....	25
Abbildung 10: Variogrammmodelle .....	28
Abbildung 11: Richtungsgebundene Suche, Anisotropie .....	31
Abbildung 12: geometrische und zonale Anisotropie .....	31
Abbildung 13: Transformation zur Berücksichtigung von Anisotropie.....	32
Abbildung 14: Paarbildung Isotropie .....	36
Abbildung 15: globaler und lokaler Trend .....	37
Abbildung 16: RQD-Werte im Bohrprofil .....	51
Abbildung 17: Isotropie im Halbraum .....	53
Abbildung 18: Wertepaarbildung mit Toleranzkriterien .....	54
Abbildung 19: exp. und theor. Variogramme des gesamten Datenumfangs.....	56
Abbildung 20: Problem der Wertepaarbildung für die Variographie .....	59
Abbildung 21: Übersicht der Berechnungsansätze .....	61
Abbildung 22: veränderte Variogramme nach Modifizierung .....	69
Abbildung 23: Variogrammfunktionen für Reichweite 540 u. 900 m bei Faktor 2000 ..	71
Abbildung 24: Zusammenfassbare Bereiche im Datensatz .....	78

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: RQD-Kennzahlen .....	20
Tabelle 2: Zusammenstellung von Kennwerten .....	50
Tabelle 3: Variogramparameter a,b der einzelnen Datensätze.....	57
Tabelle 4: Mittelwerte und Standardabweichungen der Datensätze.....	58
Tabelle 5: Anzahl der ermittelten Punktpaare .....	60
Tabelle 6: Ordinary Kriging, Ergebnisse BK 71.06 mit 5 und 9 Stützstellen .....	62
Tabelle 7: Abweichung der Krigingergebnisse BK71.06 .....	63
Tabelle 8: ermittelte Punktpaare im modifizierten Datensatz mit Faktor 66 .....	69
Tabelle 9: Funktionsparameter des veränderten Datensatzes mit Faktor 66 .....	70
Tabelle 10: Funktionsparameter im Datensatz Faktor 2000 .....	71
Tabelle 11: Anzahl Punktpaare im modifizierten Datensatz mit Faktor 2000.....	72
Tabelle 12: Tabelle 12: Ergebniskorrektur für Schätzung von BK 71.06 mit Korrektur- vektor der Kreuzvariographie ; Ordinary Kriging mit 5 Stützstellen.....	74

## Einleitung

Die Entstehung des Baugrundes ist geprägt durch die Genese und von anthropogenen Einflüssen. Allein aus der Genese über lange Zeiträume weist der Baugrund einen vielschichtigen Charakter auf, dessen Beschreibung und Modellierung sich oftmals als schwierig erweist. Aber auch in Gebieten die durch anthropogene Einflüsse geprägt sind, dazu zählen künstliche Anschüttungen und Verkippungen, zeigen sich regional spezifische Charakteristika. Diese in ihrer Gesamtheit unter dem Aspekt der Wirtschaftlichkeit mit möglichst wenig Erkundungsstellen zu erfassen, hat zur Folge dass oftmals nur eine geringe Informationsbasis aus Feld- und Laborversuchen zur Verfügung steht. Für weiterführende Untersuchungen sind vor allem die Qualität, der Umfang und die Zuverlässigkeit der Datengrundlage von Bedeutung. Die ermittelten Bodenkennwerte müssen in geeigneten Modellen weiterverarbeitet werden, um verwendbare Werte für geotechnische Berechnungen zu erhalten.

An dieser Stelle wird die Baugrundmodellierung mittels geostatistischer Methoden aufgegriffen. Aufgrund unterschiedlicher Gebietscharakteristika zeigen sich isotrope beziehungsweise anisotrope Muster, die zu verschiedenen Berechnungsalgorithmen führen.

In dieser Arbeit sollen auf der Grundlage isotroper Betrachtungen Prognosen für unbeprobte Bereiche eines linienförmigen Bauwerkes erstellt werden. Dazu werden erst einmal die geologischen und geotechnischen Gegebenheiten näher erkundet und ausgewertet. Diesen Ausführungen liegt eine Experteneinschätzung zugrunde. Der maßgebende Kennwert für die Untersuchungen wird mit Vor- und Nachteilen beschrieben.

Anschließend folgt die Darstellung der theoretischen Grundlagen für geostatistische Interpolationen, mit deren Hilfe Schätzungen für unbeprobte Bereiche zur Gewinnung von Baugrundprofilen und Kennwerten möglich sind.

Aufbauend auf dem bekannten Algorithmus der Geostatistik für deterministische Datengesamtheiten eines Untersuchungsgebietes werden anschließend Berechnungen auf der Grundlage eines isotropen Datenfeldes durchgeführt. Mit den zugehörigen Variogrammfunktionen werden Krigingschätzungen für subjektiv ausgewählte Beprobungspunkte erstellt, die mit Referenzprofilen verglichen werden, um die Qualität des Modells einschätzen zu können. Mit Modifikationen an den



bestehenden Datenbasen wird weiterhin versucht eine Verbesserung der Krigingergebnisse zu erzielen.

Abschließend werden die Resultate beurteilt und eingeschätzt. Darauf aufbauend werden Möglichkeiten zur Verbesserung der Datenbasis beziehungsweise zur Auswahl der Schätznachbarschaft diskutiert.

## **1. Geologisches Profil**

### **1.1 Geologie des Standortes**

Für den Neubau einer Bahntrasse im Thüringer Becken wurden umfangreiche Baugrunderkundungen zur Vorerkundung und Ausführungsplanung durchgeführt. Der Abschnitt der betrachteten Neubaustrecke ist von der Lage am südlichen Rand des Thüringer Beckens im Bereich Ilmenau anzusiedeln.

Das Thüringer Becken ist zwischen dem Thüringer Wald, dem Thüringischem Schiefergebirge und dem Harz einzuordnen. Es ist weitgehend durch Ablagerungen des Trias geprägt, darunter stehen zum Teil salinare Ablagerungen des Zechsteins und teilweise auch Ablagerungen des Rotliegenden an. Am Rand sind die Steinsalze vollständig abgelautet, die Anhydrite nur teilweise. Der tiefere Untergrund setzt sich überwiegend aus metamorphen Gesteinen des Variszikums zusammen.[1]

Die weitgespannte Mulde wird durch triassische Ablagerungen gebildet, in der am Rand die Gesteine des Buntsandsteins ausstreichen. Im Zentrum finden sich vorwiegend Gesteine des Keupers. Der Einzugsbereich der Neubautrasse ist in der Randzone einzuordnen.

Der Triasaufbau zeigt denselben Aufbau, der schon aus anderen Teilen Deutschlands bekannt ist. Der abgelagerte Untere und Mittlere Buntsandstein baut sich aus zyklisch auftretenden Sandstein-Tonstein-Folgen auf. Diese sind überwiegend festländisch aufgeschichtet worden, dabei überwiegen im Unteren Buntsandstein größere Anteile an tonigen Gesteinen, im Mittleren Buntsandstein treten diese jedoch zurück. Der Obere Buntsandstein (Röt) ist vorwiegend tonig-siltig ausgebildet.[1]

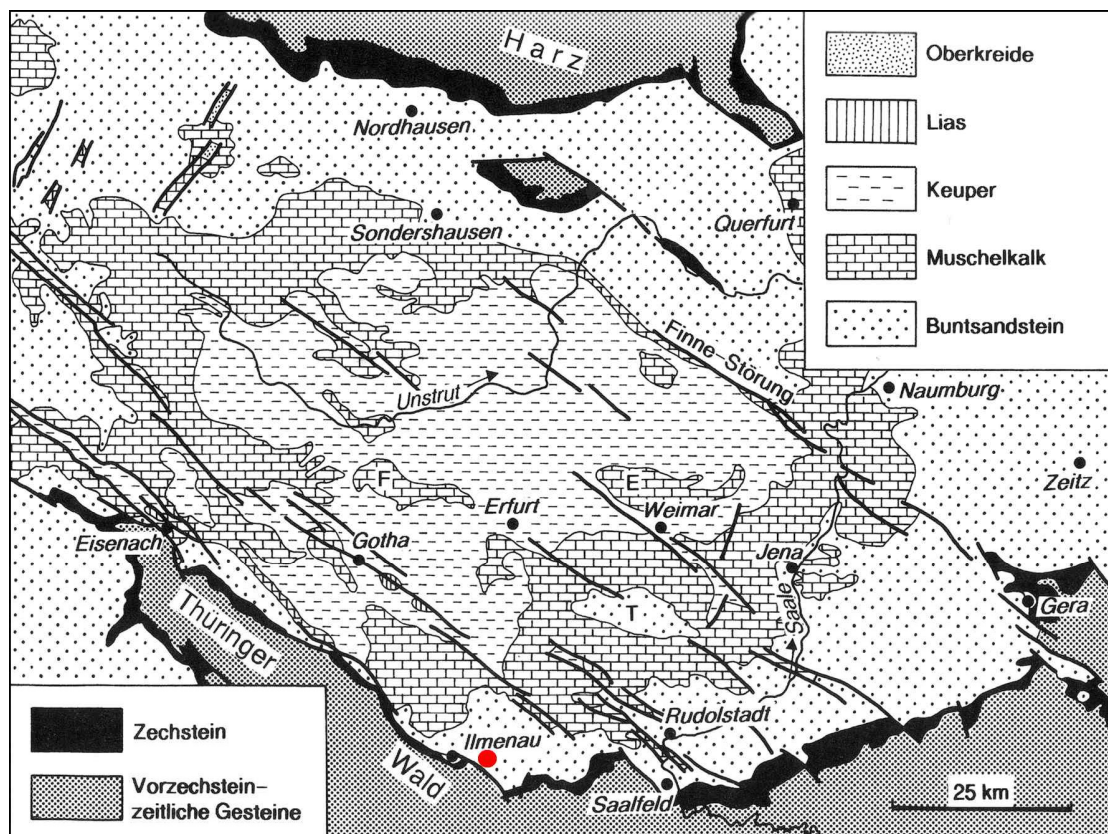


Abbildung 1: Geologie Thüringer Becken

Die im folgenden dargestellten Boden und Baugrundverhältnisse sind aus dem zugehörigen Baugrundgutachten entnommen.

Fast im gesamten Bereich der Neubautrasse werden die Lockergesteine, die an der Geländeoberkante anstehen, aus geringmächtigem sandigem Hang- bzw. Decklehm gebildet.

Ausnahmen bilden einige Vorkommen quartärer Talfüllungen, die in Hanglagen im südlichen Bereich (1. Drittel der Strecke) auftreten, im Bereich eines Dammes nördlich gelegen (im 1. Drittel) und unter einem geplanten Damm im mittleren Teil der Neubaustrecke.

Die quartären Hang- bzw. Decklehme setzen sich aus Schluffen und Sanden zusammen. Innerhalb dieser Zusammensetzung wechseln sich Ton-, Kies- und Steinanteile ab.

Die Auelehme und Talfüllungen setzen sich aus tonigen Mittel- bis Grobschluffen zusammen, bei denen teilweise geringe Mengen an Sand und Kies in Erscheinung treten.

Unter der Schicht der quartären Lockergesteine stehen die Gesteine des Unteren Buntsandstein ( Bernburgfolge Bereich: 1. Drittel ) und des Mittleren Buntsandstein (Volpriehausenfolge und Detfurthfolge, Bereich: mittleres Drittel bis zum Nordende ) an.

In den Gesteinen des Unteren und Mittleren Buntsandstein treten vorrangig fein- bis grobkörnige Sandsteine auf, die vereinzelt mit zwischengelagerten Ton- und Schluffsteinlagen durchsetzt sind.

Der angetroffene Buntsandstein weist unterschiedliche Verwitterungsstufen auf. Dabei überlagert eine zu Lockergestein zersetzte Schicht aus Sandsteinen und Ton-/Schluffsteinen das entfestigte bis angewitterte Festgestein.

## 1.2 Aufschlüsse

Zur genauen Erkundung der Baugrundverhältnisse im Neubaugebiet wurden entlang der Trasse 56 Kernbohrungen durchgeführt, mit ihnen wurden Tiefen bis zu 30 m unter Geländeoberfläche aufgeschlossen. Zusätzlich wurden 45 Sondierungen mit der Schweren Rammsonde (SRS nach DIN 4094) einbezogen. Die Trassenführung in Nord-Süd-Ausdehnung ist in Abbildung 2 mit der Anordnung der Kernbohrungen dargestellt. Die Lage der Aufschlussstellen wird im Längsprofil in z-Richtung durch die blau einfallenden Linien gekennzeichnet.

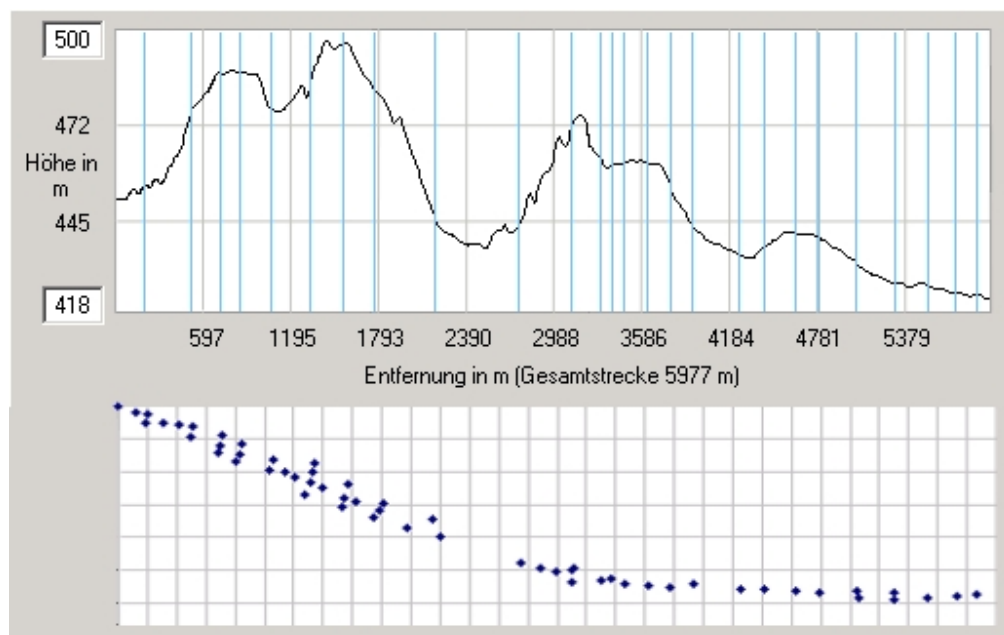


Abbildung 2: Höhenprofil und Verteilung der Aufschlusspunkte



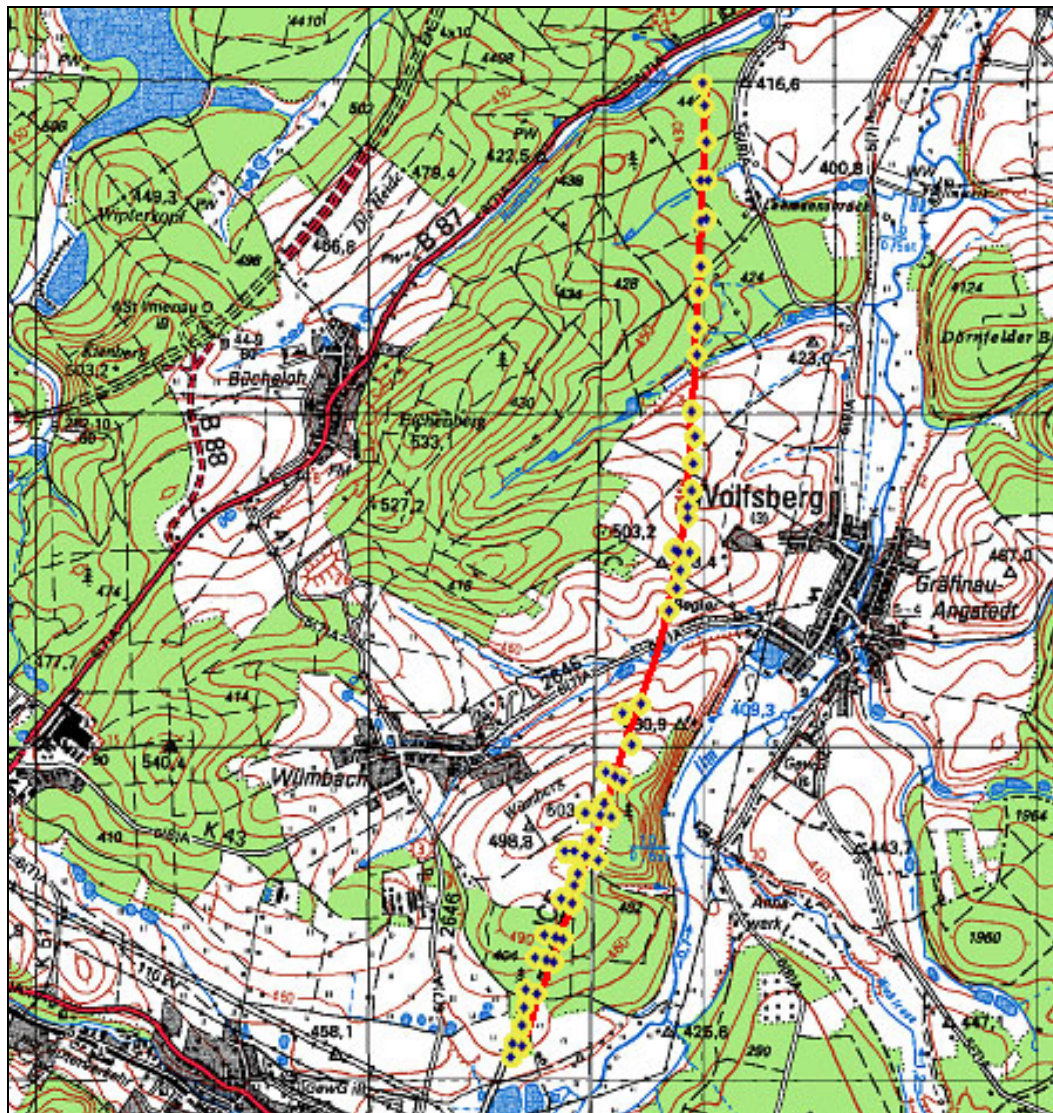


Abbildung 3: Topographische Einordnung des Linienbauwerks

### 1.3. Ingenieurgeologische Verhältnisse

#### 1.3.1 Lagerungsverhältnisse

##### ○ **Schichtungsverhältnisse über die Neubaustrecke**

Der Schichtverlauf der quartären Lockergesteinsüberdeckungen, sowie auch die Verwitterungsbereiche folgen im wesentlichen der anstehenden Geländemorphologie.

In den Schichtgrenzen der Lockergesteinsüberdeckung und in der Felsersatzzone tritt zum Teil geringe Scherfestigkeit auf. Wenn in diesem Bereiche Arbeiten ausgeführt

werden, muss auf den Anschnitt des Geländes geachtet werden, um ein Abgleiten von Gebirgstellen zu verhindern.

Die anstehenden Festgesteine weisen eine söhlige Schichtneigung von maximal 8 Grad auf. Die Ausrichtung kann dabei in nordöstliche bis östliche Richtung festgelegt werden.

Im gesamten Trassenbereich kann von einer allgemeinen Neigung der Festgesteine in Richtung nordost bis ostnordost zwischen 5 - 8° ausgegangen werden.

Die Schichtung der Ton- und Schluffsteine ist blättrig bis dickplattig, teilweise dünnbankig. Die Schichtflächenabstände sind dabei in Größenbereichen von 1 – 10 cm anzusiedeln. Die Schichtoberflächen weisen meistens einen ebenen bis hin zu einem glatten Verlauf auf.

Die Sandsteine dagegen sind meistens dünnplattig bis dünnbankig in Größenbereichen von 1 – 30 cm ausgebildet, teilweise treten auch dickbankige Ausbildungen auf und in seltenen Fällen sogar massive. Die Schichtflächenabstände bewegen sich dabei in Größenordnungen von mehr als 50 cm bis hin zum Meterbereich. Die Schichtoberflächen haben einen ebenen bis welligen, teilweise sogar rauen Verlauf.

Die Aufschlussstärken der Schichten spiegeln sich im aus den Kernbohrungen gewonnen RQD-Wert wider.

#### ○ **Klüftung**

Über den gesamten Trassenbereich hat sich ein fast senkrecht einfallendes, orthogonales Kluftsystem herausgebildet. Dieses wird noch von einem zweiten schwach ausgeprägten diagonalen Kluftsystem überlagert, welches jedoch für die Baumaßnahme keinerlei Bedeutung hat.

Die Klufttraumlagen streichen für die Kluftschar K1 von: NW - SO bis zu WNW – OSO, und für die Kluftschar K2 von: NO – SW bis zu NNO – SSW.

Die mittleren Kluftabstände sind abhängig von der jeweils im Untergrund anstehenden Gesteinsart.

Die Kluftabstände für das Gestein weisen mittlere Kluftabstände im Meterbereich auf. Für die Ton- und Schluffsteine liegen die Abstände im Bereich von: 0,05 - 0,3 m. Für die Sandsteine liegen die Abstände in Bereichen von: 0,1 - 0,6 m teils größer 1m.

Die Kluftoberflächen für beide Bereiche, Ton- / Schluffsteine und Sandsteine, weisen einen ebenen bis welligen und auch einen glatten bis rauen Verlauf auf. Im Bereich der grobkörnigen Sandsteine können die Oberflächen auch sehr rau verlaufen.

Die Lage der Klüftung konnte gut in den Bohrprofilen beobachtet und gemessen werden. Zusammen mit den Schichtungseigenschaften der Ton-, Schluff- und Sandsteine schlug sie sich in der Bestimmung des RQD-Wertes nieder. Dieser Wert wurde direkt nach der Bohrung aus den extrahierten Bohrkernen bestimmt. Für die weitere Arbeit nimmt der RQD-Wert eine zentrale Rolle ein.

#### ○ **Störungszonen**

Im Trassenbereich des Neubaus wurden keine Störungszonen beim Anbohren der Schichten während der Erkundung festgestellt.

### **1.3.2 Grundwassersituation**

Die Grundwasserlinie wurde durch Messung von Pegelständen über einen Beobachtungszeitraum von 6 Jahren gefunden.

Der Untere und der Mittlere Buntsandstein bilden über den gesamten Neubauabschnitt eine hydraulische Einheit. Das Fließverhalten bleibt über den gesamten Bereich gleich.

Die Sandsteine der Schicht 2b bilden einen Kluft-Grundwasserleiter. Das Wasser zirkuliert hier auf Klüften weit untergeordnet im Porenraum. Der Durchlässigkeitsbeiwert des Gebirges kann hier in Größenordnungen für  $k_f = 10^{-4}$  bis  $10^{-6}$  eingeordnet werden.

Durch das Auftreten von Wechsellagerungen zwischen weniger durchlässigen Ton- und Schluffsteinlagen mit geringer Mächtigkeit, konnte lokal eine höhere Durchlässigkeit in horizontaler Richtung gegenüber der vertikalen Richtung festgestellt werden. Die Ton- und Schluffsteinlagen stellen somit lokale Grundwasserstauer dar, wodurch bereichsweise schwebendes Grundwasser bzw. Schichtenwasser auftritt.

Für die Baumaßnahme stellt der Verlauf des Grundwasserspiegels kein Hindernis dar, da er über die gesamte Trassenlänge nicht angeschnitten wird.

## 2. Geotechnisches Profil

### 2.1 Beschreibung der Bodenschichten

- ***Sandiger Hanglehm / Decklehm (Schicht 1)***

Im gesamten Trassenabschnitt der Neubaustrecke steht sandiger Hang- / Decklehm an, der unter geringmächtigem ebenfalls sandigem Oberboden an der Geländeoberkante liegt.

Das Lockergestein hat seinen sandigen Charakter durch den im Untergrund anstehenden Sandstein der Schicht 2 ( Unterer und Mittlerer Buntsandstein ). Die Mächtigkeit der Schicht 1 liegt zwischen 0 und 3 m, sie schwankt regional. Eine eindeutige Grenze zum Gestein der Verwitterungszone kann nicht gezogen werden, da die Übergänge hier fließend erfolgen. Bei dem Lockergestein handelt es sich, je nach dem Ausgangsmaterial, um schwach tonige (bis tonige), stark sandige, kiesige Schluffe bis hin zu schluffig tonigen Fein- bis Mittelsanden. In bestimmten Bereichen kann der Tonanteil überwiegen.

Nach der Bohransprache konnte die Konsistenz dem Bereich von weich bis steif zugeordnet werden, zusätzlich beeinflusst durch lokales Schichtwasser.

- ***Unterer und Mittlerer Buntsandstein ( Bernburgfolge / Volpriehausenfolge / Dethfurthfolge ) ( Schicht 2 )***

Auch die Gesteine der Schicht 2 sind über die gesamte Trassenlänge des Neubauabschnittes aufzufinden. Sie stehen unter den quartären Deckschichten an. In dieser Schichtzone wird zwischen zwei Verwitterungsbereichen unterschieden.

Der Verwitterungsbereich a setzt sich zusammen aus Verwitterungsschutt des untergelagerten Festgesteins.

Bei Verwitterungsbereich b, dem Festgestein, stehen Fein- bis Mittelsandsteine an, seltener jedoch Grobsandsteine.



Die Schicht 2 baut sich stratigraphisch auf aus der:

- Dethfurtfolge mit einer Mächtigkeit von etwa 35 – 45 m, bestehend aus Fein- bis Mittelsandsteinen, und auch seltener aus Grobsandsteinen mit Ton-/Schluffsteinzwischenlagen
- Volpriehausenfolge mit einer Mächtigkeit von etwa 120 – 130 m, bestehend aus Fein- bis Mittelsandsteinen mit Ton-/Schluffsteinzwischenlagen
- Bernburgfolge mit einer Mächtigkeit von etwa 90 – 110 m, bestehend aus Sandsteinen mit zwischengelagerten Ton-/Schluffsteinen

*- Felsersatzzone ( Schicht 2a )*

Die Felsersatzzone steht unter dem sandigen Hang-/Decklehm der Schicht 1 mit einer Mächtigkeit von etwa 1 – 5 m an. Im Mittel können für diese Schichtfolge etwa 2 m angenommen werden.

Die anstehenden Sandsteine wie auch die untergeordnet eingeschalteten Ton- und Schluffsteine sind zu Lockergestein ( Verwitterungsgestein ) zersetzt und entfestigt. Das Gestein setzt sich je nach Ausgangsmaterial aus schluffigem Sand zusammen, der zum Teil auch schwach tonig oder schwach kiesig sein kann mit Anteilen von Ton.

Tonige, stark sandige Schluffe liegen im Bereich der zersetzten Tonsteine vor.

*- Felsentfestigungszone ( Schicht 2b )*

Unter der Felsersatzzone ( Schicht 2a ) schließt ein Bereich mit einer Mächtigkeit von mehr als 26 m an, in dem das Gebirge an den Schichttrennflächen meist entfestigt ist, zum Teil auch angewittert ist.

Bis zur Bohrendtäufe wurde kein Bereich angeschnitten, der unverwittert war.

Die anstehenden Sandsteine weisen eine gute mäßige Kornbindung auf, bei einem höheren Anteil an Schluff lässt die Kornbindung jedoch nach. Zwischengelagerte Ton- und Schluffsteinlagen hingegen treten stets mit einer mäßigen bis schlechten Kornbindung auf.

## 2.2 Felsbeschaffenheit

Die Beschaffenheit des Fels ergibt sich aus dem Zerklüftungsgrad des Gebirges und durch die Schichtung und das Gefüge des Ausgangsmaterials. In den oberen Schichten wird der RQD-Wert maßgeblich durch die anstehenden Lockergesteine, Sande und Schluffe, beeinflusst. Das Gefüge ist stark aufgelockert und brüchig. Der RQD-Wert ist ein Maß für den Zerbrechungsgrad der Kerne und dementsprechend ein Kennwert des Gebirges.

Die darunter liegenden Sandsteine in der Felsersatzzone weisen einen geringeren Zerbrechungsgrad auf, der sich in einer höheren prozentualen Angabe niederschlägt. Beimengungen von Ton- oder Schluffsteinen üben einen Einfluss aus, sie tragen zur Verschlechterung der Kornbindung und damit zur größeren Zerklüftung des anstehenden Untergrundes bei.

In der Felsentfestigungszone liegt der RQD-Wert im oberen Bereich der Skala von 0 bis 100. Dies ist zurückzuführen auf die gute Kornbindung in der Schicht, die im Wesentlichen nur durch die einfallende Zerklüftung durch die Kluftscharen K1 und K2, die das Gestein zertrennen, bestimmt wird.

In Abbildung 4 sind die direkt nach dem Bohrgang bestimmten RQD-Werte der Bohrprofile in Abhängigkeit der Tiefenlage ausgehend von der Geländeoberkante zusammengefasst.

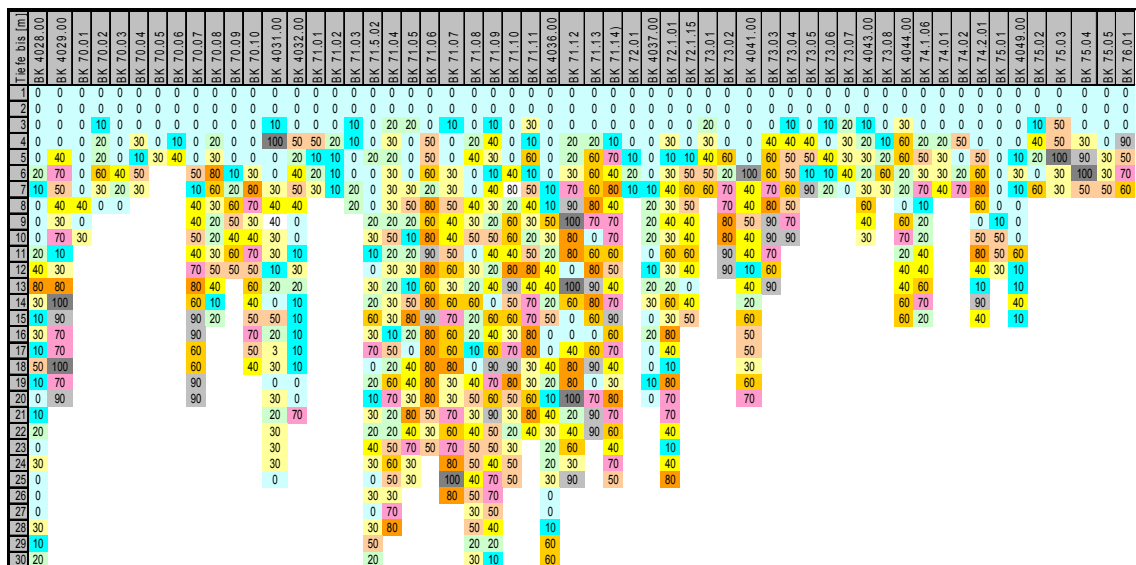


Abbildung 4: Übersicht der Bohrprofile und -werte

## 2.3 RQD-Wert

Für den weiteren Verlauf der Arbeit nimmt der RQD-Wert eine zentrale Rolle ein. Dazu werden nachfolgend die Besonderheiten und Eigenschaften dieses Kennwertes näher beleuchtet.

Der RQD - Wert ist der Rock – Quality – Designation - Index. Er ist ein Wert in der Geotechnik, um Bohrproben ( Bohrkerne ) eines Felsgesteins zu klassifizieren. Die Fels- beziehungsweise Gebirgsklassifikation nach dem RQD – Wert geht auf DEERE aus dem Jahr 1963 zurück und wird vorrangig im englischsprachigen Raum benutzt. Die Beurteilung der Gebirgsgüte erfolgt in sehr grober Abstufung.

Er definiert sich zu der zusammengesetzten Länge von Kernstücken, die eine Einzellänge von mehr als 10 cm aufweisen, geteilt durch die Gesamtlänge des gezogenen Bohrkerns. Hierbei muss die Gesamtlänge alle verlorenen Bohrkernabschnitte umfassen.

Definition:

$$RQD = \frac{\left[ \sum frac \right]}{l_{ges}} * 100\% \quad (1)$$

mit:

*RQD* ..... Rock – Quality – Designation - Index

*frac* ..... Einzelfragmente des Bohrkerns länger als 10 cm

*l<sub>ges</sub>* ..... Gesamtlänge des Kerns

Zur Gesamtlänge des Bohrkerns zählen unbedingt auch alle verlorenen Bruchstücke. Bei der Messung der Einzellängen der Bruchstücke sollte sowohl jede mechanische Bruchursache, herbeigeführt durch den Bohrprozess, als auch jede Bruchursache während des Extrahierens des Bohrkerns aus dem Bohrgerät in der RQD – Berechnung nicht berücksichtigt werden. Die Kernstauchung wegen des hohen Druckes beim Bohren sollte ebenfalls nicht in der RQD – Berechnung berücksichtigt werden, allerdings ist ein Eintrag ins Bohrprotokoll vorzunehmen.

Zur Klassifikation des RQD- Wertes wurde eine Klassifikationstabelle erstellt. Sie ist in 5 Teilbereiche für die Beschreibung der Qualitätseigenschaften des Gesteins untergliedert, wie nachfolgend dargestellt wird. [7]

RQD	Felsqualität
< 25 %	sehr schlecht
25 - 50 %	schlecht
50 - 75 %	mittel
75 - 90 %	gut
90 - 100 %	ausgezeichnet

Tabelle 1: RQD-Kennzahlen

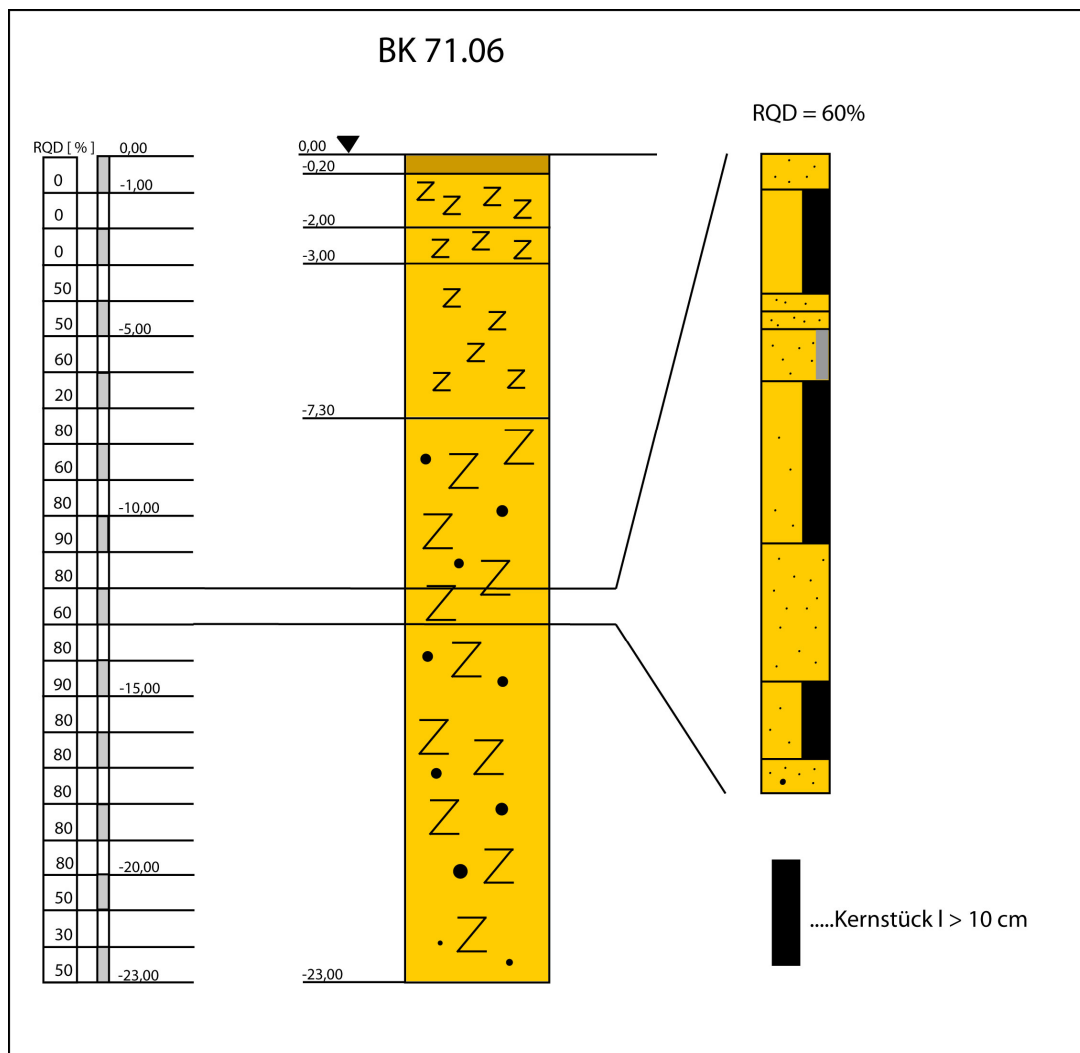


Abbildung 5: Teilabschnitt Bohrprofil BK 71.06; RQD-Bestimmung

Dargestellt im vorhergehenden Beispiel am Bohrkern BK 71.06 ist eine Aufteilung des gezogenen Kerns im Bereich 12 – 13 m unter Geländeoberkante wie aufgezeigt denkbar.

3 Kernstücken die jeweils eine Länge von mehr als 10 cm aufweisen und zusammengesetzt eine Länge von 60 cm ergeben. Da hier nur ein einzelner Meterabschnitt betrachtet wird, ergibt sich laut Definition ein Rock-Quality-Designation-Wert von 60 %, was den mittleren Eigenschaften eines Fels entspricht.

Die dargestellte Stückelung des Kerns ist natürlich nur als beispielhaft anzusehen, der Wert von 60 % kann sich auch aus mehreren kleineren beziehungsweise wenigen großen Stücken ergeben.

Mit den Möglichkeiten, dass ein Kern in viele kleine oder auch wenige große Kernstücke aufgeteilt werden kann, ergibt sich für die Bestimmung des RQD - Wertes ein erheblicher Nachteil. Wenn der Bohrkern von 1 m Länge in 9 Bruchstücke zu jeweils 11 cm zerfällt, ergibt sich ein ausgezeichneter RQD – Wert. Wenn der Bohrkern nun stattdessen in 11 Bruchstücke mit 9 cm Länge zerfällt, so wird er nach den Kriterien als 'sehr schlecht' eingestuft. Obwohl beide Kerne fast den gleichen Aufbau haben, ergeben sich vollständig verschiedene Beurteilungen der Qualität. Es ist somit unabdingbar durch in Augenscheinnahme und weitere Prüfungen die Qualität des Gesteins zu bestimmen.

Der RQD-Wert gibt also nur eine grobe Abstufung der Gebirgsgüte wieder. Denkbar wäre auch die Anwendung anderer Beurteilungsmethoden. Ein anderer Wert zur Gebirgsklassifikation ist der RMR, ausgesprochen Rock Mass Rating. Er entstammt dem südafrikanischen geomechanischen Klassifikationssystem und setzt sich aus 6 Parametern zusammen.

$$RMR = \sum_{k=1}^6 I_k \quad (2)$$

mit:

*RMR* ..... Rock – Mass – Rating

*I*<sub>1</sub> ..... Gesteinsfestigkeit

*I*<sub>2</sub> ..... RQD-Index

- $I_3$  ..... Kluftabstand  
 $I_4$  ..... Kluftzustand  
 $I_5$  ..... Gebirgswasser  
 $I_6$  ..... Kluftorientierung

Die einzelnen Parameter berücksichtigen und wichten die realen Strukturverhältnisse.

Eine weitere Beurteilung erfolgt mit dem RSR (Rock Structure Rating). Dieses Kennwertsystem für die Felsstruktur basiert auf der Analyse von Tunnelbauten in den USA. Der Wert setzt sich aus 3 Teilwerten zusammen und wird benutzt um den Grad des benötigten Tunnelausbaus zu bestimmen.

$$RSR = A + B + C \quad (3)$$

wobei A,B und C wiederum Informationen zum Fels , zur Klüftung und zu Grundwasserverhältnissen beinhalten.

Weiter muss der in nordeuropäischen Ländern für das Gebirge bevorzugte Qualitätsindex Q (Rock Mass Quality) angeführt werden. Auch dieser Kennwert setzt sich aus 6 Parametern zusammen.

$$Q = \left( \frac{RQD}{J_n} \right) \left( \frac{J_r}{J_a} \right) \left( \frac{J_w}{SRF} \right) \quad (4)$$

mit:

- $Q$  ..... Rock Mass Quality  
 $RQD$  ..... RQD-Index  
 $J_n$  ..... Anzahl der Kluftscharre  
 $J_r$  ..... Rauigkeit der schwächsten Spaltebene  
 $J_a$  ..... Verwitterungsgrad  
 $J_w$  ..... Kluftwasserführung  
 $SRF$  ..... Spannungsniveau

Wie aus den Formeln ersichtlich, ist der RQD-Wert fester Bestandteil der verschiedenen Kennwerte. Es gehen eine Vielzahl anderer Faktoren in die Gebirgsbestimmung ein und ermöglichen so eine genauere und feinere Bestimmung.

Der RQD-Index in seiner reinen Form, wie er im Zuge dieser Arbeit verwendet wird, ist demzufolge die einfachste, aber auch ungenaueste Bestimmung der Gebirgsqualität. In dieser Form ist er aber ausreichend, um ein Kennwertesystem zur Bestimmung der Gewinnbarkeit von geklüftetem Gebirge durch Maschinen einzuführen. Darauf aufbauend kann eine Einschätzung der Einsatzmöglichkeiten von Gewinnungsmaschinen erstellt werden.

Werden Beurteilungen zum Bau von Tunnelbauwerken und Spezialbauten im Fels benötigt, sollte auf die Bestimmung mittels der genaueren Verfahren zurückgegriffen werden.

Weiterhin ist es möglich mit Hilfe des RQD - Wertes über den Einsatz von Erfahrungsformeln auf die Druckfestigkeit des Gebirges schließen. [7]

### 3 Geostatistische Grundlagen

#### 3.1 Variographie

Die Grundlage für eine geostatistische Untersuchung wird durch die Erstellung von Variogrammen bestimmt, sie sind ein in der Geostatistik übliches Mittel zur statistischen Analyse regionalisierter Daten. Um ein Variogramm zu erstellen benötigt man einen schon vorhandenen Datensatz aus Feld- und Laboruntersuchungen, Feldaufmaßen oder auch aus anderen Daten für das betreffende zu untersuchende Gebiet. Das Variogramm dient dabei zur Beschreibung der räumlichen Abhängigkeit der Beobachtungen, genauer gesagt, es beschreibt die Abhängigkeit der Korrelation zweier Beobachtungen von der Entfernung der entsprechenden Beobachtungsorte.

Bei dieser Betrachtungsweise ist die absolute Lage der Beprobungspunkte im Raum nicht von Bedeutung. Vielmehr interessiert hierbei die relative Lage zueinander. Die Qualität von weiterführenden Untersuchungen hängt im Wesentlichen von der Qualität der Schätzung des Modells für das Variogramm ab. Die zugehörige Variogrammfunktion ist definiert durch die Formel:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [z(s_i) - z(s_i + h)]^2 \quad (5)$$

$\gamma(h)$	Variogrammfunktion
$h$	Abstand der Wertepaare
$N$	Anzahl der Wertepaare im Abstand $h$
$z(s_i)$	Wert der Variablen am Ort $s_i$
$z(s_i + h)$	Wert am Ort $s_i$ mit Abstand $h$



Mit der Berechnung über konstante Schrittweiten  $h$ , auch Abstandsklassen genannt, erhält man die Variogrammwerte  $\gamma(h)$ . Die berechneten Werte werden als Punkte im Diagramm aufgetragen. Die auf diese Weise gewonnene Punktwolke im Diagramm wird als '*experimentelles Variogramm*' bezeichnet, welches die halbe gemittelte quadrierte Differenz aller Wertepaare mit dem Abstand  $h$  beschreibt. Das experimentelle Variogramm liefert im Allgemeinen nicht genügend Informationen, um damit Kriging-Verfahren durchführen zu können. Mit den bisher gewonnenen Datenpunkten hat man nur einzelne Werte im Diagramm. Im nächsten Schritt wird eine Funktion approximiert, die den bestmöglichen Verlauf der einzelnen Datenpunkte wiedergibt, das '*theoretische Variogramm*'. Die Anpassung wird über die Grundlage der kleinsten gemeinsamen Quadrate realisiert. Mit einem zunehmenden Abstand wachsen zunächst die Werte  $\gamma(h)$ . Im späteren Verlauf nähern diese sich dem Schwellenwert an.

Man kann auch davon ausgehen, dass mit einem zunehmenden Abstand die Anzahl der Wertepaare geringer wird, was zur Folge hat, dass auch die Zuverlässigkeit des Variogramms abnimmt. [4]

Es wird davon ausgegangen, dass das Variogramm den räumlichen Zusammenhang der Messgröße im Untersuchungsgebiet wiedergibt.

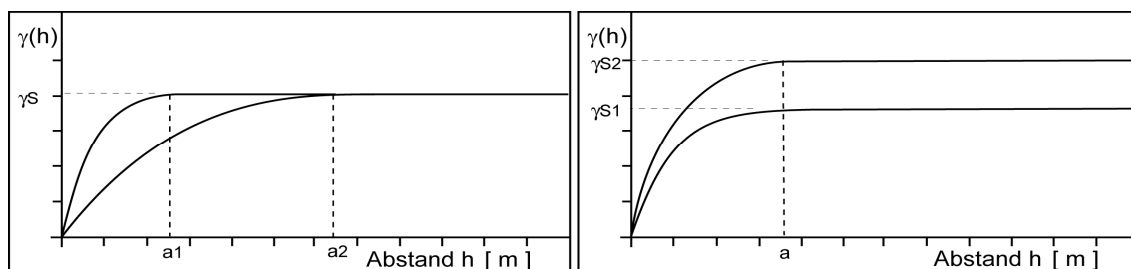


Abbildung 9: Variogrammfunktionen

In der Praxis finden hierzu verschiedene Modellfunktionen ihre Anwendung, die in der Anzahl jedoch begrenzt sind, aber auch ausreichend. Jede dieser Funktionen wird durch drei Kennwerte bestimmt. Zum einen durch die *Range* bzw. *Reichweite*  $a$ , den *Sill* oder auch *Schwellenwert*  $b$  und weiterhin durch den *Nugget*.

### 3.1.1 Das Sphärische Modell

Die Funktion steigt im Ursprung linear an und erreicht im Abstand  $a$  den Schwellenwert  $b$ . Dieses Modell wird am häufigsten verwendet in der Praxis.

$$\gamma(h) = \begin{cases} a \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot \frac{|h|}{b} - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{|h|}{b} \right)^3 \right] & \text{für } |h| \leq b \\ a & \text{für } |h| > b \end{cases} \quad (6)$$

### 3.1.2 Das Exponentielle Modell

Dieses Modell folgt, wie der Name schon sagt, einer exponentiellen Funktion.

$$\gamma(h) = a \cdot \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{|h|}{b}\right) \right\} \quad \text{für } |h| \geq 0 \quad (7)$$

### 3.1.3 Das Gauß'sche Modell

Die Funktion des Gauß'schen Modells steigt im Ursprung flach an. Sie ist für räumlich stetige Variablen geeignet.

$$\gamma(h) = a \cdot \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{|h|^2}{b^2}\right) \right\} \quad \text{für } |h| \geq 0 \quad (8)$$

### 3.1.4 Das lineare Modell

Das Modell steigt linear an. Die Steigung beträgt hierbei  $\omega = b/a$ . Die Funktion ist ein Sonderfall des Power-Modells, mit dem Exponenten  $p = 1$ .

$$\gamma(h) = \begin{cases} \frac{a}{b} \cdot |h| = \omega \cdot |h| & \text{für } 0 \leq |h| \leq b \\ a & \text{für } |h| > b \end{cases} \quad (9)$$

### 3.1.5 Das Power Modell

Hat das Modell Exponenten mit  $p > 1$ , dann steigt das Variogramm anfangs flacher an, bei  $p < 1$  hingegen steigt es nahe am Ursprung steil an und flacht im weiteren Verlauf zunehmend ab.

$$\gamma(h) = \omega \cdot |h|^p \quad \text{für } |h| \geq 0 \quad (10)$$

In den nachfolgenden Abbildungen sind alle aufgeführten Kurvenmodelle mit ihren charakteristischen Verläufen übersichtlich dargestellt.

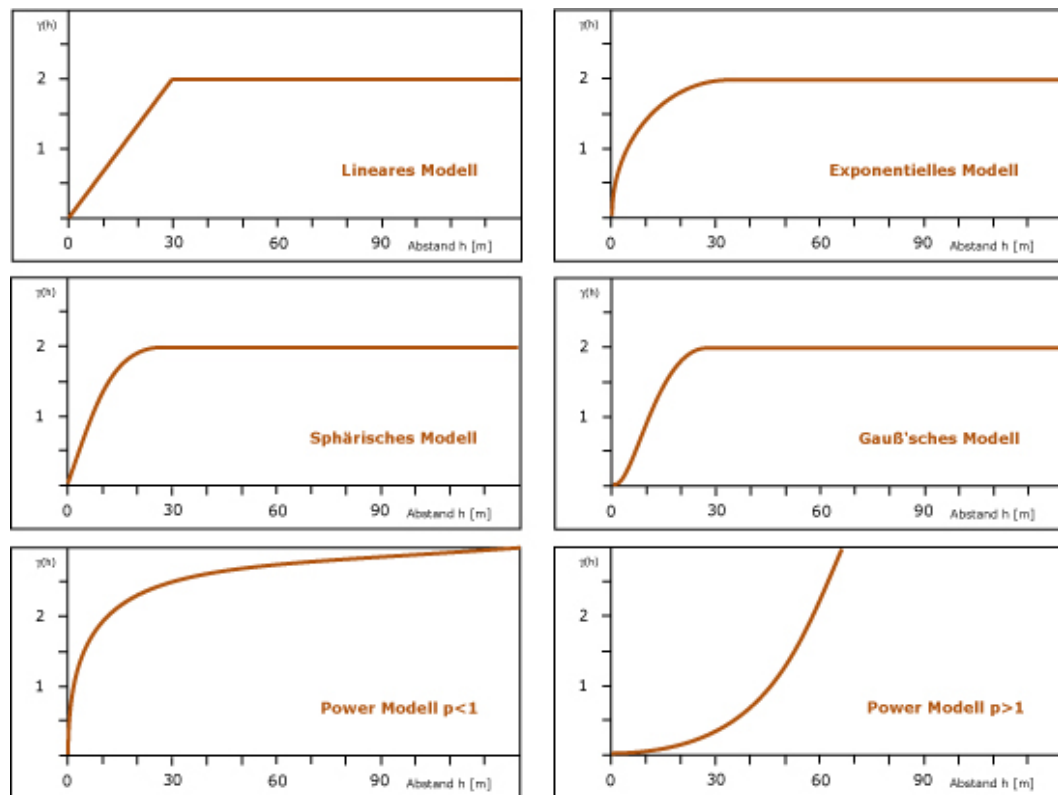


Abbildung 10: Variogrammodelle

Die Variogrammanpassung verfolgt im Wesentlichen 2 Ziele:

1. Die Analyse und Interpretation der räumlichen Struktur einer ortsabhängigen Variablen und
2. die Wahl einer Modellfunktion für das Schätzverfahren Kriging.

Für den zweiten Fall reicht meist der Versuch einer größtmöglichen Anpassung für die kleinen Distanzen zu erhalten. Dazu wird der Suchradius während des Krigings beschränkt. Bei der Untersuchung des ersten Falles ist die gesamte räumliche Struktur von Interesse, dazu zählt das Verhalten des Variogramms im Ursprung (Nuggeteffekt), im Anstiegsbereich und über große Distanzen. [5]

### 3.2 Der Nugget-Effekt

Wird der Variogrammwert für die Entfernung  $h = 0$  berechnet, sollte sich aus der Variogrammgleichung ein  $\gamma(h)$  von ebenfalls Null ergeben. Da es nicht möglich ist an genau einem Ort eine Probe mehrfach zu entnehmen bzw. mehrere Messungen durchzuführen und dabei verschiedene Ergebnisse zu erhalten (Messfehler jeglicher Art einmal außen vor), ist eine direkte Aussage über einen Wert  $\gamma(h)$  für den Abstand  $h = 0$  nicht möglich. Um eine Abschätzung für Realisationen mit dem Abstand nahe Null zu erhalten, werden Werte in der Nähe von  $h = 0$  herangezogen. Man berechnet Variogrammwerte für sehr kleine Abstandsklassen, die Werte der Variablen wechseln im sehr kleinen Maßstab. Legt man eine Gerade durch diese Punkte des experimentellen Variogramms, bekommt man einen Schnittpunkt mit der Achse  $\gamma(h)$ . Der Schnittpunkt mit  $\gamma(h) > 0$  wird als '*Nugget-Effekt*' bezeichnet. "Der Nuggetwert kann als Schwellenwert einer oder mehrerer kleinstmaßstäblicher Korrelationen aufgefasst werden. Er beinhaltet somit die Schwellenwerte aller Variogramme mit Reichweiten, die kleiner als der Abstand  $h$  sind." [4]

Eine weitere Möglichkeit ist, dass die Variablenwerte über den gesamten Beobachtungsbereich gleich groß sind. Dann spricht man von einem "reinen Nugget-Effekt". [4]

Mit Hilfe des theoretischen Variogramms kann nun die räumliche Korrelation der Kennwerte für jeden beliebigen Abstand der Wertepaare ermittelt werden. Weiterhin können Aussagen über den unbeprobten Bereich gemacht und Schätzwerte berechnet werden mit der Methode des KRIGINGS, auf die später noch eingegangen wird.

Für die weiteren Betrachtungen wird die jeweils am besten an das experimentelle Variogramm angepasste Funktion ausgewählt.

Ausgewählt werden sollte die Funktion mit der geringsten Abweichung. Die Approximation erfolgt dabei über Verfahren, die die Minimierung der geringsten quadratischen Abweichung zwischen Datenpunkten und approximierter Kurve benutzen. Zusätzliches Expertenwissen kann bei der Anpassung des theoretischen Variogramms an das experimentelle Variogramm helfen.

Um eine Variogrammanpassung zu bekommen die aussagekräftig genug ist, sind etwa 30 bis 50 korrelierende Datenpaare notwendig, die alle den Abstand  $h$  gemeinsam haben. Das Variogramm sollte aus Abstandsvektoren  $h$  berechnet werden, deren Länge kleiner als der halbe Durchmesser des betrachteten Gebietes ist. Für kleinere Schrittweiten  $h$  sollte die Probenanzahl um das 3 bis 4-fache höher sein.[5]

Die automatisch erstellten Funktionen sollten immer einer visuellen Überprüfung unterzogen werden. Ist das Ergebnis nicht zufriedenstellend für den Benutzer, kann unter Umständen eine subjektive Korrektur nötig sein. Ebenso wenn Expertenwissen in die Variogrammanalyse einfließt, bietet es sich an mit Hilfe von PC-Programmen eine interaktive Modellanpassung durchzuführen. Zum Beispiel können mit dem Programm "VARIOWIN" Funktionen geschachtelt und somit ein zusammengesetztes Variogramm erzeugt werden. Dazu können bis zu drei Funktionstypen in die Analyse eingehen, subjektiv gesteuert kann versucht werden eine Funktion an die Variogrammwolke anzupassen. Programmseitig werden Hilfen in Form von der minimal ermittelten Abweichung und dem zur anwendergesteuerten Funktion gehörigen Fehler angeboten.

“In der Praxis wird das experimentelle Variogramm aus Vektoren  $h$  berechnet, die eine Länge kleiner als der halbe Durchmesser des betrachteten Gebietes haben, weil bei größeren Abständen Punktepaaire betrachtet werden würden, die nur am Rande des Gebietes liegen und somit nicht repräsentativ für den gesamten Datensatz sind.“ [3]

Da allerdings in der Geotechnik mit einer begrenzten Anzahl an Aufschlusspunkten und Daten gearbeitet werden muss, ist davon auszugehen dass oftmals diese Forderung nicht eingehalten werden kann. Deshalb definiert man Toleranzmengen und –bereiche. [2]

### 3.3 Anisotropie

Eine Anisotropie liegt vor, wenn das experimentelle Variogramm in unterschiedlichen Raumrichtungen einen abweichenden Verlauf aufweist. Um anisotrope Verhältnisse zu erkennen, erstellt man experimentelle Variogramme in unterschiedlichen Raumrichtungen, sogenannte '*Richtungsvariogramme*'. Jedes Variogramm wird dabei in einer unterschiedlichen Raumrichtung mit dem Winkel  $\omega$  und kleinen Öffnungswinkeln  $\alpha$ ,  $\beta$  berechnet. Für den zweidimensionalen Fall ist  $\omega = 0^\circ$  und Winkel  $\alpha = \text{const}$ . Die Variogramme der Richtungswinkel zwischen  $0^\circ - 180^\circ$  sind gleich den Variogrammen im Winkelbereich  $180^\circ - 360^\circ$ .

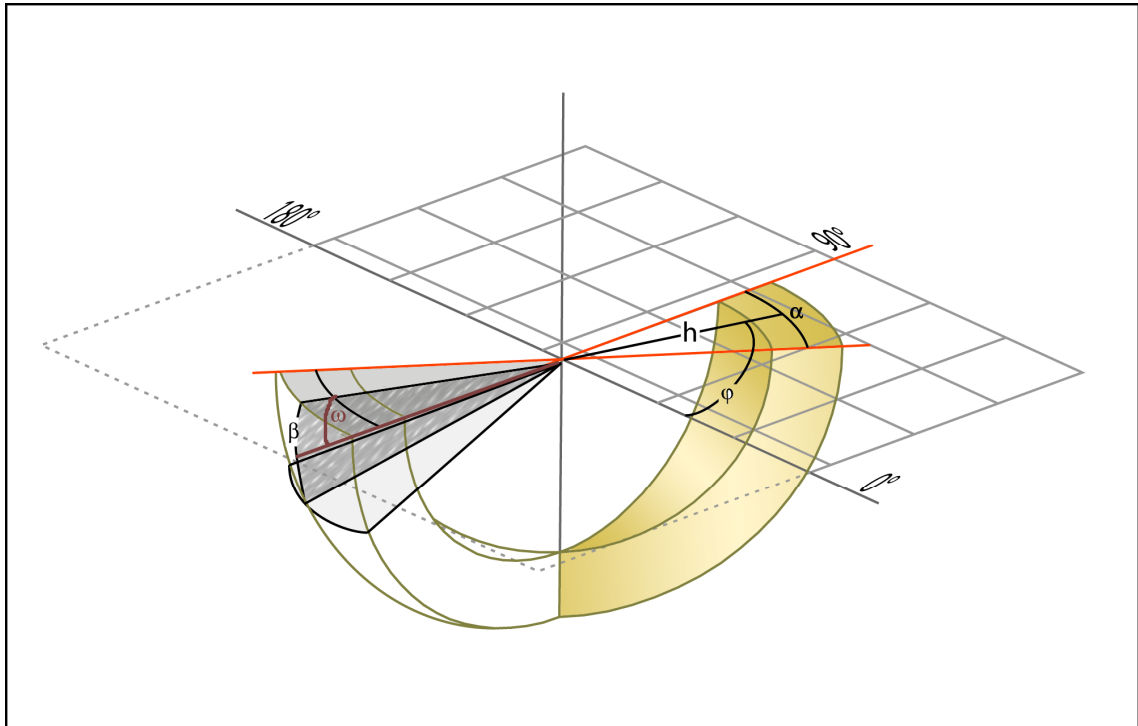


Abbildung 11: Richtungsgebundene Suche, Anisotropie

Für den zweidimensionalen Fall lässt sich das ausdrücken in:

$$\gamma(h, \varphi_i) \neq \gamma(h, \varphi_j) \quad \text{mit } 0^\circ \leq \varphi_{i,j} \leq 180^\circ \quad \text{und} \quad \omega = 0^\circ \quad (11)$$

Im Dreidimensionalen wird die Regel um den Winkel  $\omega$  erweitert :

$$\gamma(h, \varphi_i, \omega_i) \neq \gamma(h, \varphi_j, \omega_j) \quad \text{mit } 0^\circ \leq \varphi_{i,j} \leq 360^\circ \quad \text{und} \quad 0^\circ \leq \omega_{i,j} \leq 90^\circ \quad (12)$$

In der Geostatistik unterscheidet man 2 Arten von Anisotropien. Zum einen tritt die geometrische Anisotropie auf und zum anderen die zonale Anisotropie.

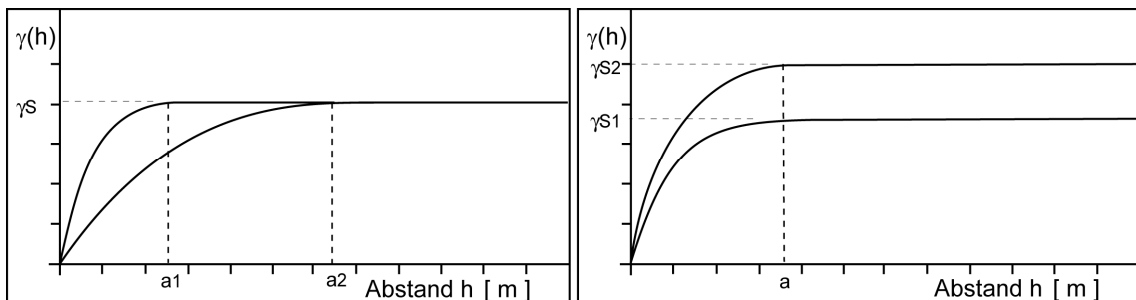


Abbildung 12: geometrische und zonale Anisotropie

### 3.3.1 Die geometrische Anisotropie

Die geometrische Anisotropie liegt vor, wenn die experimentellen Variogramme in unterschiedlichen Richtungen einen annähernd gleichen Schwellenwert, aber verschiedene Reichweiten aufweisen. Es müssen demzufolge unterschiedliche Richtungen untersucht werden. Das empirische Variogramm wird nur aus Datenpaaren berechnet, die zu Profilen einer Richtung gehören. Bei dieser Art der Auswertung stehen oftmals jedoch weniger Daten pro Abstandsklasse zur Verfügung, wodurch sich eine stärkere Streuung der  $\gamma$ -Werte ergibt.[4]

#### 3.3.1.1 2 D - Modell

Im zweidimensionalen Fall wird das Verhalten der einzelnen Richtungsvariogramme verdeutlicht, indem Iso - Variogrammlinien gezeichnet werden. Der Vektor  $h$  wird in Abhängigkeit von den Raumrichtungen im Koordinatensystem abgebildet.

Vorraussetzung ist, dass alle theoretischen Variogramme den gleichen Funktionstyp als Basis haben.

Im anisotropen Fall kann nur eine konzentrische Ellipse als Iso-Variogrammlinie angenähert werden, man spricht von "geometrischer Anisotropie". Im isotropen Modell kann um den Ursprung eine Isolinie aus einem konzentrischen Kreis erzeugt werden. Die Anisotropie kann im Modell berücksichtigt werden, indem die Ellipse in einen Kreis transformiert wird. Dazu wird das Koordinatensystem um den Ursprung gedreht, so weit bis die Koordinatenachsen mit den Hauptachsen der Ellipse zusammenfallen.

Um einen Kreis zu erhalten, werden anschließend die Achsen gestaucht oder gedehnt. [2] [3]

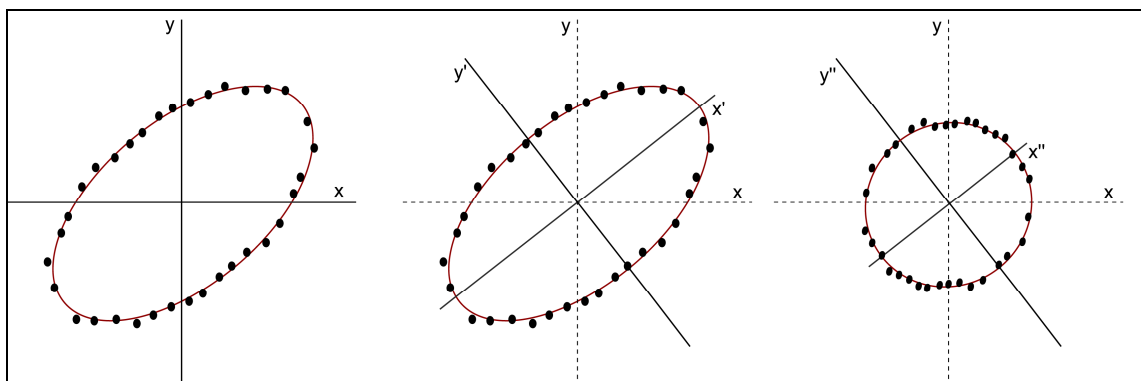


Abbildung 13: Transformation zur Berücksichtigung von Anisotropie

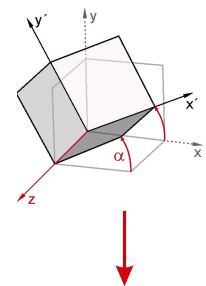


### 3.3.1.2 3 D - Modell

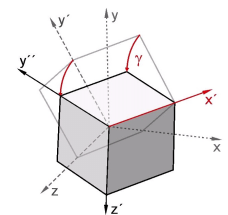
Im 3D-Bereich verfolgt man die gleiche Vorgehensweise wie im zweidimensionalen Bereich. Die einzelnen Richtungsvariogramme können gut über "Iso-Variogrammkörper" dargestellt werden. Der Isokörper stellt sich anfangs als Ellipsoid dar. Die Reichweite  $r$  wird in Abhängigkeit von den Raumrichtungen  $\varphi_i$  und  $\omega_i$  im räumlichen Koordinatensystem dargestellt. Auch hier muss bei der Reichweitenbestimmung, wie schon im Zweidimensionalen, eine einheitliche Variogrammfunktion als Basis zugrunde liegen. Bei Isotropie im untersuchten Gebiet stellt sich der "Isokörper" als eine konzentrische Kugel um den Ursprung dar.

Die Transformation in ein geeignetes Koordinatensystem erfolgt nach demselben Prinzip wie es im ebenen Fall schon beschrieben wurde. Der Vorgang wird für jede der 3 Raumachsen wiederholt.

Die Koordinatenachsen werden so um den Ursprung gedreht, bis sie mit den Hauptachsen des Ellipsoids zusammenfallen. Zuerst dreht man das Koordinatensystem um die z-Achse bis die y-Achse mit der Projektion der längsten Halbachse des Ellipsoids in der xy-Ebene übereinstimmt.

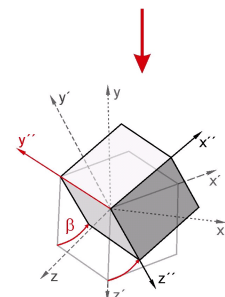


Während der zweiten Drehung wird um die Achse  $x'$  bewegt, danach zeigen die  $y''$ -Achse und die Halbachse  $a_1$  in die gleiche Richtung.



Im dritten Schritt wird die  $z'$ -Achse um die  $y''$ -Achse auf die kleinste Halbachse gedreht.

Durch die Transformation erhält man einen Ellipsoid dessen Halbachsen auf den Achsen des Koordinatensystems liegen.



Nachdem alle Achsen ausgerichtet sind, so dass sie übereinander liegen, wird der Ellipsoid durch dehnen und stauchen der Achsen in eine Kugelform transformiert.

Grund für dieses Vorgehen ist, dass die meisten geostatistischen Methoden das Vorhandensein von Trends als auch von Anisotropie ausschließen. Mit den Anpassungen lässt sich nun die Krigingschätzung durchführen. Es ist darauf zu achten, dass am Ende der Berechnungen die geschätzten Werte auf dem gerade beschriebenen Weg wieder in die Ursprungslage zurücktransformiert werden müssen.[2]

### **3.3.2 Zonale Anisotropie**

Bei der zonalen Anisotropie zeigt das Variogramm unterschiedliche Schwellenwerte in unterschiedlichen Raumrichtungen. Es kann hier nicht mit einfachen Transformationen des Koordinatensystems gearbeitet werden. Die Durchführung ist daher schwierig.

Diese Form der Anisotropie findet im Kriging Berücksichtigung indem geschachtelte Variogramme angepasst werden. Die Vorgehensweise ist dabei so, dass bei einem Schwellenwert der in y-Richtung erheblich größer ausfällt als in x-Richtung, eine isotrope Variogrammfunktion an das experimentelle Variogramm in x-Richtung angepasst wird. Als nächstes wird eine geometrisch anisotrope Variogrammfunktion hinzuaddiert. Man wählt diese so, dass in x-Richtung keine Veränderung eintritt, was man erreichen kann indem diese Funktion in dieser Richtung mit einer sehr großen Reichweite versehen wird.

Indem die Funktion mit einer großen Reichweite versehen wird, unterstellt man auch sehr große Anisotropieverhältnisse, die an dieser Stelle nicht vorhanden sind.

Das zugehörige Zufallsfunktionsmodell setzt sich aus zwei unkorrelierten Prozessen zusammen:

$$Z(s) = Z_1(s) + Z_2(s) \quad (13)$$

Zonale Anisotropie entsteht beispielsweise, wenn im Untersuchungsgebiet langgestreckte Störzonen verlaufen, die sich in x-Achse ausdehnen und das Gebiet somit "zonieren". Dadurch wird in y-Richtung eine größere Varianz verursacht, welche die zonale Anisotropie hervorruft. [3] [5]

### 3.4 Isotropes Verhalten

Aus den Beschreibungen zum anisotropen Verhalten der Variogramme, speziell für geometrische Anisotropie, geht schon hervor, welche Eigenschaften für Isotropie zutreffen. Die Isotropie ist somit ein Spezialfall der Anisotropie. Für Untersuchungen im Zweidimensionalen ergibt sich um den Koordinatenursprung ein Kreis und in dreidimensionalen Betrachtungen ergibt sich um den Koordinatenursprung eine Kugel als Isovariogrammlinie. Somit liegt in allen Ebenen- beziehungsweise Raumrichtungen eine gleiche Reichweite vor. Man führt keine gesonderte Richtungssuche für definierte Richtungen mit festgelegten Winkelschrittweiten durch. Die Suche erfolgt vielmehr richtungsunabhängig. Es werden alle Punktpaare einer Abstandsklasse im Untersuchungsraum gebildet. Für die entsprechende Abstandsklasse findet man so alle Punktpaare in einem Rechengang, Richtungsabhängigkeiten wie bei der Anisotropie haben keinen Einfluss mehr. Somit ergibt sich eine Allgemeingültigkeit des ermittelten Variogrammes für  $\alpha=0^\circ-180^\circ=180^\circ-360^\circ$ . Bei ausgedehnten Untersuchungsräumen mit einem gleichmäßigen Raster ist oftmals Anisotropie anzutreffen. Es stellt sich die Frage, wann eine isotrope Betrachtung sinnvoll ist. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit ist die Betrachtung eines Probenrasters entlang eines langgestreckten Linienbauwerkes von Interesse, dessen Eigenschaften für isotrope Untersuchungen als geeignet erscheinen. Stellt man sich vor, dass Lokationen von Proben entlang einer Linie positioniert sind und seitlich der Bauwerksführung keine Werte vorhanden sind, sollte es auch nicht notwendig sein, richtungsspezifische Betrachtungen anzustellen, sie würden für den Fall der Anisotropie keine Wertepaare senkrecht zur Bauwerksführung erbringen und somit nicht repräsentativ sein und nur den Arbeitsaufwand erhöhen. Die nachfolgende Abbildung zeigt die Vorgehensweise für Isotropie:

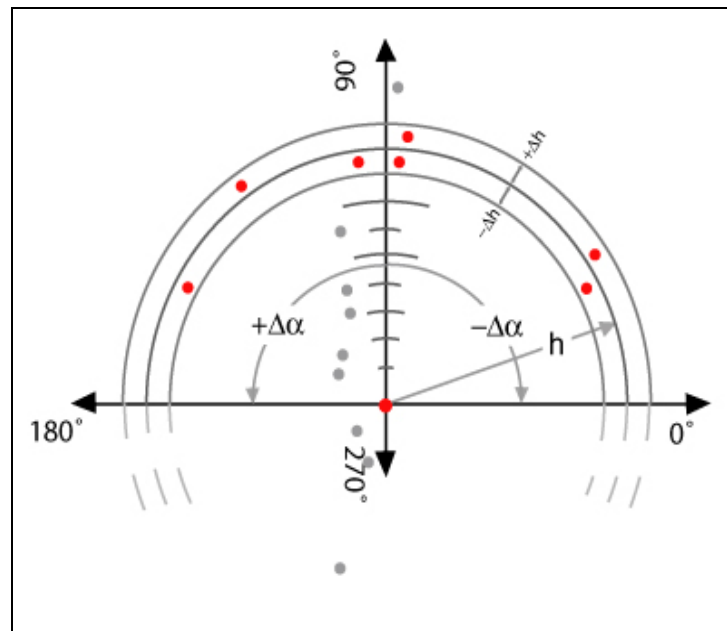


Abbildung 14: Paarbildung Isotropie

mit

$h$	Schrittweite
$-\Delta a = +\Delta a$	Winkeltoleranz von $180^\circ$
$-\Delta h = +\Delta h$	Schritttoleranz

### 3.5 Trend und Drift

Es kommt oftmals vor, dass der Erwartungswert der zu untersuchenden Variable im Untersuchungsraum nicht konstant ist, man geht in dem Fall von einem unterlagerten Trend aus. Man unterscheidet zwischen zwei Arten von Trends. Zum einen der globale Trend, dieser ist über den gesamten Betrachtungsraum als einheitlich anzusehen. Weiterhin tritt der lokale Trend, auch Drift genannt, in Erscheinung. Er beschreibt ortsabhängige Unterschiede, die durch lokale Fluktuationen eines Teilgebietes im Untersuchungsraum sichtbar sind. Der lokale Drift und der globale Trend können gleichzeitig auftreten und auch regionalisiert entgegengesetzt wirken. Die beiden Phänomene können aufgrund der Datenlage meist nicht strikt voneinander getrennt

werden. Außerdem spielt der Betrachtungsmaßstab eine entscheidende Rolle, ob ein Trend wahrgenommen wird oder nicht.

"Die physikalische Ursache für das Vorhandensein eines Trends ist im Allgemeinen ein räumlicher oder zeitlicher Prozess, dessen Auswirkung auf die Variable das Ausmaß der lokalen Schwankungen übersteigt. So wirkt sich beispielsweise der Prozess der Grundwasserströmung stärker auf die Neigung der Grundwasseroberfläche aus als deren lokale Fluktuation. In Richtung des hydraulischen Gradienten kann man zumeist einen linearen Trend anpassen." [1]

Ein Trend ist daran zu erkennen, dass im Variogramm die  $\gamma(h)$ -Werte ansteigen. Dieser Verlauf ist kennzeichnend für fehlende Stationarität der Zufallsvariablen. Bei Auftreten dieses Effektes ist es zweckmäßig das Untersuchungsgebiet derart zu verkleinern, dass das empirische Variogramm keine Trendeinflüsse mehr zeigt.

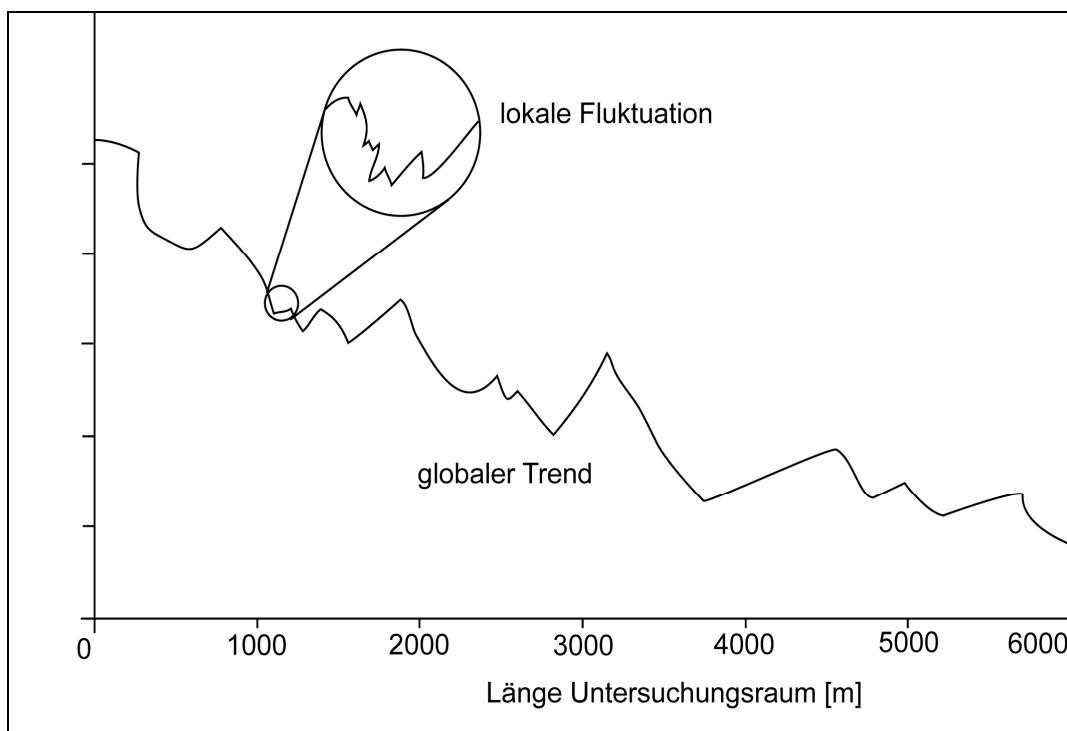


Abbildung 15: globaler und lokaler Trend

Hat man einen Trend in einem Datensatz erkannt, bieten sich mehrere Möglichkeiten an, die Daten zu behandeln:

- Der Trend wird nicht berücksichtigt

In diesem Fall erfolgt die Interpolation mit dem Verfahren des Ordinary Kriging. Hier wird davon ausgegangen, dass die Auswertung eines Trends innerhalb von kleinen Entfernungen nur einen sehr kleinen Einfluss ausübt. Die Schätzung des Punktes wird als ausreichend genau angesehen, da Kriging nur Punkte aus der unmittelbaren Nähe des zu schätzenden Wertes verwendet. Bei dieser Variante wird der Krigingfehler jedoch unrealistisch hoch.

- Approximation einer Polynomfunktion

Dem globalen Trend wird eine Polynomfunktion, die linear oder quadratisch sein kann, approximiert. Ein allgemeiner Funktionsansatz eines Trendpolynoms zur Beschreibung des Trends kann als Linearkombination einfacher Funktionen beschrieben werden:

$$T(s_i) = \sum_{n=1}^k a_n \cdot f_n(s_i) \quad (14)$$

$T(\dots)$	<i>Trendpolynom</i>
$f_n(\dots)$	<i>Monome der Funktion für <math>n=1 \dots k</math></i>
$a_n$	<i>Koeffizienten der Monome für <math>n=1 \dots k</math></i>
$s_i$	<i>Ortsvektoren <math>s_i = (x_i, y_i, z_i)</math></i>

Welche Ansatzfunktion zum Einsatz kommt und mit welcher Anzahl an Stützstellen sie gelöst wird, hängt im Wesentlichen vom Anwender und dessen Einschätzung des Datensatzes ab. Wenn Expertenwissen oder Erfahrungswerte zur Verfügung stehen, so sollten sie in die Berechnung einfließen.

Die Berechnung der Trendfunktion ist über 3 Szenarien denkbar.

1. gleiche Anzahl unbekannter Koeffizienten der Funktion und Stützstellen
2. weniger unbekannte Koeffizienten in der Funktion als vorhandene Stützstellen
3. mehr unbekannte Koeffizienten in der Funktion als vorhandene Stützstellen

Für Fall 1 stehen zur Bestimmung der unbekannten Koeffizienten der Funktion ebenso viele Stützstellen zur Verfügung. Das lineare Gleichungssystem ist quadratisch und besitzt eine eindeutige Lösung.

In den meisten Fällen wird mit einer ebenen Trendfläche gerechnet. "Polynome höheren Grades sind ohnehin nicht praktikabel und in den bekannten Geostatistik Programmen nicht realisiert." [5] Für die Ebene reduziert sich das Polynom zu:

$$T(s_i) = a_1 + a_2 \cdot x_i + a_3 \cdot y_i \quad (15)$$

Die Gleichung lässt sich mit 3 ausgesuchten Stützstellen lösen.

Für Fall 2 stehen mehr Stützstellen zur Verfügung als für die Lösung der Gleichung benötigt werden.

Die Lösung des überbestimmten linearen Gleichungssystems erfolgt über sogenannte Fehlergleichungen mit den Residuen  $r_i$ . Es wird verlangt, dass die Summe der Quadrate der Residuen minimal wird.

$$\sum_{i=1}^m r_i^2 = \sum_{i=1}^m \left[ \sum_{k=1}^m a_{ik} \cdot f_k - z(s_i) \right]^2 = T(s_i, a_1, \dots, a_m) \Rightarrow \min \quad (16)$$

"Die Aufgabe wird auch als lineare Ausgleichsaufgabe oder lineares Quadratmittelpproblem bezeichnet." [6] Der gesamte Vorgang wird als *GAUSS-Transformation* bezeichnet. Die Normalgleichungen können mit Hilfe des *CHOLESKY-Verfahrens* numerisch gelöst werden.

Für Fall 3 stellt sich das Problem, dass weniger Stützstellen zur Lösung des Problems vorhanden sind als eigentlich benötigt werden. Die einfachste Lösung ist eine einfache Abspaltung der überzähligen Monome in der Gleichung des Trendpolynoms. Die Koeffizienten werden zu Null gesetzt. Somit reduziert sich das Gleichungssystem bis eine eindeutige Lösung auffindbar ist.

### 3.6 Krigingverfahren

Mit der vorangegangenen Variographie lassen sich im nächsten Schritt mit verschiedenen Krigingverfahren die Werte  $z(X)$  einer ortsabhängigen Variablen  $Z(X)$  über den Untersuchungsbereich schätzen. Das räumliche Schätzverfahren Kriging wurde nach dem südafrikanischen Bergbauingenieur D. Krige benannt und wurde von Mathéron entwickelt. Es fasst mehrere Spezialverfahren zusammen. Grundlage aller dieser Verfahren ist die Bildung von gewichteten Mittelwerten von Variablenwerten. Die Gewichte werden im geostatistischen Modell so optimiert, dass der Schätzer im Mittel den wahren Wert schätzt.

Der Krigingschätzer stellt eine Linearkombination aus gewichteten Probenwerten  $z(s_i)$  verschiedener Schätznachbarn mit der Anzahl  $n$  für den Betrachtungsort  $s_0$  dar [5]:

$$z^*(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z(s_i) \quad (17)$$

$z^*(s_0)$       *Schätzwert an Stelle  $s_0$*

$z(s_i)$       *Datenwert der Schätznachbarschaft an Stelle  $s_i$*

$s_0, s_i$       *Ortsvektoren der Schätznachbarschaft*

$\lambda_i$       *Kriging-Schätzgewichte 1....n*

Für die Bestimmung der Gewichte  $\lambda_i$  gilt, dass der Schätzwert  $z^*(s_0)$  unverzerrt ist und eine minimale Schätzvarianz aufweist. Mit diesen Eigenschaften bekommt man den *blue* ( *best linear unbiased estimator* ).



- Erwartungstreue, Unverzerrtheit für  $z^*(s_0)$   $\Rightarrow E[z_0^* - z_0] = 0$  (18)

und

- Schätzvarianz minimal  $Var[z_0^* - z_0] = E[z_0^* - z_0]^2 \Rightarrow \text{Minimum}$  (19)

Weiterhin gilt die Annahme von Stationarität, was die Anwesenheit eines Trend ausschließt. Die regionalisierte Zufallsvariable

$$Z(x) = R(s) + m(s) \quad (20)$$

wird zerlegt in eine Trendkomponente

$$m(x) = E[Z(s)] \quad (21)$$

und in eine stationäre Komponente

$$E[R(s)] = 0 \quad (22)$$

### 3.6.1 Ordinary Kriging

Ordinary Kriging ist das Verfahren, das eigentlich gemeint ist, wenn die Rede von Kriging ist. Es gelten die gleichen Bedingungen wie schon allgemein beschrieben.

Analog ergibt sich

$$z^*(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z(s_i). \quad (23)$$

Unter Annahme der Stationarität ist der Erwartungswert  $E[Z(s_i)] = m$  und  $z_0 = m$ . Eingesetzt in die Bedingung der Erwartungstreue erhält man

$$E\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) - Z_0\right] = \sum_{i=1}^n \lambda_i m - m = m\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1\right) = 0 \quad (24)$$

Daraus ergibt sich die Bedingung für die Gewichte

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (25)$$

Die Schätzfehlervarianz wird ausgedrückt als

$$E[Z_0^* - Z_0]^2 = \text{Var}(Z_0^* - Z_0) = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(s_i - s_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(s_i - s_j) \quad (26)$$

Zur Minimierung der Fehlervarianz unter der Bedingung  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$  führt man einen Lagrange-Multiplikator  $\mu$  ein.

$$\varphi = \text{Var}(Z_0^* - Z_0) - 2\mu \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right) \quad (27)$$

Um das Minimum zu erhalten, werden die partiellen Ableitungen

$$\frac{\delta \varphi}{\delta \lambda_i}, i = 1, \dots, n \quad \text{und} \quad \frac{\delta \varphi}{\delta \mu} \quad (28)$$

zu Null gesetzt. Daraus ergibt sich ein lineares Kriginggleichungssystem mit  $n+1$  Gleichungen:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j \gamma(s_i - s_j) + \mu = \gamma(s_i - s_0) \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, N \quad (29)$$

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \quad (30)$$

In Matrixform stellt sich das Gleichungssystem wie folgt dar:

$$\begin{bmatrix} \gamma(s_1 - s_1) & \gamma(s_1 - s_2) & \dots & \gamma(s_1 - s_n) & 1 \\ \gamma(s_2 - s_1) & \gamma(s_2 - s_2) & \dots & \gamma(s_2 - s_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma(s_1 - s_n) & \gamma(s_2 - s_n) & \dots & \gamma(s_n - s_n) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(s_1 - s_0) \\ \gamma(s_2 - s_0) \\ \vdots \\ \gamma(s_n - s_0) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$\gamma(\dots)$  Funktionswert der theoretischen Variogrammfunktion

$s_0$  Ortsvektor des zu schätzenden Punktes

$s_i, s_j$  Ortsvektor bekannter Punkte im Untersuchungsraum

$\lambda_j$  Krigingschätzgewichte

$\mu$  Lagrange-Multiplikator

Dieses Gleichungssystem kann nun mit den üblichen allgemeinen Mitteln gelöst werden, insofern eine eindeutige Lösung vorhanden ist. Durch die Auswahl einer geeigneten Variogrammfunktion kann die Lösbarkeit im Vorfeld gesichert werden. Zum Einsatz kommen meist nur Variogrammtypen, bei denen das Gleichungssystem immer eindeutig lösbar ist. [6]

Für den Fall, dass nur Punktschätzungen durchgeführt werden, wird  $\gamma(s_i - s_j) = \gamma(0) = 0$ , so dass die Diagonale der Matrize mit 0 besetzt ist.

Im stationären Fall gilt die Beziehung  $\gamma(h) = C(0) - C(h)$ . Im Kriginggleichungssystem kann  $\gamma(h)$  durch die Kovarianz  $C(h)$  ersetzt werden. Dadurch wird die Diagonale der Matrix mit den größten Elementen besetzt.

Die Kriging-Schätzvarianz ergibt sich zu

$$\sigma^2 = \text{Var}(z_0^* - z_0) = \mu + \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(s_i - s_0) \quad (32)$$

### 3.6.2 Universal Kriging

Wenn der Erwartungswert der regionalisierten Variable nicht mehr konstant ist, wenn es einen geringen Unterschied im Durchschnittswert gibt, kann davon ausgegangen werden, dass ein unterlagerter Trend existiert. Dies ist der Fall, wenn die errechneten Schätzungen systematische Steigerungen aufnehmen, welche abhängig sind von der Lage der Messpunkte und der generellen Fallrichtung einer Fläche folgen. Der Trend kann über den Betrachtungsraum einheitlich sein (global) oder lokal schwanken. Die Bestimmung und Berechnung erfolgt, wie schon für das Trendpolynom beschrieben wurde.

Die Driftfunktion wird durch die Summe von k Monomen angegeben:

$$m(s_i) = \sum_{n=1}^k a_n \cdot f_n(s_i) \quad (33)$$

mit

$m(\dots)$  Driftpolynom

$f_n(\dots)$  Monome der Funktion für  $n=1 \dots k$

$a_n$  Koeffizienten der Monome für  $n=1 \dots k$

$s_i$  Ortsvektoren  $s_i = (x_i, y_i, z_i)$

Somit lässt sich analog zum Ordinary Kriging ein Gleichungssystem aufstellen.

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j \gamma(s_i - s_j) + \sum_{n=1}^k a_n \cdot f_n(s_i) = \gamma(s_i - s_0) \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, k \quad (34)$$

Dieses Gleichungssystem beinhaltet zusätzlich zu den Gewichten  $\lambda_j$  mit  $i=1, \dots, n$  für den nicht-stationären Fall noch die unbekannten Koeffizienten  $a_i$ . Mit diesem Verfahren wird für jeden Schätzpunkt eine lokale Polynomfunktion bestimmt. Diese beschreibt die lokale Drift.

Die Festlegung der Ansatzfunktion erfolgt im Vorfeld der Berechnung. Nach der Beurteilung des Datensatzes werden die zu verwendenden Monome festgelegt. Die Koeffizienten werden wie schon beim Trend beschrieben bestimmt. Es können sich wieder die 3 Ausgangssituationen einstellen:

1. mehr Stützstellen als unbekannte Koeffizienten
2. gleiche Anzahl Stützstellen und Koeffizienten
3. weniger Stützstellen als Koeffizienten

Ausformuliert in Matrixform lautet das Kriginggleichungssystem für Universal-Kriging:

$$\begin{bmatrix} \gamma(s_1 - s_1) & \gamma(s_1 - s_2) & \dots & \gamma(s_1 - s_n) & 1 & x_1 & \dots & x_1^k \\ \gamma(s_2 - s_1) & \gamma(s_2 - s_2) & \dots & \gamma(s_2 - s_n) & 1 & x_2 & \dots & x_2^k \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \gamma(s_1 - s_n) & \gamma(s_2 - s_n) & \dots & \gamma(s_n - s_n) & 1 & x_n & \dots & x_n^k \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_1^k & x_2^k & \dots & x_n^k & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(s_1 - s_0) \\ \gamma(s_2 - s_0) \\ \vdots \\ \gamma(s_n - s_0) \\ 1 \\ x_0^1 \\ \vdots \\ x_0^k \end{bmatrix} \quad (35)$$

mit

$\gamma(\dots)$       *Funktionswert der theoretischen Variogrammfunktion*

$s_0$       *Ortsvektor des zu schätzenden Punktes*

$s_i, s_j$       *Ortsvektor bekannter Punkte im Untersuchungsraum*

$\lambda_j$       *Krigingschätzgewichte*

$a_n$       *Monomkoeffizienten*

$f_n(\dots)$       *Funktionsmonome bis zum Grad  $k$*

Laut [6] ist Universal-Kriging nur dann angebracht, wenn ein Drift schon in geringen Entfernungen zu beobachten ist. Die Verwendung von Polynomfunktionen höheren Grades ist nicht praktikabel und zudem in den wenigsten Geostatistikprogrammen integriert. Bei Annahme einer quadratischen Drift würden für unbeprobte Gebiete äußerst unrealistische Werte geschätzt werden. In der Praxis verwendet man für gewöhnlich das Ordinary Kriging. Beide Verfahren sind wenig dazu geeignet über das beprobte Gebiet hinaus zu extrapolieren. [5]

### **3.6.3 Indikatorkriging**

Beim Indikatorkriging unterscheidet man zwei verschiedene Verfahren, das Kriging mit Nominalvariablen (Zustandsvariablen) und des weiteren Kriging mit Intervallvariablen. Anhand der Bedingungen der anzustellenden Untersuchungen erfolgt die Festlegung von Indikatoren. Je nach Ausgangslage können eine oder mehrere Indikatorvariablen definiert werden. [5]

#### **3.6.3.1 Indikatorkriging von Nominalvariablen (Zustandsvariablen)**

Bei diesem Verfahren verwendet man qualitative Beschreibungen oder Datenklassen als Zustandsvariablen. Bezeichnet  $E$  einen bestimmten Zustand, der am Ort  $s$  angetroffen wird, nimmt die Indikatorvariable  $I$  den Wert 1 an, bei Nichterfüllung der

Bedingung 0. Solche Zustände können Zugehörigkeiten zu Gesteinsklassen darstellen, ebenso wie die Beschreibung eines Grundwasserleiters oder andere Eigenschaften.

In nachfolgender Gleichung sind die Zugehörigkeitsdefinitionen zusammengefasst:

$$I(s_i, E_k) = \begin{cases} 1 & \text{wenn in } s_i \text{ Zustand } E_k \text{ zutrifft} \\ 2 & \text{wenn in } s_i \text{ Zustand } E_{k+1} \text{ zutrifft} \\ 3 & \text{wenn in } s_i \text{ Zustand } E_{k+2} \text{ zutrifft} \\ \vdots & \\ n & \text{wenn in } s_i \text{ Zustand } E_m \text{ zutrifft} \end{cases} \quad \text{mit: } k=1, \dots, m \quad (36)$$

Die Indikatorvariable wird geostatistisch behandelt. Mit ihr werden m Variogramme nach

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E \left[ (I_k(s) - I_k(s+h))^2 \right] \quad \text{mit: } k=1, \dots, m \quad (37)$$

erstellt.

Anschließend wird die Indikatorvariable für einen oder mehrere Punkte  $s$  durch gewichtete Indikatorwerte von umgebenden Daten geschätzt, mit

$$i^*(s) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot I_k(s_i). \quad (38)$$

Mit dem aufgestellten Kriging-Gleichungssystem erhält man so für den Punkt  $s$  einen Schätzwert  $i^*(s)$  zwischen 0 und 1, der die Wahrscheinlichkeit wiedergibt, ob der anfangs festgelegte Zustand  $E_k$  vorliegt. Als der Zustand, der im Schätzpunkt  $s$  angetroffen wird, wählt man den mit der höchsten geschätzten Wahrscheinlichkeit aus.

### 3.6.3.2 Indikatorkriging von Intervallen

Beim Indikatorkriging mit Intervallen werden Grenzwerte  $z_c$ , sogenannte Cut-Off-Werte, eingeführt. Mit ihnen ist es möglich Verteilungen, wie beispielsweise den  $k_F$ -Wert, in Indikatorvariablen umzurechnen. Stellt  $Z(s_i)$  eine regionalisierte Variable innerhalb einer Region  $R$  dar, so wird für jeden Punkt  $s$  in  $R$  festgelegt:

$$I(s_i, z_c) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } z(s_i) \leq z_{ck} \\ 2 & \text{wenn } z_{ck} < z(s_i) \leq z_{ck+1} \\ 3 & \text{wenn } z_{ck+1} < z(s_i) \leq z_{ck+2} \\ \vdots & \\ n & \text{wenn } z(s_i) > z_m \end{cases} \quad \text{mit } k=1, \dots, m \quad (39)$$

Durch das Vorgeben mehrerer Cut-Off-Werte kann ein Indikatorvektor gebildet werden. Dieser beschreibt die Zugehörigkeit eines Probenwertes  $z(s_i)$  zu einer festgelegten Klasse. Voraussetzung zur Ausführung des Modells ist eine ausreichende Datenbasis, aus deren der Größe nach geordneten Datenwerten eine diskrete lokale Verteilungsfunktion erstellt wird. Bezieht man sich auf Volumina, so wird der Schätzwert aus dem Anteil an Werten, der unterhalb des Cut-Off-Wertes  $z_c$  liegt, gegeben durch:

$$\phi^*(A, z_c) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot I(s_i; z_c) \quad \text{mit } s_i \in R \quad (40)$$

$R$ ....Suchradius im Betrachtungsraum

$\Phi^*(A, z)$  kann als Verteilungsfunktion der regionalisierten Variable  $Z$  im Gebiet  $A$  angesehen werden. Sie hat einen größeren Informationsgehalt als der geschätzte Krigingwert des Erwartungswertes für  $Z(s_i)$ .

Mit der lokalen Verteilungsfunktion kann die Wahrscheinlichkeit geschätzt werden, bei der ein Grenzwert  $z_c$  überschritten wird. Als schwierig ist in diesem Verfahren die Auswahl der Cut-Off-Werte anzusehen, dabei ist auf markante Werte im Datensatz zu achten, die unbedingt als Abgrenzungen in die Berechnung eingehen sollten. Die Bestimmung der Grenzen unterliegt dementsprechend subjektiven Einflüssen.

Weiterhin ist auch hier wieder die Erstellung eines möglichst gleichmäßigen Probenrasters von Vorteil. [5]

Die einzelnen Abhandlungsschritte des Indikatorkrigings mit Intervallen stellen sich wie folgt dar:

1. Darstellung der Verteilungsfunktion, die Daten sind der Größe nach geordnet
2. Festlegen von  $m$  Cut-Off-Werten  $z_c$  zur Bildung der Verteilungsfunktion
3. Kodierung mit Bildung von  $m$  Indikatorfunktionen  $I_j(s_i; z_{cj})$ ;  $j=1, \dots, m$
4. Berechnung von  $m$  Indikatorvariogrammen
5. Kriging von  $m$  Indikatorvariablen
6. Auswerten der geschätzten Verteilungsfunktion

#### **3.6.4 Methode der Kreuzvalidation**

Mit der Erstellung von Variogrammen werden Modellannahmen über das räumliche Verhalten von ortsabhängigen Variablen gemacht, die sich aus dem Verhalten des Variogramms ableiten lassen. Zur Überprüfung des Modells, das in den Interpolationsprozess eingeht, wird im Vorfeld überprüft wie gut das Modell die Ausgangsdaten widerspiegelt.

Bei diesem Verfahren wird das vorgegebene Modell benutzt, um an fest definierten Orten mit Originalmesswerten  $z_i$  einen Wert  $z_i^*$  zu schätzen. Zu diesem Zweck verwendet man alle umgebenden Datenpunkte im Untersuchungsraum, außer den zu schätzenden Lokationen selbst.

Weiterführend werden die Differenzen aus den gegebenen und geschätzten Werten  $[z_i - z_i^*]$  für jeden Punkt  $s_i$  gebildet, sie geben die Güte der Schätzung wider. Der Mittelwert der Differenzen sollte für alle  $z_i$  möglichst dicht bei 0 liegen.[5]

Wie schon beschrieben, ist es leicht ersichtlich, dass bei der Anwendung dieses Verfahrens ein erheblicher Aufwand betrieben werden muss, der aus dem ständigen Austausch der einzelnen Lokationen für jeden Rechengang resultiert. Um



die Benutzung der Kreuzvalidation zu erleichtern, ist sie schon in einige Geostatistikprogramme, wie zum Beispiel GEOEAS und GSLIB, integriert. Im für diese Arbeit benutzten Programm GeoStat findet diese Methode noch keine Anwendung.

Trotzdem wird zu einem späteren Zeitpunkt versucht eine Vergleichsrechnung nach dem Prinzip der Kreuzvalidation in eingeschränktem Maße durchzuführen. Dazu ist es notwendig die verwendeten Datensätze per Hand zu modifizieren und einzelne Werte auszutauschen, eine Automatisierung beziehungsweise passende Algorithmen sind noch nicht im Programm integriert beziehungsweise implementiert. Die Festlegung der Randbedingungen erfolgt dabei durch subjektive Entscheidungsfindung und Auswahl.

## 4. Geostatistische Untersuchungen

### 4.1. Datenerfassung und Datenaufbereitung

Um die Baugrundkennwerte im Einzugsgebiet an ausgewählten Punkten mittels Variographie und Kriging untersuchen zu können, ist es nötig eine ausreichende Datenbasis als Berechnungsgrundlage zu schaffen. Dazu stand der Teil eines Baugrundgutachtens einer Neubaustrecke am südlichen Rand des Thüringer Beckens zur Verfügung. Neben umfangreichen Beschreibungen zur Morphologie des Erschließungsgebietes, siehe Kap. 1 und 2, wurde die Lage der Aufschlusspunkte ausführlich dokumentiert. Die gefilterten Daten konnten lagemäßig exakt in die örtlichen Gegebenheiten eingeordnet werden. Ebenfalls war es möglich eine Vielzahl an Kennwerten aus Versuchsprotokollen und Auswertungen zu sondieren.

Die nachfolgende Tabelle gibt einen Überblick über die ermittelten Daten am Beispiel des Bohrkernes BK 71.04. In dieser Form konnten für alle Aufschlusspunkte eine Aufstellung zusammengefasst werden.

**BK 71.04**

Entnahmetiefe [m]	3	16,40-16,65
w [%]	12,4	
Korndichte [ $t/m^3$ ]	2,64	
Proctor $r_{pr}$ [ $t/m^3$ ]	1,791	
$w_{pr}$ [%]	12,5	
Reibungswinkel [°]		
Kohäsion [ $kN/m^2$ ]		
Wichte feucht [ $kN/m^3$ ]		
Wichte trocken [ $kN/m^3$ ]		
Einax. Druckf. [ $MN/m^2$ ]		
Verformungsmodul [ $GN/m^2$ ]		
Elastiz.modul [ $GN/m^2$ ]		
Rest-Reibungsw. [°]		23,2
Rest-Kohäsion [ $MN/m^2$ ]		0

Tiefe [m]	R Q D [%]
1	0
2	0
3	20
4	30
5	20
6	30
7	30
8	30
9	20
10	50
11	20
12	30
13	20
14	30
15	30
16	10
17	50
18	20
19	60
20	70
21	20
22	20
23	50
24	60
25	50
26	30
27	70
28	80

Tabelle 2: Zusammenstellung von Kennwerten

Für geostatistische Untersuchungen werden Daten benötigt, die eine möglichst gleichmäßige Verteilung aufweisen, sowohl vom Erkundungsraster als auch vom Umfang. An dieser Stelle erscheint der RQD-Wert als besonders geeignet für weiterführende Betrachtungen. Er weist einen hohen Informationsgehalt auf. Zusätzlich erfasste Kennwerte, wie der Wassergehalt des Bodens, Korndichten, Scherfestigkeiten und Reibungswinkel, zeigen nur eine geringe Informationsdichte. Sie finden daher keine weitere Beachtung, es ist davon auszugehen, dass den Qualitäts- und Mengenanforderungen der Geostatistik nicht entsprochen wird.

Laut Theorie benötigt man zur Anpassung eines Variogramms etwa 30 bis 50 korrelierende Datenpaare, die alle der gleichen Abstandsklasse  $h$  angehören müssen. Nach [4] werden 50-70 Daten zur Auswertung als Minimum aufgefasst, jedoch nur unter günstigen Voraussetzungen, etwa bei regelmäßiger Anordnung der Probenpunkte auf dem festgelegten Raster. Weiterhin wird als Anhaltswert eine Anzahl von mindestens 30 Paaren für die Berechnung des Variogrammwertes einer Abstandsklasse angegeben.

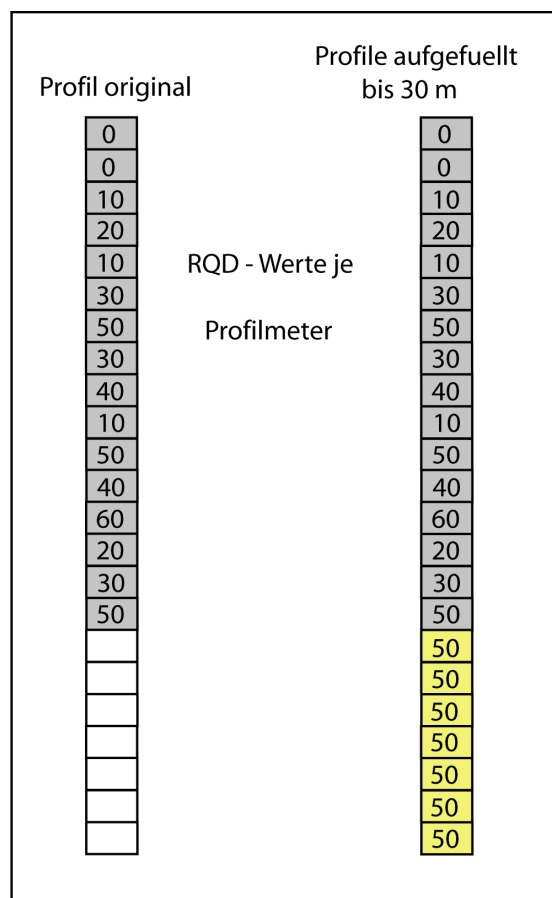


Abbildung 16: RQD-Werte im Bohrprofil

Der tiefste Bohrgang wurde mit 30 Meter Tiefe bestimmt, die für den weiteren Verlauf der Datenaufbereitung als Basis dienen soll. Alle Bohrprofile, die diese Tiefe nicht erreichen, werden mit dem letzten festgelegten RQD-Wert bis zur Grenztiefe von 30 m aufgefüllt, dargestellt in Abbildung 16.

Die Gesamtanzahl der Bohrkerne beläuft sich auf 56 Stück. Somit stehen 30 Werte à 56 Profilen zur Verfügung, der gesamte Datenumfang beläuft sich auf 1680 Werte.

Die Verteilung der Punkte erstreckt sich über eine Gesamtlänge von fast 6000 m in Nord-Süd-Ausdehnung und über 1300 m in Ost-West-Ausdehnung.

Um den Einfluss der erfassten Kenngrößen auf die räumliche Schätzung bestimmter Punkte zu untersuchen, werden alle nützlichen Größen der realen Baugrunderkundung in einem für die Berechnung mittels Variographie und Kriging benötigten Datensatz zusammengefasst.

Aus diesem Datensatz werden zwei vorhandene Punkte eliminiert, diese sollen im Anschluss geschätzt und mit ihren Ursprungswerten verglichen werden. Die Auswahl erfolgte subjektiv und fiel auf die Bohrkerne BK 71.06 und BK 4043.00. Dabei stammt BK 71.06 aus einer Region in der eine größere Anzahl an Daten vorhanden sind und BK 4043.00 aus einer Region mit weniger umliegenden bekannten Punkten.

Die Hauptrichtung des Linienbauwerks liegt in Nord-Süd-Ausdehnung und würde bei einer anisotropen Suche in dieser Richtung und mit dem zugehörigen Öffnungswinkel Ergebnisse liefern. In allen anderen abweichenden Richtungen wären keine Datenpaare, beziehungsweise nur sehr wenige Datenpaare auffindbar und somit kein aussagekräftiges Richtungsvariogramm vorhanden.

Aus diesem Grund erfolgt die Variographie ausschließlich für den isotropen Fall. Da es sich um ein linienförmiges Bauwerk handelt, ist es nicht zweckgemäß eine richtungsabhängige Suche durchzuführen.

Bei der isotropen Variographie wird eine richtungsunabhängige Suche von Datenpaaren gleicher Abstandsklassen durchgeführt. Es werden automatisch alle Datenpunkte, die innerhalb der Suchreichweite und der Reichweitentoleranz gefunden werden, berücksichtigt, sowohl für ebene als auch für räumliche Betrachtungen.

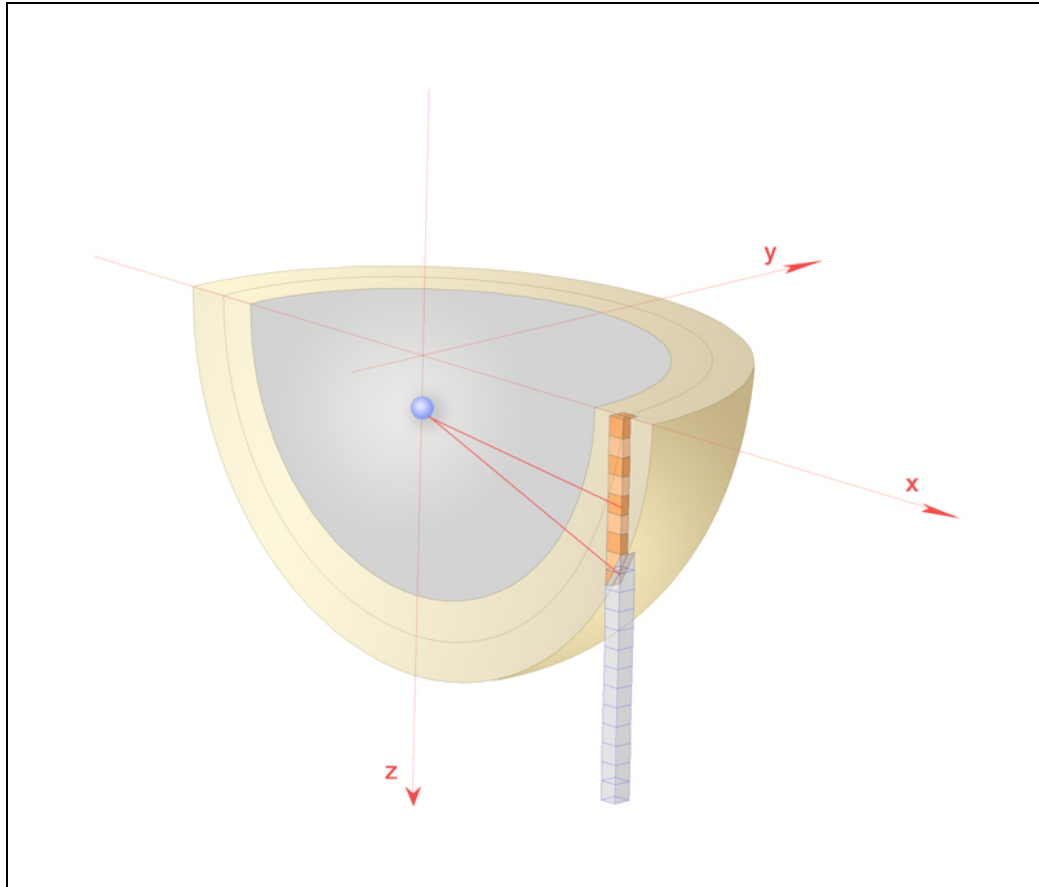


Abbildung 17: Isotropie im Halbraum

In Abbildung 17 ist die Suchreichweite und die Toleranzmenge für Untersuchungen im Halbraum dargestellt. Zur Schätzung von Schichtoberflächen bedient man sich der ebenen Variographie, die xy-Lage der Erkundungspunkte sind feste Eingangsgrößen. Je nach Erkundungsziel geht z-Koordinate einer Bodenschicht oder Bodenparameter als zu schätzender Kennwert in die Variographie und die Krigingberechnung ein. Für die räumliche Variographie sind die Lagekoordinaten im Raum bekannt, und Gegenstand der Untersuchung sind zum Beispiel Bodenparameter und –kennwerte. Teilweise wird zeitbezogenes Verhalten erfasst und modelliert, so dass auch der Zeitfaktor als Rechengröße eingehen kann.

#### 4.2. Isotrope Variographie mit Ausgangsdaten

In dieser Arbeit wird ausschließlich die Variographie im isotropen Halbraum durchgeführt, um im Anschluss mit verschiedenen Krigingverfahren Schätzwerte entlang einer Bohrlinie zu erhalten. Referenzdaten liefert dazu der RQD-Wert, mit dem die Bohrgänge belegt sind.

Zur Durchführung der Variographie und im späteren Verlauf des Krigings kommt die an der Bauhaus-Universität an der Professur Grundbau entwickelte Software 'GeoStat' zum Einsatz. Zur Berechnung der experimentellen und theoretischen Variogramme wurden verschiedene Randbedingungen festgelegt. Die isotrope Variographie erfolgte über 3 verschiedene Reichweiten; 540, 900 und 1800 Meter.

Im Einzelnen lauten die Randbedingungen:

Ausdehnung des Gebietes in x-Richtung [m]:	6000
Ausdehnung des Gebietes in y-Richtung [m]:	6000
Ausdehnung des Gebietes in z-Richtung [m]:	110
minimaler Suchradius [m]:	0
maximaler Suchradius [m]:	540...900...1800 = $h_{\max}$
Schrittweite [m]:	30.....50.....100 = $h$
Radiusaufweitung-Toleranzbereich [m]:	15.....25.....50 = $-\Delta h / +\Delta h$

Für Isotropie gilt:

$$-\Delta\alpha = +\Delta\alpha = 180^\circ \text{ entspricht Suchwinkel} = 360^\circ$$

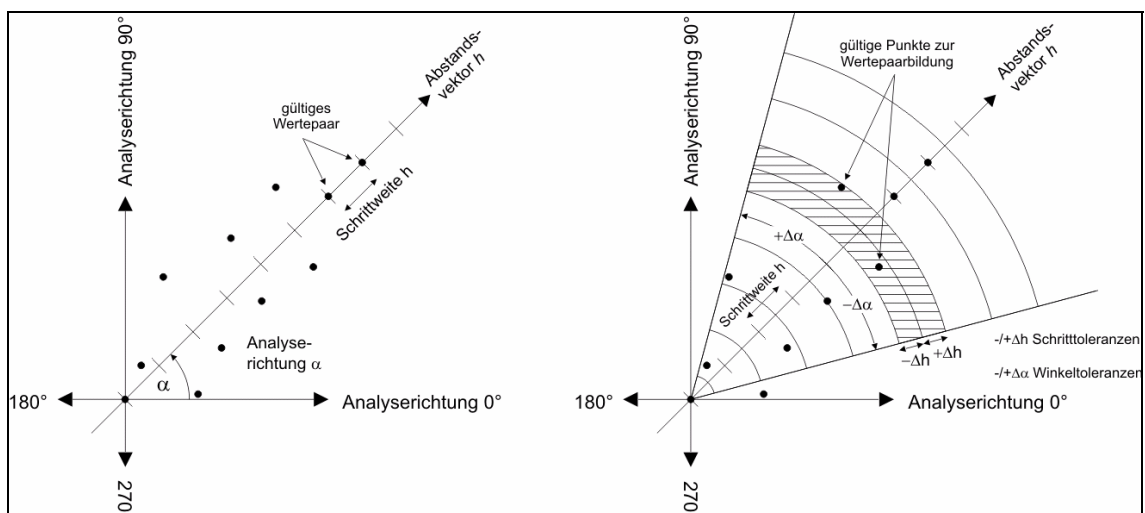


Abbildung 18: Wertepaarbildung mit Toleranzkriterien

Die Ausdehnungsparameter  $x, y$ , des Gebietes sind programmbedingt quadratisch festgelegt, obwohl  $x$  nur 6000 m einnimmt und in Richtung der  $y$ -Achse nur eine Ausdehnung von 1300 m vorliegt. Für die Richtung der  $z$ -Achse ergeben sich einheitlich 110 m. Dieser Bereich deckt alle Höhenordinaten der 30 Meter tiefen Bohrungen ab.

Die Festlegung der Schrittweiten von 30, 50 und 100 Meter wurden einerseits subjektiv ausgewählt, jedoch in Anlehnung an programmbedingte Restriktionen, die an Officeanwendungen gekoppelt sind. Aus der Struktur der Ausgabedateien der Anwendung 'GeoStat' ergab sich ein maximales Verhältnis der größten Suchreichweite zur Schrittweite von

$$\frac{h_{\max}}{h} = 18.$$

Die Festlegung dieser Eigenschaft kann für später durchzuführende Simulationen für andere Anwender von Bedeutung sein und soll deshalb an dieser Stelle genannt werden.

Es ist darauf zu achten, dass das zuvor aufgestellte maximale Verhältnis eingehalten wird, da andernfalls eine Auswertung in Officeanwendungen, die in dieser Form mit den Ergebnisdateien der Anwendung 'GeoStat' für gewöhnlich realisiert wird, nicht durchführbar ist.

Für die drei festgelegten Reichweiten wurde die Variographie im Einzelnen mit den Datensätzen der aufgefüllten Profile durchgeführt. Für den weiteren Verlauf der Arbeit beschränkt sich die Betrachtung auf die Exponentiellen und Gauß'schen Variogrammfunktionen. Sie werden in der Praxis am häufigsten verwendet und liefern die gebräuchlichsten Ergebnisse. Für das Programm 'GeoStat' besteht die Festlegung, dass es ohne Nuggetwerte arbeitet, was dazu führt, dass alle Funktionen im Ursprung beginnen.

Um das Untersuchungsgebiet hinsichtlich der Eigenschaften der Daten zu beurteilen, wird zunächst die isotrope Variographie für den gesamten Datenumfang durchgeführt. Wie Abbildung 19 zeigt, ist in den Variogrammen kein Trend erkennbar, welcher sich durch einen typischen Anstieg am Ende der Funktion zeigen würde. Begonnen wurde mit der Reichweitenuntersuchung von 540 Meter. Wie aus Abbildung 19 zu erkennen ist, sind die am besten angepassten Funktionen an das experimentelle Variogramm die Exponentielle Funktion und die Gauß'sche Funktion.

Die Sphärische Funktion liefert eine zu große Abweichung vom experimentellen Variogramm, besonders in den kleinen Abstandsklassen. Sie wird daher in den weiteren Betrachtungen nicht berücksichtigt.

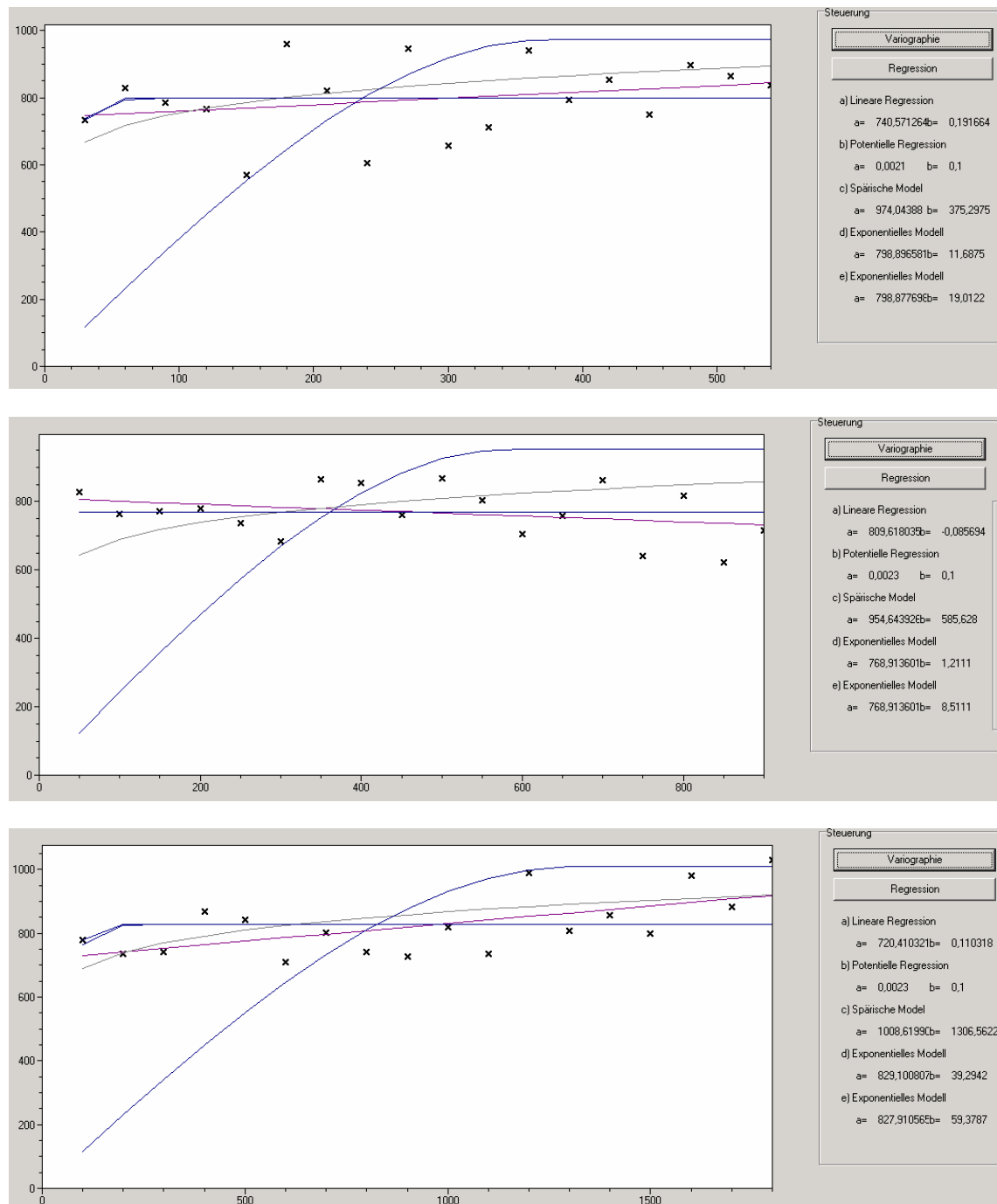


Abbildung 19: experimentelle und theoretische Variogramme des gesamten Datenumfangs für 540, 900 und 1800 m



In Abbildung 19 sind die ermittelten Variogramme für die untersuchten Reichweiten von 540, 900 und 1800 Meter abgebildet.

Die theoretischen Variogramme weisen für alle 3 Berechnungen eine äußerst geringe Reichweite auf, die durch den Parameter b gekennzeichnet ist.

Bei dieser Variante wurden analog zur ersten Simulation die Reichweiten für das Gebiet stufenweise erhöht. In der nachfolgenden Tabelle sind die Parameterwerte a und b der angepassten theoretischen Variogramme Datensatzweise in Abhängigkeit von der Untersuchungsreichweite und dem Funktionstyp aufgeführt.

	Funktionstyp					
alle Punkte	sphärisch		exponentiell		gauß	
Reichweite [m]	a	b	a	b	a	b
540	974,044	375,298	798,897	11,688	798,878	19,012
900	954,644	585,628	768,914	1,211	768,914	8,511
1800	1008,620	1306,560	829,101	39,294	827,911	59,379

ohne BK71.06	a	b	a	b	a	b
540	965,955	376,262	792,269	11,529	792,240	18,855
900	942,715	582,039	756,861	1,211	756,861	8,411
1800	999,558	1.318,630	822,314	41,606	820,887	60,862

ohne BK4043.00	a	b	a	b	a	b
540	970,753	372,372	796,214	11,143	796,250	18,574
900	953,308	588,587	771,486	1,211	771,486	8,311
1800	1.018,990	1.317,400	836,989	41,237	835,648	60,891

Tabelle 3: Variogrammparameter a,b der einzelnen Datensätze

Der Parameter a kennzeichnet bei dieser Darstellung den Schwellenwert und Parameter b die Reichweite.

Der Verlauf der theoretischen Variogramme ergibt sich durch die Anpassung einer Funktion über die Summe der kleinsten Quadrate an das experimentelle Variogramm.

Aus dem Vergleich der Ergebnisse für den Datensatz mit allen Punkten und denen ohne BK 71.06 und BK 4043.00 ergeben sich ähnliche Funktionsparameter. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die dezimierten Datensätze die gleichen Eigenschaften für den Untersuchungsraum widerspiegeln und ebenfalls repräsentativ sind. Auffallend ist die geringe Reichweite  $b$  bei der exponentiellen und der gauß'schen Funktion, die Daten korrelieren nur in sehr kleinen Abständen miteinander, was bedeutet, dass die regionalisierten Variablen nur im kleinen Maßstab gegenseitigen Einfluss nehmen. Sie stehen nur geringfügig und über kurze Distanzen in Beziehung zueinander.

Die ermittelten Standardabweichungen und Mittelwerte der 3 Datensätze sehen wie folgt aus:

	Mittelwert	Standardabweichung
alle Punkte	36,25	28,41
ohne BK71.06	35,89	28,34
ohne BK4043.00	36,40	28,61

*Tabelle 4: Mittelwerte und Standardabweichungen der Datensätze*

Auffallend ist die sehr hohe Standardabweichung im Datensatz bei einem gleichzeitig relativ kleinen Mittelwert. Sie resultieren daraus, dass keine Unterteilungen in Schichten und somit auch keine Aufsplittung in verschiedene Berechnungseinheiten vorgenommen werden. Vielmehr gehören alle vorhandenen Werte des Spektrums von Null bis 100 einer Grundgesamtheit hat, die geschlossen in alle Berechnungen eingeht.

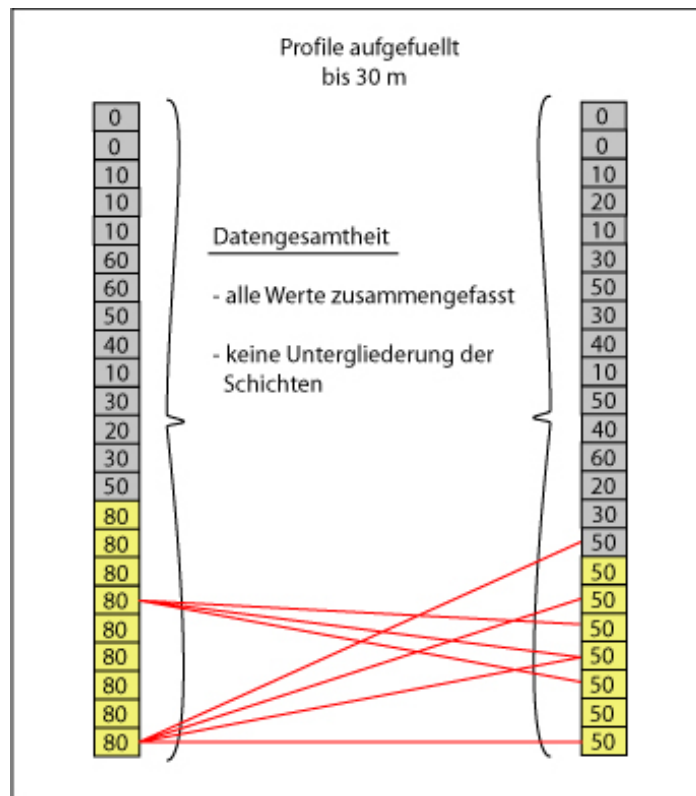


Abbildung 20: Problem der Wertepaarbildung für die Variographie

Durch das Zusammenfassen aller Daten in einem Datensatz lassen sich, wie in Abbildung 20 zu sehen, eine Vielzahl an Punktpaaren bilden. Allein aus 2 Bohrprofilen, die zu einer Abstandsklasse gehören, lassen sich 900 Datenpaare bilden, die in die Bestimmung des experimentellen Variogramms eingehen. In Tabelle 5 ist die gefundene Anzahl der Punktpaare pro Abstandsklasse für die Datensätze BK 71.06 dargestellt.

	Schrittweite		mit $\Delta -15/+15$ m															
Suchreichweite = 540 m	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360	390	420	450	480	510	540
alle Punkte	8783	12187	10951	19939	16904	12501	21830	22845	14546	14647	14503	19800	12600	12600	11699	11656	21151	21137
ohne 71.06	8663	11287	9151	18139	16904	11601	21830	22351	12340	12847	13603	19800	12600	12600	11699	10756	16651	21137
	Schrittweite		mit $\Delta -30/+30$ m															
Suchreichweite = 900 m	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900
alle Punkte	14410	26455	25010	30660	34961	22595	28785	21600	18575	29531	28394	18894	26957	17149	18900	23033	16539	22528
ohne 71.06	13495	22868	24997	29760	32261	20795	27885	21600	18575	24131	28394	18894	24257	16249	18900	23033	13839	22528
	Schrittweite		mit $\Delta -50/+50$ m															
Suchreichweite = 1800 m	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800
alle Punkte	47282	64093	47923	49205	57895	35100	45872	36928	42300	40500	28800	38700	27900	44100	32400	30600	30600	27900
ohne 71.06	42782	63193	42523	49205	52495	35100	42272	36928	39600	38700	27900	36900	27000	43200	31500	30600	29700	27000

Tabelle 5: Anzahl der ermittelten Punktpaare

Die hohe Anzahl an Paaren pro Abstandsklasse ist mit der großen Kombinationsmöglichkeit innerhalb der Aufschlusspunkte einer Abstandsklasse zu erklären. Die erforderliche Anzahl an Punktpaaren wird um eine Vielzahl übertroffen.

#### 4.3. Geostatistische Interpolation, Kriging

"Beim Kriging handelt es sich um ein Schätzverfahren, bei dem aus Daten einer ortsabhängigen Variablen und aus Variogrammeigenschaften auf Werte dieser Variablen an anderen Orten des Untersuchungsgebietes geschlossen wird." [4]

Das Ergebnis der Schätzung wird maßgeblich von der Qualität der Eingangsdaten und dem ausgewählten Krigingverfahren beeinflusst. Um die Ergebnisse hinsichtlich ihrer Qualität vergleichen zu können, werden die Parameter in der Variographie und auch für die Krigingverfahren variiert. Als Krigingvarianten gehen in die Untersuchung das Ordinary Kriging und das Universal Kriging mit linearer Ansatzfunktion ein. Als Ansatzfunktionen aus der isotropen Variographie kommen die experimentelle und die gauß'sche Funktion zum Einsatz. Sie lieferten die am besten angepassten theoretischen Variogramme. Der Kurvenverlauf der sphärischen Funktion weist zu große Abweichungen vom experimentellen Variogramm auf, besonders für die kleinen Abstandsklassen. Daher findet der sphärische Funktionstyp an dieser Stelle keine weitere Beachtung bei den geostatistischen Untersuchungen mittels Kriging.

In Abbildung 21 sind die einzelnen Schritte und durchgeführten Berechnungsvarianten der Kriginguntersuchungen aufgeführt.

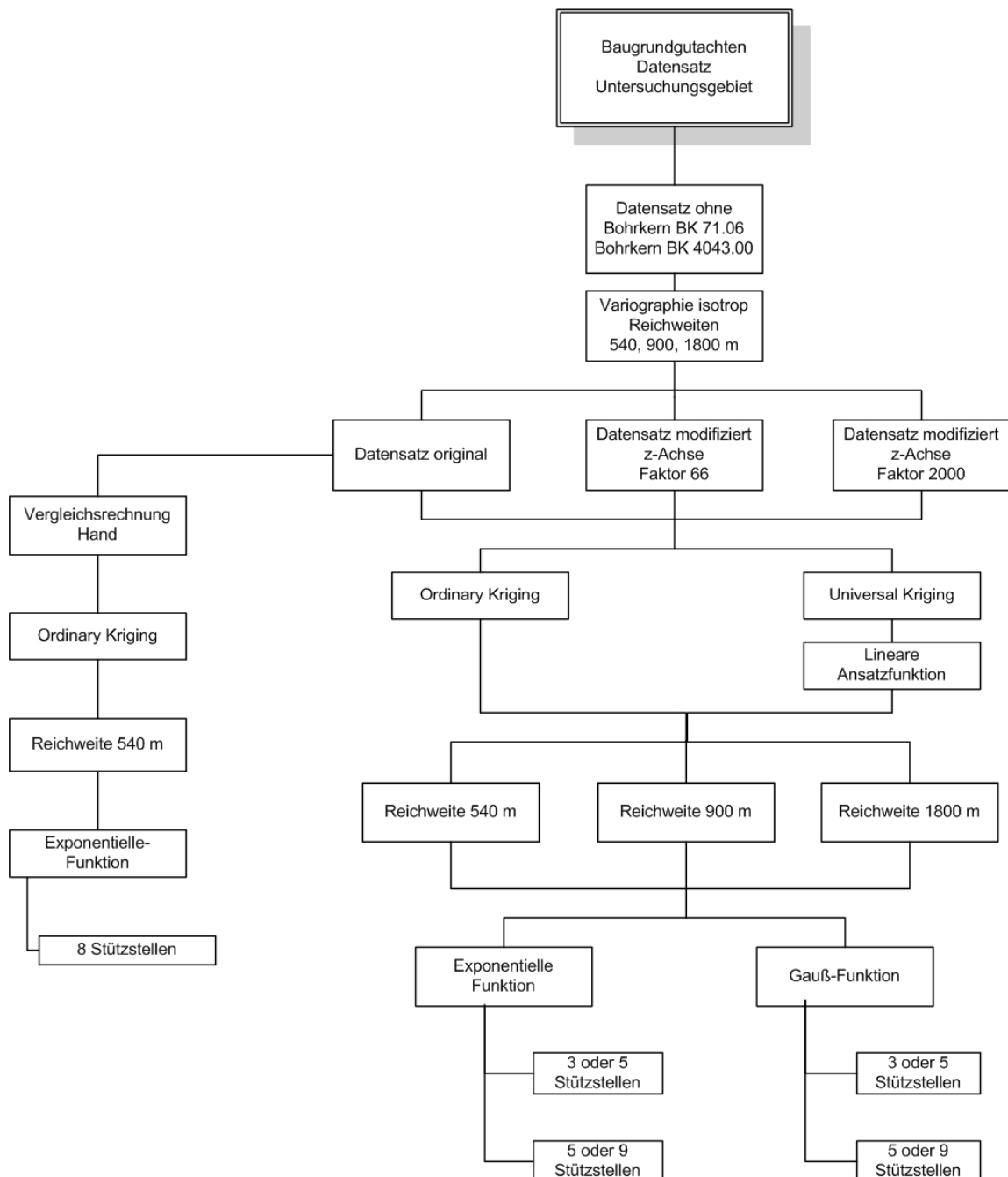


Abbildung 21: Übersicht der Berechnungsansätze

#### 4.3.1. Ordinary Kriging mit originalem Datensatz

Im ersten Schritt wurden die Variographieergebnisse im Ordinary Kriging mit der exponentiellen Funktion als Berechnungsvorschrift angewendet. Auch hier wurden alle 3 Reichweiten von 540 m bis 1800 m betrachtet.

Variiert wurde auch bei der Anzahl der Stützstellen, um den Einfluss auf die erzeugten Ergebnisse beobachten zu können. Es wurde mit 5 und 9 Stützstellen gerechnet.

Die Festlegung der Anzahl kann willkürlich vom Benutzer festgelegt werden. Nachfolgend sind in Tabellenform die Ergebnisse der Rechnungsgänge dargestellt.

BK 71.06	Ordinary Original_5 e-Funktion			BK 71.06	Ordinary Original_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	1	3	0	0	11	13	10
0	1	3	0	0	11	13	10
0	1	3	0	0	11	13	10
50	1	3	0	50	11	13	10
50	22	14	24	50	11	13	10
60	22	14	24	60	11	13	10
20	12	18	11	20	19	17	20
80	8	18	6	80	16	17	15
60	25	26	25	60	9	17	7
80	37	29	39	80	25	25	25
90	16	17	15	90	49	37	53
80	29	25	30	80	34	33	35
60	48	41	49	60	15	24	12
80	27	35	26	80	26	28	25
90	10	26	7	90	31	32	30
80	10	26	7	80	31	32	30
80	56	42	58	80	43	40	44
80	25	26	25	80	44	43	45
80	40	38	40	80	66	49	72
80	41	45	40	80	29	37	27
50	54	53	55	50	22	36	18
30	34	45	31	30	37	42	36
50	54	51	55	50	37	41	36
50	36	39	35	50	33	39	31
50	48	41	49	50	51	43	53
50	48	41	49	50	51	43	53
50	30	30	30	50	35	35	35
50	30	30	30	50	35	35	35
50	30	30	30	50	35	35	35
50	30	30	30	50	35	35	35

Tabelle 6: Ordinary Kriging, Ergebnisse BK 71.06 mit 5 und 9 Stützstellen

Der linke Teil stellt die Ergebnisse des Ordinary Kriging mit 5 Stützstellen dar und der rechte Teil mit 9 Stützstellen. Zur besseren Vergleichbarkeit sind die direkt nach dem Bohrgang bestimmten Werte des zugehörigen Aufschlußpunktes in grau dargestellt.

Die Krigingergebnisse weichen sehr stark von den realen Daten ab, was in der nachfolgenden Tabelle und der graphischen Darstellung sehr gut zu erkennen ist.

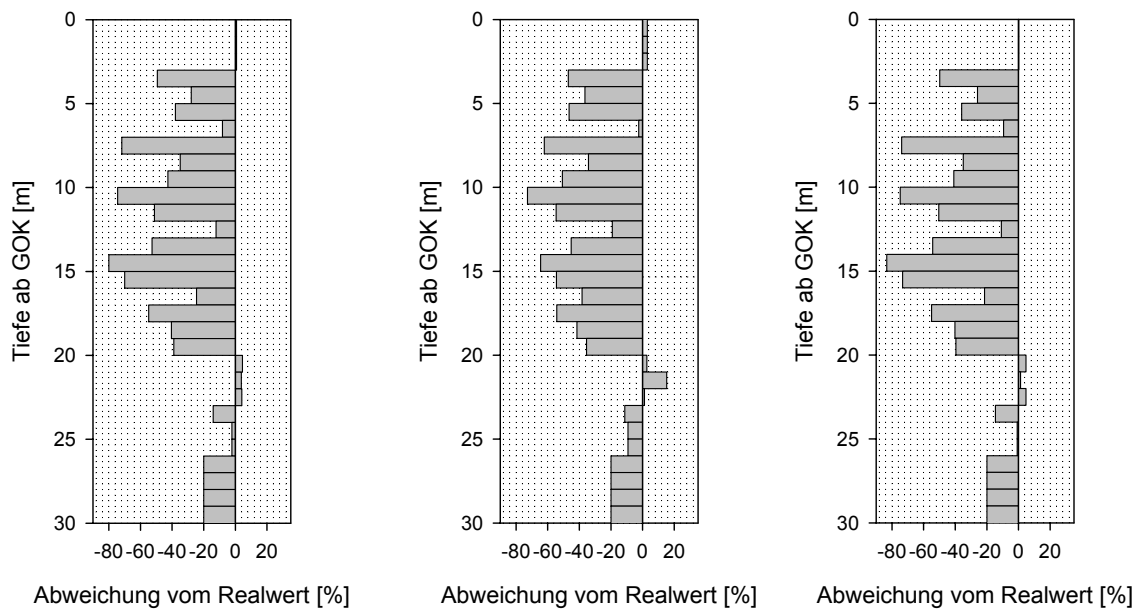
BK 71.06	Diff. von Ordinary Original_5 e-Funktion			BK 71.06	Diff. von Ordinary Original_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	1	3	0	0	11	13	10
0	1	3	0	0	11	13	10
0	1	3	0	0	11	13	10
50	-49	-47	-50	50	-39	-37	-40
50	-28	-36	-26	50	-39	-37	-40
60	-38	-46	-36	60	-49	-47	-50
20	-8	-2	-9	20	-1	-3	0
80	-72	-62	-74	80	-64	-63	-65
60	-35	-34	-35	60	-51	-43	-53
80	-43	-51	-41	80	-55	-55	-55
90	-74	-73	-75	90	-41	-53	-37
80	-51	-55	-50	80	-46	-47	-45
60	-12	-19	-11	60	-45	-36	-48
80	-53	-45	-54	80	-54	-52	-55
90	-80	-64	-83	90	-59	-58	-60
80	-70	-54	-73	80	-49	-48	-50
80	-24	-38	-22	80	-37	-40	-36
80	-55	-54	-55	80	-36	-37	-35
80	-40	-42	-40	80	-14	-31	-8
80	-39	-35	-40	80	-51	-43	-53
50	4	3	5	50	-28	-14	-32
30	4	15	1	30	7	12	6
50	4	1	5	50	-13	-9	-14
50	-14	-11	-15	50	-17	-11	-19
50	-2	-9	-1	50	1	-7	3
50	-2	-9	-1	50	1	-7	3
50	-20	-20	-20	50	-15	-15	-15
50	-20	-20	-20	50	-15	-15	-15
50	-20	-20	-20	50	-15	-15	-15
50	-20	-20	-20	50	-15	-15	-15

Tabelle 7: Abweichung der Krigingergebnisse BK71.06

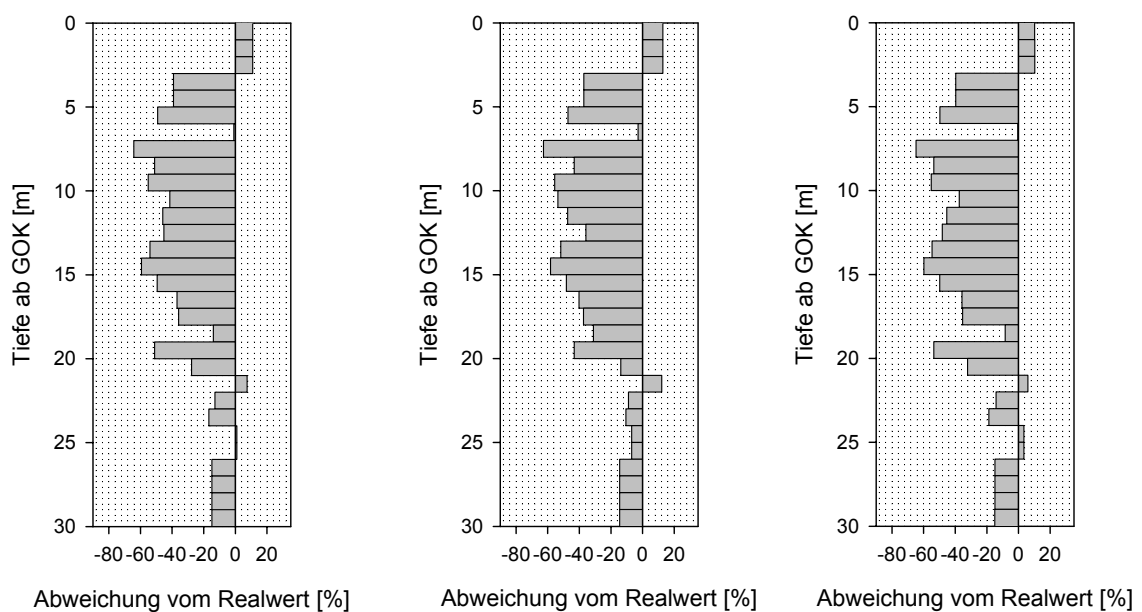
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung des originalen Datensatzes

(ungestreckt in z-Achse)

mit 5 Stützstellen:



mit 9 Stützstellen:





Die graphische Darstellung macht die erheblichen Abweichungen deutlich. Dabei kommt es fast immer zu einer Unterschätzung der Boden- beziehungsweise Felsparameter. Die Tabellen und Graphiken der weiteren Krigingergebnisse sind im Anhang dargestellt.

Es ist davon auszugehen, dass innerhalb der Programmroutinen der Software 'GeoStat' die absolut nächsten Punkte zur Berechnung herangezogen werden. Das bedeutet für die gestapelten Punktwerte in den Profilen die Möglichkeit, dass an dieser Stelle 5 oder 9 Stützstellen aus ein und demselben Nachbarprofil zur Berechnung benutzt werden. Punkte, die weiter entfernt liegen, wenn auch nur gering, und aus einem anderen Nachbarprofil stammen, werden nicht beachtet. Es besteht keine gesonderte Möglichkeit die Auswahl zu steuern. Wünschenswert ist jedoch mehrere Stützstellen aus unterschiedlichen benachbarten Punkten in das Kriging einzubeziehen.

#### 4.3.1.1 Vergleichsrechnung mit benutzerdefinierter Auswahl der Stützstellen

Um die Ergebnisse aus der Programmberechnung vergleichen zu können, wird eine Handrechnung für das Ordinary Kriging durchgeführt. Die Auswahl der Stützstellen erfolgt hier subjektiv. Durch die Lage von BK 71.06 werden 8 Stützstellen herangezogen, da der Bohrkern von 4 benachbarten Punkten direkt umgeben ist. Die Stützstellen wurden so ausgewählt, dass sie dem gleichen Oberflächenniveau in Bezug auf die Geländeoberkante entsprechen, wie der Schätzpunkt selbst.

Anzahl der Stützstellen: 8 Reichweite: 540 m

Modell: e-Funktion mit  $a = 792.257$  und  $b = 11.341$

Matrize  $\gamma$  enthält die berechneten Werte für die exponentielle Funktion und Vektor  $v$  die Werte für die Abstände des Schätzpunktes zur entsprechenden Stützstelle.

$$\gamma_{i,j} = a \cdot \left( 1 - e^{-\frac{|s_{i,j}|}{b}} \right)$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0 & 66.866 & 792.255 & 792.255 & 792.236 & 792.237 & 792.242 & 792.247 & 1 \\ 66.866 & 0 & 792.255 & 792.255 & 792.236 & 792.237 & 792.247 & 792.247 & 1 \\ 792.255 & 792.255 & 0 & 66.866 & 727.439 & 792.247 & 792.251 & 792.251 & 1 \\ 792.255 & 792.255 & 66.866 & 0 & 792.247 & 792.247 & 792.251 & 792.251 & 1 \\ 792.236 & 792.236 & 727.439 & 792.247 & 0 & 66.866 & 792.257 & 792.257 & 1 \\ 792.237 & 792.237 & 792.247 & 792.247 & 66.866 & 0 & 792.257 & 792.257 & 1 \\ 792.242 & 792.247 & 792.251 & 792.251 & 792.257 & 792.257 & 0 & 66.866 & 1 \\ 792.247 & 792.247 & 792.251 & 792.251 & 792.257 & 792.257 & 66.866 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \nu = \begin{pmatrix} 790.416 \\ 790.418 \\ 791.431 \\ 791.431 \\ 792.127 \\ 792.126 \\ 792.208 \\ 792.209 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die Wichtungsfaktoren ergeben sich zu

$$\lambda = \begin{pmatrix} 0.127 \\ 0.127 \\ 0.084 \\ 0.164 \\ 0.083 \\ 0.164 \\ 0.125 \\ 0.125 \\ 190.354 \end{pmatrix}$$

Der Ergebnisvektor der Schätzwerte  $s$  zeigt nur Verbesserungen der Krigingergebnisse im unteren Drittel des Bohrprofils. Im oberen und mittleren Bereich bestehen weiterhin erhebliche Abweichungen zu den reellen Werten. Die Ähnlichkeit der Ergebnisse lässt die Schlussfolgerung zu, dass das Programm GeoStat im Rahmen seiner Möglichkeiten eine geeignete Punktauswahl trifft und zuverlässig arbeitet.

$$\begin{array}{ccc}
 s^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 7 \\ 11 \\ 11 \\ 11 \\ 27 \\ 30 \\ 31 \\ 25 \\ 27 \\ 25 \\ 38 \\ 51 \\ 45 \\ 33 \\ 33 \\ 31 \\ 32 \\ 42 \\ 46 \\ 50 \\ 53 \\ 45 \\ 44 \\ 40 \\ 42 \\ 45 \\ 43 \end{pmatrix} & s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 50 \\ 50 \\ 60 \\ 20 \\ 80 \\ 60 \\ 80 \\ 90 \\ 80 \\ 60 \\ 80 \\ 90 \\ 80 \\ 60 \\ 80 \\ 80 \\ 50 \\ 30 \\ 50 \\ 50 \\ 50 \\ 50 \\ 50 \\ 50 \\ 50 \end{pmatrix} & \text{Differenz} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 7 \\ -39 \\ -39 \\ -49 \\ 7 \\ -50 \\ -29 \\ -55 \\ -63 \\ -55 \\ -22 \\ -29 \\ -45 \\ -47 \\ -47 \\ -49 \\ -48 \\ -38 \\ -4 \\ 20 \\ 3 \\ -5 \\ -6 \\ -10 \\ -8 \\ -5 \\ -7 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Um die Auswirkungen auf die Schätzergebnisse zu untersuchen, werden die Eingangsdaten modifiziert. Deshalb wird an dieser Stelle auf weitere Schätzungen für das Ordinary Kriging mit der gauß'schen Variogrammfunktion und für das Universal Kriging verzichtet. Es ist davon auszugehen, dass auch hier keine Verbesserung in den Ergebnissen eintritt. Im folgenden werden zwei neue Datensätze erstellt. Sie ergeben sich aus dem bisher verwendeten originalen Datensatz.

#### 4.3.2 Modifizierung der Eingangsdaten

Um die Datenbasis zu bearbeiten, stehen verschiedene Möglichkeiten zur Auswahl. Oftmals wird für räumliche Betrachtungen der 3d-Datensatz so verändert, dass anschließend die Untersuchungen mit zweidimensionalen Daten durchgeführt werden kann. Die Eliminierung der räumlichen Komponente wird erreicht, indem mehrere Datensätze erzeugt werden, die nur die Kennwerte je Schicht enthalten. Es wird also

der Untersuchungsraum in Schichten zerlegt, mit zweidimensionalen Daten berechnet und anschließend wieder zum dreidimensionalen Datensatz zusammengesetzt.

Ziel dieser Arbeit ist jedoch die Berechnung der Schätzpunkte unter Einbeziehung aller erfassten Punkte. Eine gesonderte Aufsplittung in Schichten soll nicht erfolgen. Damit ist unumgänglich, dass alle drei Raumkomponenten  $x$ ,  $y$  und  $z$  im Datensatz enthalten sein müssen, da sonst keine eindeutige Zuordnung von Aufschlusspunkt und Kennwert möglich ist.

Aus den Berechnungen der statistischen Lageparameter im Programm 'GeoStat' ergab sich ein Verhältnis der mittleren Ortsabstände in der  $xy$ -Ebene zum mittleren Abstand in  $z$ -Richtung von 66. Um ein gleichmäßiges Gitter zu schaffen wird die  $z$ -Komponente im Datensatz mit Faktor 66 belegt. Daraus ergibt sich der neue Datenbasis für die Variographie und das Kriging.

#### **4.3.2.1 Variographie isotrop mit modifiziertem Datensatz, Faktor 66**

Verändert hat sich die Ausdehnung des Gitters in  $z$ -Richtung. Im Einzelnen lauten die Randbedingungen für die weiteren Berechnungen:

Ausdehnung des Gebietes in $x$ -Richtung [m]:	6000
Ausdehnung des Gebietes in $y$ -Richtung [m]:	6000
Ausdehnung des Gebietes in $z$ -Richtung [m]:	7300
minimaler Suchradius [m]:	0
maximaler Suchradius [m]:	540...900...1800 = $h_{\max}$
Schrittweite [m]:	30.....50.....100 = $h$
Radiusaufweitung-Toleranzbereich [m]:	15.....25.....50 = $-\Delta h / + \Delta h$

Der Verlauf der theoretischen Variogramme zeigt deutliche Unterschiede zu den ermittelten Funktionsverläufen im originalen Datensatz. Eine Verbesserung der Kurven ist besonders in den kleinen Abstandsklassen zu beobachten. Durch die Vergrößerung der vertikalen Abstände um den Faktor 66 verschiebt sich die Anzahl der gefundenen Punktepaaire in die höheren Abstandsklassen.

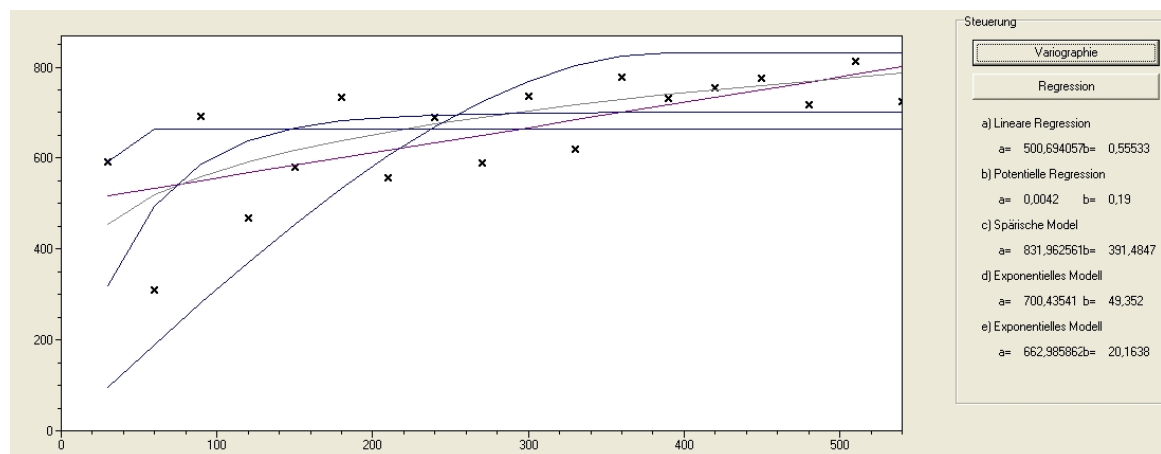


Abbildung 22: veränderte Variogramme nach Modifizierung

Auffallend ist auch die generelle Abnahme der Anzahl an gefundenen Paaren. Das ist zu erklären mit den Abständen innerhalb eines Profils. Waren vorher Distanzen von 1 Meter in z-Richtung gegeben, so ergeben sich im modifizierten Datensatz Abstände von 66 Meter für die Punkte in vertikaler Richtung. Somit werden keine Punktpaare in den Abstandsklassen bis 30 Meter gefunden. Sie verlagern sich in die oberen Abstandsklassen.

Es werden weiterhin ausreichend Punktpaare in horizontaler und auch vertikaler Schichtung gefunden und in die Berechnung einbezogen.

	Schrittweite		mit $\Delta$ -15/+15 m															
Suchreichweite = 540 m	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360	390	420	450	480	510	540
ohne 71.06_mal66	59	2112	1088	3124	2226	2635	4568	4079	5830	4020	6141	4736	6423	5336	5322	6617	5717	8655

	Schrittweite		mit $\Delta$ -25/+25 m															
Suchreichweite = 900 m	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900
ohne 71.06_mal66	2171	1940	5252	6449	8264	7245	9297	10302	9608	9505	12850	12681	12818	12321	13165	14646	14326	13843

	Schrittweite		mit $\Delta$ -50/+50 m															
Suchreichweite = 1800 m	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800
ohne 71.06_mal66	7001	12023	17250	18663	22553	23643	26314	27527	29599	30644	30501	31433	28398	28156	26995	26581	25978	25965

Tabelle 8: ermittelte Punktpaare im modifizierten Datensatz mit Faktor 66

Die Funktionsparameter ergeben sich wie folgt:

	Funktionstyp					
	sphärisch		exponentiell		gauß	
ohne BK71.06	a	b	a	b	a	b
540	831,963	391,485	700,435	49,352	662,986	20,164
900	882,669	629,708	741,195	80,869	718,459	62,076
1800	963,134	1.236,030	798,475	135,106	780,268	114,090

Tabelle 9: Funktionsparameter des veränderten Datensatzes mit Faktor 66

Auffallend sind die Reichweiten  $b$ , die sich im Vergleich zum Original erheblich verändert haben. Ob die Veränderungen Auswirkungen auf die Ergebnisse haben, muss im Kriging untersucht werden.

#### 4.3.2.2 Variographie isotrop mit modifiziertem Datensatz, Faktor 2000

Im zweiten modifizierten Datensatz, der ebenfalls auf dem Originaldatensatz basiert, wurden die Abstände in  $z$ -Richtung mit Faktor 2000 belegt. Die Abstände werden in  $z$ -Richtung weit gestreckt. Damit wird beabsichtigt, nur Punkte in der horizontalen Schnittebene  $xy$  einzubeziehen, der Einfluss von Punkten die im gleichen Profil liegen soll vernachlässigt beziehungsweise ausgeschlossen werden. Der Originalabstand der Punkte in  $z$ -Richtung betrug ursprünglich 1 Meter, die in diesem Datensatz auf 2000 Meter ansteigen. Bei einer maximalen Untersuchungsreichweite von 1800 Meter werden bei der Variographie keine Punktpaare in vertikaler Richtung mehr gebildet.

Die Distanzen in horizontaler Richtung bleiben bestehen, so dass sie gegenüber den vertikalen Abständen sehr gering sind. Die Randbedingungen für die Variographie bleiben wie im modifizierten Datensatz mit Faktor 66 bestehen, es ändert sich nur:

Ausdehnung des Gebietes in  $z$ -Richtung [m]: 217500

Mit dieser Modifikation wird fast eine ebene Untersuchung bei der Variographie und beim Kriging erreicht. Der Verlauf der theoretischen Variogramme ähnelt bei der geringen Reichweitenuntersuchung von 540 Meter dem Variogramm des modifizierten Datensatzes mit Faktor 66 für die gleiche Reichweite. Für die beiden Reichweiten von 900 und 1800 Meter lässt sich der Verlauf der Funktionen mit dem originalen Datensatz vergleichen. Sie zeigen einen äußerst geradlinigen Verlauf in den oberen Abstandsklassen, der Knick zum Ursprung erfolgt abrupt.

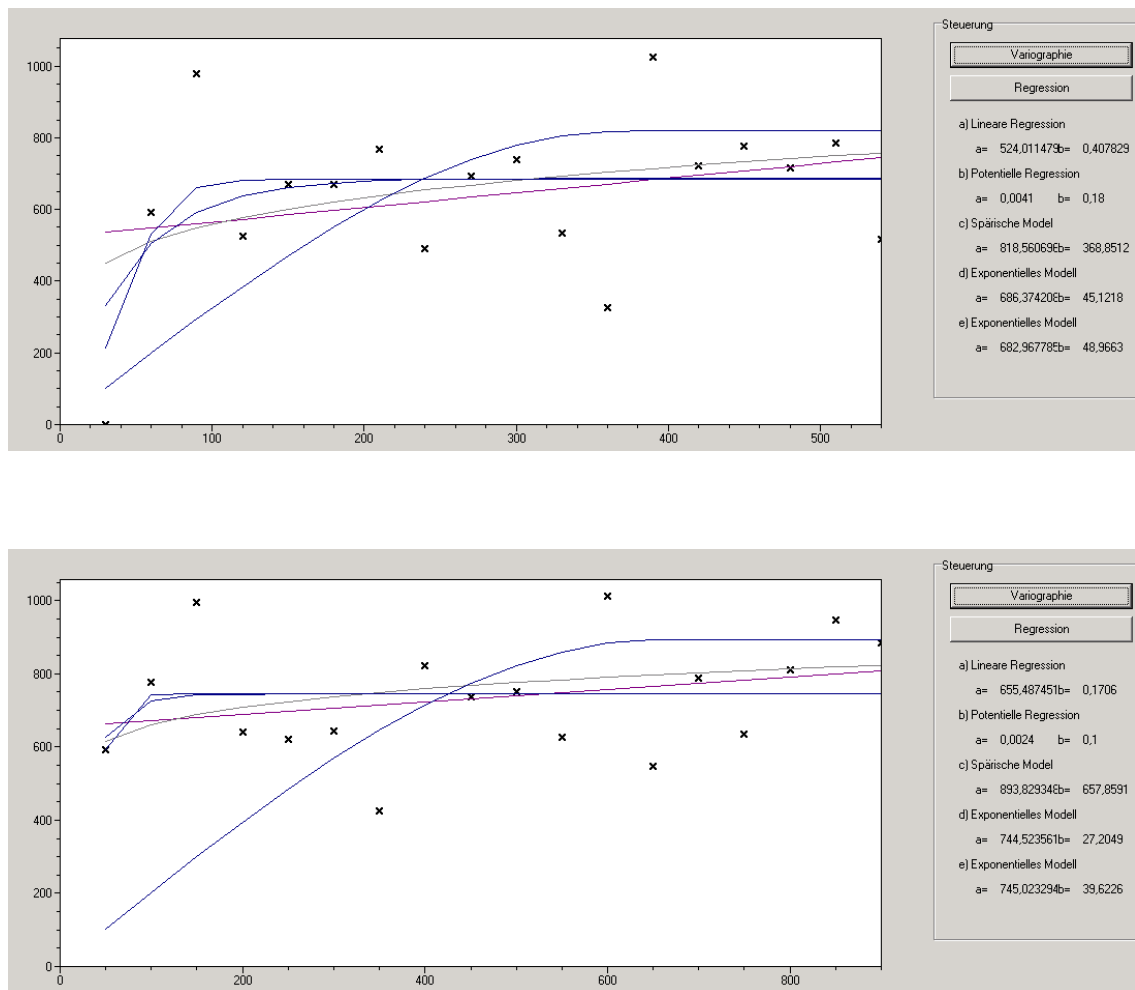


Abbildung 23: Variogrammfunktionen für Reichweite 540 u. 900 m bei Faktor 2000

Jedoch weisen die Funktionsparameter der exponentiellen und gauß'schen Funktionen für die Reichweite b größere Werte auf.

	Funktionstyp					
	sphärisch		exponentiell		gauß	
ohne BK71.06	a	b	a	b	a	b
540	818,561	368,851	686,374	45,122	682,968	48,966
900	893,829	657,859	744,524	27,205	745,023	39,623
1800	954,026	1.196,110	762,139	39,000	760,871	58,275

Tabelle 10: Funktionsparameter im Datensatz Faktor 2000

Trotzdem die Reichweiten sich erhöht haben, dürfte es keinen größeren Einfluß auf das Kriging haben, da der mittlere Punkteabstand in der xy-Richtung 66 Meter beträgt und die ermittelten Reichweiten  $b$  darunter liegen.

Nachfolgend ist die Anzahl der für diesen Datensatz ermittelten Punktpaare je Abstandsklasse zusammengefasst. Durch die Streckung der z-Achse über die größte Reichweitenuntersuchung hinaus ergeben sich nur noch Punktpaare in der xy-Ebene, die Anzahl beträgt einen Bruchteil gegenüber den vorhergegangenen Untersuchungen.

	Schrittweite		mit $\Delta$ -15/+15 m															
Suchreichweite = 540 m	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360	390	420	450	480	510	540
ohne 71.06_mal2000	0	26	55	44	46	65	132	89	161	155	125	115	151	384	181	206	155	229

	Schrittweite		mit $\Delta$ -25/+25 m															
Suchreichweite = 900 m	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900
ohne 71.06_mal2000	26	99	57	186	250	232	163	499	264	314	316	379	605	531	361	415	445	701

	Schrittweite		mit $\Delta$ -50/+50 m															
Suchreichweite = 1800 m	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800
ohne 71.06_mal2000	171	286	488	666	658	876	918	874	1194	990	1104	1380	1033	1428	1189	1133	1327	1064

Tabelle 11: Anzahl Punktpaare im modifizierten Datensatz mit Faktor 2000

#### 4.5 Kriging mit den modifizierten Datensätzen, Faktor 66 und 2000

Die ermittelten Krigingergebnisse mit den Modifizierungen sind im Anhang zu finden. Sie weisen keine Verbesserung der geschätzten Bohrprofilaten auf, die ursprünglich mit der Veränderung der Ausgangsdaten bezweckt wurde.

Die durchgeführten Berechnungen wurden ebenso auf den Bohrkern BK 4043.00 angewandt, um einen Vergleich in der Ergebnisschätzung zu erhalten.

Die Ergebnisse des Vergleichspunktes BK 4043.00, der aus einer Region mit weniger Kennwerten stammt, zeigt ein äquivalentes Verhalten in der Schätzung. Die ermittelten Werte und Diagramme sind ebenfalls im Anhang nachzuschlagen.

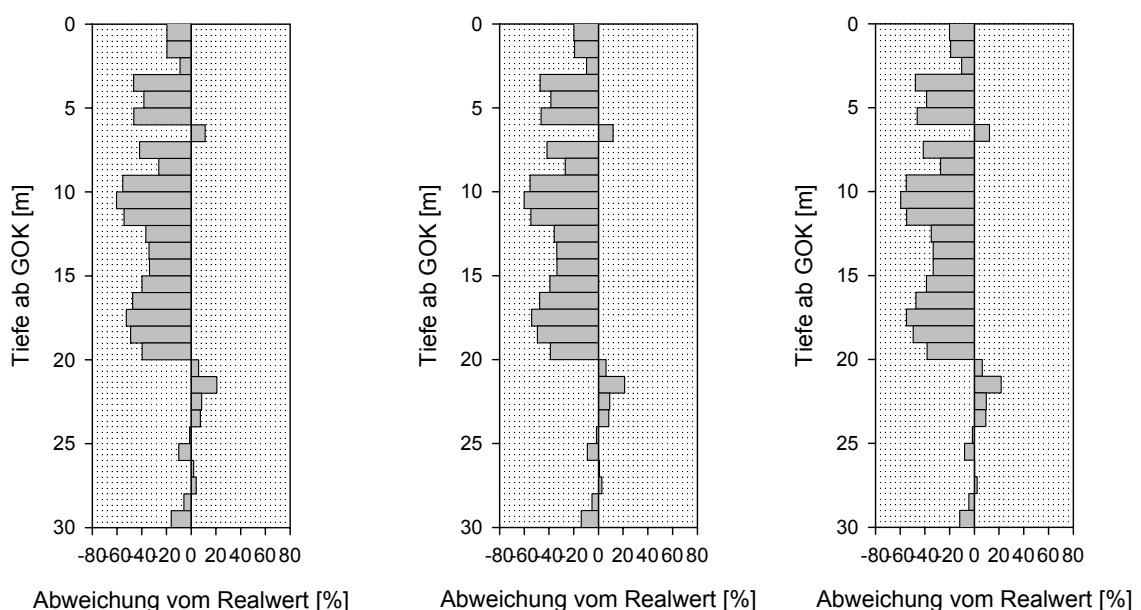
#### 4.6 Anwendung der Kreuzvalidation

Als zusätzliches Verfahren zur Bestimmung der Güte der Schätzungen wurde im Abschnitt 3.6.4 auf die Kreuzvalidation eingegangen. Mit dieser Methode wird im folgenden versucht eine geeignete Bestimmung von Kennwerten zu vollziehen.



Da dieses Verfahren sehr aufwendig ist und in der Software 'Geostat' noch nicht implementiert ist, werden im folgenden Einschränkungen gemacht, welche die Abarbeitung erleichtern sollen.

Die Kreuzvalidation sieht vor, jeden Punkt der Bestandteil der Datengesamtheit ist unter Auslassen desselben in der Variographie, zu schätzen und anschließend durch Bestimmen der Differenz aus Realisation und Schätzung  $[z_i - z_i^*]$  die Güte zu ermitteln. Es ist leicht nachzuvollziehen, dass der Rechenaufwand bei vielen Eingangsdaten erheblich ansteigt. Für die in dieser Berechnung vorhandenen 56 Bohrprofile wären dementsprechend ebenso viele Rechnungsgänge notwendig. Um das Verfahren zu testen werden nur 26 der Bohrprofile ausgewählt, um so die Differenzen zu bestimmen. Es wird davon ausgegangen, dass die Auswahl den Untersuchungsraum widerspiegelt und so ein repräsentatives Gesamtbild im Ergebnis vermittelt. Aufgrund des großen Simulationsumfanges, der nötig wäre um für alle bisher durchgeführten Varianten des Krigings die entsprechenden Ergebnisse zu erhalten, wird die Einschränkung gemacht, dass nur das Ordinary Kriging mit 5 Stützstellen und dem originalen Datensatz, der nicht gestreckt ist, getestet wird. Wie bei den vorangegangenen Untersuchungen kann davon ausgegangen werden, dass sich für das Universal Kriging ein äquivalentes Ergebnisbild bezogen auf das Ordinary Kriging ergibt. Der resultierende Aufwand steht bei nichtautomatisierter Abarbeitung in keinem Verhältnis zu den gewonnenen Daten. Nachfolgend sind die Ergebnisse der Berechnung dargestellt.



Güte der Schätzung Korrekturwert	Reichweite 540 m				Reichweite 900 m				Reichweite 1800 m			
	s	ks	r	r-ks	s	ks	r	r-ks	s	ks	r	r-ks
-21	1	-20	0	-20	1	-20	0	-20	1	-20	0	-20
-22	2	-20	0	-20	3	-19	0	-19	3	-19	0	-19
-22	13	-9	0	-9	12	-10	0	-10	12	-10	0	-10
-6	9	3	50	-47	9	3	50	-47	8	2	50	-48
-4	16	12	50	-38	16	12	50	-38	15	11	50	-39
2	12	14	60	-46	12	14	60	-46	12	14	60	-46
3	28	31	20	11	29	32	20	12	29	32	20	12
0	38	38	80	-42	38	38	80	-42	39	39	80	-41
-7	41	34	60	-26	40	33	60	-27	40	33	60	-27
-3	28	25	80	-55	28	25	80	-55	28	25	80	-55
-2	32	30	90	-60	32	30	90	-60	32	30	90	-60
-3	29	26	80	-54	28	25	80	-55	28	25	80	-55
-4	27	23	60	-37	28	24	60	-36	29	25	60	-35
0	46	46	80	-34	46	46	80	-34	47	47	80	-33
-6	62	56	90	-34	62	56	90	-34	63	57	90	-33
-11	51	40	80	-40	52	41	80	-39	52	41	80	-39
-6	39	33	80	-47	39	33	80	-47	39	33	80	-47
-9	37	28	80	-52	36	26	80	-54	34	25	80	-56
-7	38	31	80	-49	38	31	80	-49	38	31	80	-49
-3	43	40	80	-40	44	41	80	-39	45	42	80	-38
-2	58	56	50	6	58	56	50	6	58	56	50	6
-6	57	51	30	21	57	51	30	21	58	52	30	22
-4	63	59	50	9	63	59	50	9	64	60	50	10
-3	60	57	50	7	61	58	50	8	62	59	50	9
-3	52	49	50	-1	51	48	50	-2	51	48	50	-2
-5	45	40	50	-10	46	41	50	-9	47	42	50	-8
-4	56	52	50	2	56	51	50	1	54	50	50	0
-2	56	54	50	4	56	53	50	3	54	52	50	2
-2	46	44	50	-6	47	45	50	-5	48	46	50	-4
0	34	34	50	-16	36	36	50	-14	38	38	50	-12

Tabelle 12: Ergebniskorrektur für Schätzung von BK 71.06 mit Korrekturvektor der Kreuzvariographie ; Ordinary Kriging mit 5 Stützstellen

mit

s.....Schätzwert

ks.....korrigierter Schätzwert

r.....Realisation

r-ks...Realisation – korrigierter Schätzwert = Abweichung von Realisation

Aus den Diagrammen und Tabellenwerten zeigt sich, dass auch mit der Kreuzvalidation nur geringe Verbesserungen in der Schätzung auftreten. Die Korrekturwerte, die sich aus den Berechnungen ergeben, sind in Tabelle 12 in Spalte 1 dargestellt. Sie sind zur Korrektur der geschätzten Profile anzuwenden. Die Ergebnisse für alle 3 Reichweiten für Bohrkern BK 71.06 zeigen mit dem Ordinary Kriging und 5 Stützstellen nur Annäherungen im unteren Drittel des Profils, im oberen Bereich kaum Veränderungen. Der geringe Erfolg steht somit in keinem Verhältnis zum betriebenen Aufwand, solange keine automatisierte Abarbeitung des Verfahrens möglich ist.

## 5 Auswertung

Die Variographie wurde für 3 verschiedene Reichweiten im Untersuchungsgebiet durchgeführt. Die am besten an das experimentelle Variogramm angepassten Variogrammfunktionen waren die exponentielle und die gauß'sche Funktion. Dabei ergab sich bei allen Berechnungen nur eine sehr geringe Reichweite, die immer unterhalb der Entfernungen liegt, die die Datenpunkte untereinander aufweisen. Das theoretische Variogramm legt den Einfluss der Schätznachbarschaft auf das Ergebnis fest. Es ergaben sich beim Ordinary und beim Universal Kriging Ergebnisse mit großen Abweichungen.

Weiter wurde festgestellt, dass die Anzahl, die Lage und auch der Wert der einbezogenen Stützstellen entscheidenden Einfluss auf das Schätzergebnis ausüben. Der mittlere Abstand der Daten in horizontaler Richtung wurde mit 66 Meter festgestellt und liegt somit über der maximalen Reichweite der exponentiellen und gauß'schen Funktion. Dem gegenüber steht ein sehr geringer Abstand von 1 Meter in vertikaler Richtung. Durch die Auswahl der Schätznachbarn über die kleinsten Abstände kann es vorkommen, dass nur Werte aus einem Profil zur Berechnung hinzugezogen werden, obwohl im näheren Umkreis weitere Punkte zur Verfügung stehen. Die räumliche Dichte erweist sich somit als nachteilig bei der Auswahl der Stützstellen zur Berechnung der Krigingergebnisse. Das Strecken der Abstände der Bohrprofile in vertikaler Richtung in den wiederholten Schätzungen zeigt jedoch nur geringe Veränderungen, die allerdings keine nachhaltige Verbesserung darstellen.

Als Ursache kann die Reichweite der theoretischen Variogrammfunktion genannt werden. Dadurch, dass die Schätznachbarschaft ausserhalb der Reichweite liegt, erfolgt weitestgehend nur eine Mittelwertbildung der verwendeten Stützstellen zum Ergebniswert. Die regionale Korrelation, beschrieben durch das Variogramm, hat nur einen direkten Einfluss, wenn die Stützstellen innerhalb der Reichweite liegen.

Aufgrund der Ähnlichkeit der verwendeten Funktionen, liegen die Ergebnisse für die 3 ausgewerteten Reichweiten von 540, 900 und 1800 Meter tendenziell dicht beisammen. Zum Vergleich wurden 2 Punkte betrachtet, um das Verhalten an unterschiedlichen Orten vergleichen zu können. Der Bohrkern BK 71.06 stammt aus einer Region, die dichter beprobt ist und BK 4043.00 aus einer Region, die weniger dicht beprobt ist. Die Schätzwerte für BK 4043.00 zeigen generell eine größere Abweichung. Eine Unterscheidung muss beim verwendeten Krigingverfahren gemacht werden. Es hat sich gezeigt, dass im gestreckten Bereich genauere Schätzergebnisse

mit dem Ordinary Kriging als mit dem Universal Kriging erzielt wurden. Beim Universal Kriging traten teilweise sehr extreme Schätzwerte auf, die in keinem Verhältnis zu den realen Werten stehen. Beim Universal Kriging wurde eine ebene Funktion zum Ansatz gebracht, mit der sich für den Drift eine geneigte Fläche ergab. Die Lage des Schätzpunktes ist Teil der Ansatzfunktion und das Ergebnis ist von seiner Lage abhängig. Der Drift trägt entscheidend zu den Schätzergebnissen bei. Erzeugen die benutzten Stützstellen eine Driftfläche, die in ihrer Lage extrem ist, so treten für die Schätzung ebenfalls zum Teil Extremwerte auf.

Jedoch dieser Umstand allein führt nicht zu den Abweichungen. Hinzu kommt, dass die Schätznachbarn innerhalb von kleinen Abständen stark variierende Datenwerte aufweisen, was als Hauptgrund für die Ergebnisse angenommen werden kann.

Natürlich spielt die Auswahl der Stützstellen eine entscheidende Rolle für das Kriging. Der Benutzer muss entscheiden, mit welcher Anzahl an Stützungen gearbeitet werden soll. Bei der Berechnung stellte sich heraus, dass eine Erhöhung der benutzten Stützstellen zu einer Verschmierung der Ergebnisse führt. Je mehr Werte zur Schätzung benutzt werden, umso näher liegt der Schätzwert am Mittelwert der gesamten Datenbasis. Dieser Umstand folgt wiederum daraus, dass die Stützstellen jeweils die gleiche Gewichtung erhalten, wenn die zur Berechnung hinzugezogenen Realisationen ausserhalb der Reichweite des Variogrammes liegen. Die entspricht der Bildung des arithmetischen Mittels.

Auch die Anordnung der Punkte muss betrachtet werden. Da es sich um ein Linienbauwerk handelt, tritt der sogenannte Abschirmungseffekt auf. Stützstellen, die dementsprechend im Schatten einer dichter am Schätzpunkt befindlichen Stützung liegen und verdeckt werden, müssen eine geringere Gewichtung bei der Ergebnisbildung erhalten.

Von Interesse war auch, wie sich das weitere Strecken des Datensatzes auf die Schätzergebnisse auswirkt. Durch Streckung der vertikalen Abstände mit Faktor 2000 wurde der Einfluss der Kennwerte innerhalb eines Profils eliminiert. Die so berechneten Profile zeigten jedoch keine Verbesserung der Schätzungen. Derartige Verzerrungen sind als nicht sinnvoll und daher zu vermeiden, da so die regionalisierten Eigenschaften der untersuchten Kenngröße innerhalb eines Profils komplett entkoppelt werden. Somit entspricht diese Variante vorzugsweise einer 2-dimensionalen Untersuchung.

Auch die Durchführung der Kreuzvalidation brachte keine Verbesserung in den Ergebnissen. Es müssen geeignete Massnahmen getroffen werden, um zweckmäßige Schätzungen zu erhalten.

Laut der Tatsache, dass im verwendeten Datensatz eine hohe Variabilität auf kleinen Distanzen auftritt, ist es vorteilhaft den gesamten Datenumfang zu kontrollieren und gegebenenfalls in einzelne Homogenbereiche zu unterteilen oder einzelne Blöcke zu bilden, wenn diese erkennbar sind. Auf diesem Weg ist es vorstellbar eine regionalisierte Kreuzvalidation durchzuführen. Somit bilden nur die Daten eines Teilbereiches die Datengesamtheit mit der die Güte für den zu schätzenden Bereich bestimmt wird.

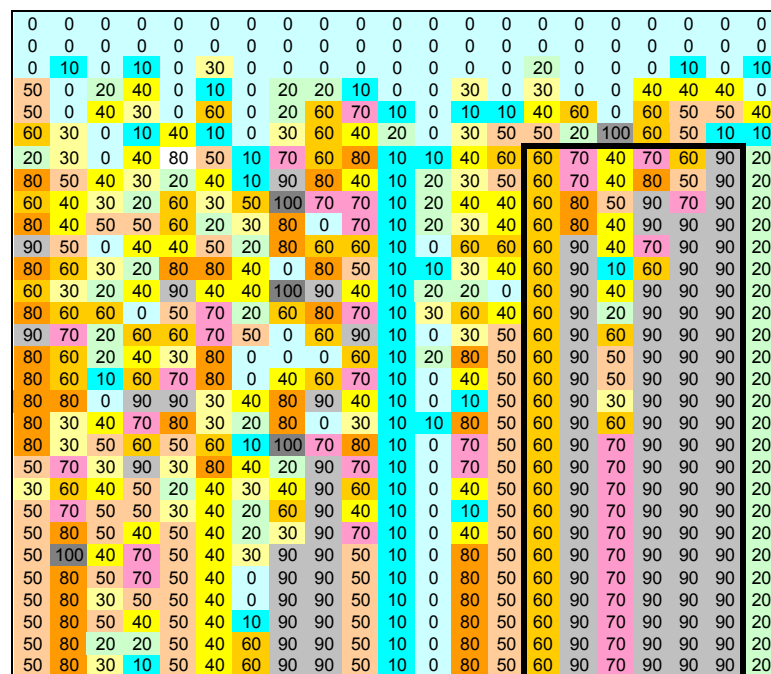


Abbildung 24: Zusammenfassbare Bereiche im Datensatz

So zeigen sich in Abbildung 24 zum Beispiel einige markante Bereiche, die nach dieser Methode unterteilt werden können, was jedoch zu sehr eingeschränkten Datenumfängen führt. Schwerer erweist sich die Bildung eines solchen Blockes im linken Teil. Die hohe Variabilität auf kleinem Raum macht es schwer, geeignete Bereiche zusammenzufassen.

Als weitere Variante zur Verbesserung der Daten kommt die Methode der Smoothing Splines in Betracht. Sie wäre denkbar in den Bereichen, in denen keine Blöcke gebildet werden können. Mit dem Verfahren erfolgt eine nachträgliche Anpassung des Modells an ein Referenzprofil.

Dazu werden Zusatzinformationen nachträglich in die Berechnung integriert. Auch hier sollte ein regional verwandter Aufschlusspunkt, der möglichst dicht am Schätzpunkt liegt und nicht in die vorangegangene Berechnung eingegangen ist, ausgewählt werden. Dazu wird das geschätzte Profil in einem Diagramm aufgetragen, demgegenüber ebenfalls das reale Profil.

Weiter werden untere und obere Grenzwerte für die Splinefunktion festgelegt, die sich aus dem Wertebereich der Kennwerte ergeben. Die Schnittpunkte, die sich über die eingetragenen Profile ergeben, werden über eine Splinefunktion miteinander verbunden. Mit der angepassten Funktion kann für einen zu schätzenden Kennwert im Untersuchungsgebiet ein neuer, angepasster Wert bestimmt werden, der dem realen Wert näher als die vorangegangene Schätzung sein sollte. Dazu wird der geostatistisch ermittelte Wert an der Splinefunktion gespiegelt und auf das Referenzprofil abgebildet. Dieser ermittelte Wert entspricht dem verbesserten Schätzwert und ist weiter zu verwenden. Während mit der regionalisierten Kreuzvalidation ganze Schätzgitter mit Werten belegt werden können, ist es mit der Methode der Smoothing Splines nur möglich, einen Punkt in der direkten Nachbarschaft einer Realisation zu schätzen und zu verbessern. Bei Anwendung dieses Verfahrens kommt es wiederum zu einem erhöhten rechnerischen Aufwand.

Die beiden Verfahren führen sehr wahrscheinlich zu positiven Veränderungen in den Ergebnissen, aufgrund der hohen Variabilität der Daten ist aber trotzdem davon auszugehen, dass keine vollständige Eliminierung der Abweichungen eintritt. Die Änderung der Ergebnisse muss in weiterführenden Untersuchungen bestimmt werden.

## **Zusammenfassung**

Im Rahmen dieser Diplomarbeit sollten durch Einsatz geostatistischer Verfahren die Resultate einer geostatistischen Baugrundmodellierung unter Vorraussetzung der Isotropie am Beispiel eines dreidimensionalen Modells für ein linienförmiges Bauwerk untersucht werden.

Zu diesem Zweck wurde aus den Erkundungsdaten eines Linienbauwerkes ein Datensatz erstellt, mit dem Untersuchungen im Halbraum möglich waren. Dieser enthielt neben den benötigten Raumdaten ebenfalls den markanten Kennwert, genannt RQD.

Zur Untersuchung des geostatistischen Baugrundmodells wurden subjektiv zwei Realisationen ausgewählt und aus der Datenbasis eliminiert, um Schätzwerte zu erzeugen und sie mit dem Original vergleichen zu können.

Anhand der Daten konnte die räumliche Struktur der Variablen in der Variographie ermittelt werden. Im Zuge dessen wurden einige Parameter, speziell die untersuchten Reichweiten, variiert, um den Einfluss auf die Schätzergebnisse zu bestimmen. Für die Schätzung der Baugrundprofile kamen zwei verschiedene Krigingvarianten zum Einsatz, das Ordinary und Universal Kriging. Ausserdem erfolgte eine Variation bei der Anzahl der in die Berechnung einbezogenen Stützstellen zwischen drei, fünf und neun Aufschlusspunkten. Die Auswahl erfolgte subjektiv, und richtete sich nach der zugrunde liegenden Datenbasis. Zusätzlich wurde die Struktur der Daten modifiziert, um Veränderungen im Ergebnisprozess zu erzeugen.

Zusätzlich kam das Verfahren der Kreuzvalidation zum Einsatz. Die Abweichungen der Schätzungen wurden in Form von Balkendiagrammen aufgetragen und ließen in dieser Form die Differenzen sichtbar werden. Im direkten Vergleich konnten so erhebliche Defizite in den Ergebnissen aufgezeigt werden. Die quantitative Beurteilung erwies sich als schwierig, da keine Verbesserungen, sondern lediglich eine Verschiebung innerhalb der geschätzten Profile stattfand. Somit ließ sich nur eine qualitative Einordnung der benutzten Verfahren und Variationen vornehmen.

Die geologische Modellbildung auf der Grundlage der Geostatistik beinhaltet erhebliche Mittelungseffekte, so dass diese zukünftig mit anderen Methoden kombiniert werden sollte, um noch realitätsnähere Halbraummodelle zu erhalten.



## Literaturverzeichnis

- [1] **Henningsen, D., Katzung, G.:** Einführung in die Geologie Deutschlands, 6. überarbeitete Auflage, Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg-Berlin, 2002
- [2] **Lehmer, B.:** Wechselwirkung zwischen Baugrundmodell und Gründungs-entwurf am Beispiel eines Maschinenfundamentes, Diplomarbeit
- [3] **Waldow, H.v.:** Einführung in die Geostatistik; 15.10.1998  
<http://www.geog.fu-berlin.de/~jkrywkwow/harald/geostatistik/referat.html>
- [4] **Kreuter, H.:** Ingenieurgeologische Aspekte geostatistischer Methoden, Veröffentlichung, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericana in Karlsruhe, Heft 138, 1996
- [5] **Schafmeister, M.-Th.:** Geostatistik für die hydrogeologische Praxis, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1999
- [6] **Bartels, F.:** Ein Fuzzy-Auswertungs- und Krigingsystem für raumbezogene Daten, Diplomarbeit, Institut für Informatik und Praktische Mathematik der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, 1997
- [7] **Kunze, Göhring, Jakob:** Baumaschinen, Erdbau- und Tagebaumaschinen, Verlag Vieweg, 1. Auflage Januar 2002
- [8] **Glatzer, Ernst:** Diagnostiken für die Variogrammschätzung, Juli 2002, Dissertation, <http://statistik.wu-wien.ac.at/stat4/glatzer/diss.pdf>
- [9] **Prinz, Helmut:** Abriss der Ingenieurgeologie, 2., neu bearbeitete und erweiterte Auflage – Stuttgart: Enke 1991
- [10] **Bronstein, Semendjajew, Musiol, Mühlig:** Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harry Deutsch, Thun, unver. Nachdruck der 5. Auflage 2001
- [11] **Matthes, Jörg:** Räumliche Interpolation von Baugrundkennwerten, Studienarbeit 2001, Bauhaus-Universität Weimar

## **Selbständigkeitserklärung**

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe.

Weimar, den 30.09.2004

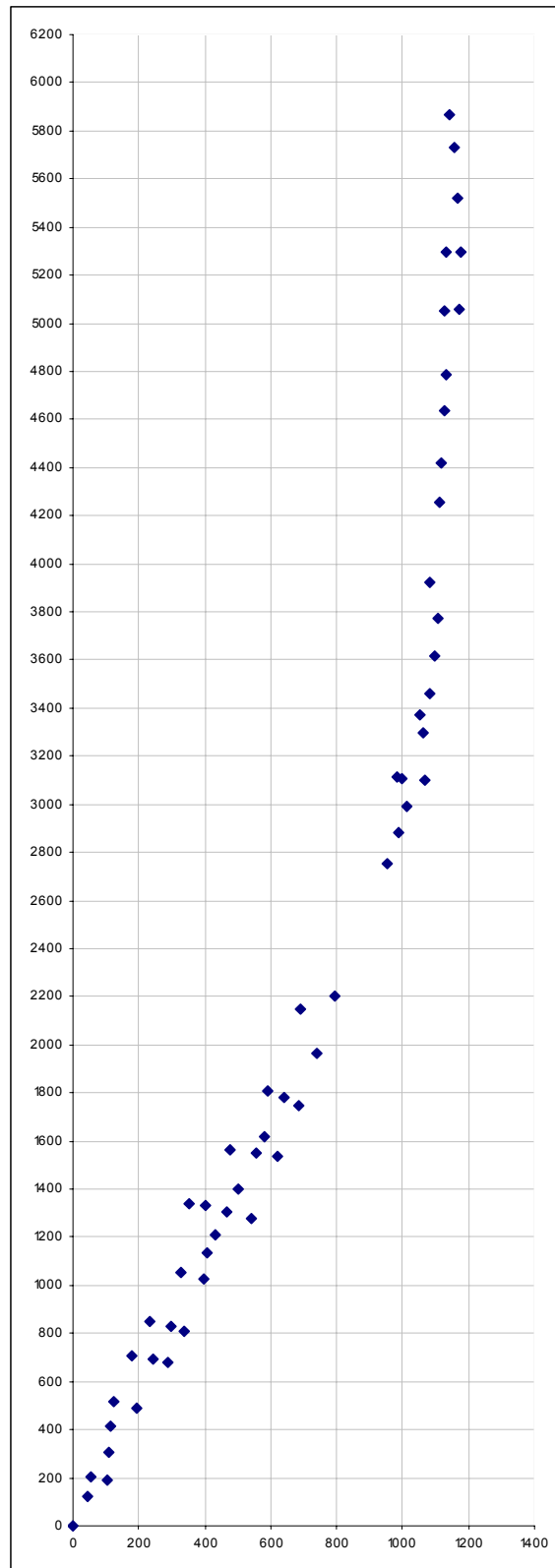
Guido Wöhlecke

## Anhang

### Lagekoordinaten der Bohrkerne

Bezugshorizont [m]: 419,700						
	x	y	GOK	z original	z Faktor 66,66	z Faktor 2000
BK 4028.00	0,000	0,000	448,760	29,060	1937,140	58120,000
BK 4029.00	55,488	201,254	463,650	43,950	2929,707	87900,000
BK 70.01	43,306	125,641	452,630	32,930	2195,114	65860,000
BK 70.02	103,436	188,531	452,960	33,260	2217,112	66520,000
BK 70.03	107,316	306,551	455,100	35,400	2359,764	70800,000
BK 70.04	113,956	415,671	461,660	41,960	2797,054	83920,000
BK 70.05	123,556	514,831	470,090	50,390	3358,997	100780,000
BK 70.06	191,266	491,651	465,960	46,260	3083,692	92520,000
BK 70.07	179,896	709,791	488,640	68,940	4595,540	137880,000
BK 70.08	243,346	695,791	484,540	64,840	4322,234	129680,000
BK 70.09	286,296	678,621	480,650	60,950	4062,927	121900,000
BK 70.10	297,036	829,001	487,950	68,250	4549,545	136500,000
BK 4031.00	233,813	847,117	491,920	72,220	4814,185	144440,000
BK 4032.00	339,396	810,012	485,850	66,150	4409,559	132300,000
BK 71.01	329,816	1056,241	477,850	58,150	3876,279	116300,000
BK 71.02	395,516	1027,251	473,560	53,860	3590,308	107720,000
BK 71.03	406,216	1134,051	465,590	45,890	3059,027	91780,000
BK 71.5.02	429,806	1207,191	476,000	56,300	3752,958	112600,000
BK 71.04	350,726	1342,391	494,870	75,170	5010,832	150340,000
BK 71.05	403,206	1331,411	493,650	73,950	4929,507	147900,000
BK 71.06	468,106	1308,641	494,100	74,400	4959,504	148800,000
BK 71.07	540,696	1280,461	495,050	75,350	5022,831	150700,000
BK 71.08	499,696	1402,121	499,290	79,590	5305,469	159180,000
BK 71.09	475,076	1563,861	499,480	79,780	5318,135	159560,000
BK 71.10	557,286	1547,341	491,580	71,880	4791,521	143760,000
BK 71.11	620,146	1534,291	486,590	66,890	4458,887	133780,000
BK 4036.00	579,079	1621,017	490,960	71,260	4750,192	142520,000
BK 71.12	589,626	1809,241	486,410	66,710	4446,889	133420,000
BK 71.13	639,026	1782,621	489,620	69,920	4660,867	139840,000
BK 71.14)	682,966	1749,931	489,290	69,590	4638,869	139180,000
BK 72.01	741,286	1967,201	468,240	48,540	3235,676	97080,000
BK 4037.00	688,739	2147,958	468,240	48,540	3235,676	97080,000
BK 72.1.01	793,656	2203,831	446,980	27,280	1818,485	54560,000
BK 72.1.15	951,166	2753,891	444,840	25,140	1675,832	50280,000
BK 73.01	989,666	2881,691	456,870	37,170	2477,752	74340,000
BK 73.02	1011,926	2992,901	467,450	47,750	3183,015	95500,000
BK 4041.00	982,490	3114,271	469,420	49,720	3314,335	99440,000
BK 73.03	999,246	3105,801	469,100	49,400	3293,004	98800,000
BK 73.04	1068,556	3101,311	466,930	47,230	3148,352	94460,000
BK 73.05	1062,286	3294,661	454,150	34,450	2296,437	68900,000
BK 73.06	1053,656	3371,681	448,750	29,050	1936,473	58100,000
BK 73.07	1080,816	3462,441	451,860	32,160	2143,786	64320,000
BK 4043.00	1094,919	3619,645	453,600	33,900	2259,774	67800,000
BK 73.08	1105,816	3776,371	447,790	28,090	1872,479	56180,000
BK 4044.00	1081,014	3925,673	443,460	23,760	1583,842	47520,000
BK 74.1.06	1111,886	4258,991	429,000	9,300	619,938	18600,000
BK 74.01	1115,356	4417,681	433,340	13,640	909,242	27280,000
BK 74.02	1127,376	4634,291	432,620	12,920	861,247	25840,000
BK 74.2.01	1133,046	4789,041	433,060	13,360	890,578	26720,000
BK 75.01	1128,076	5048,081	424,590	4,890	325,967	9780,000
BK 4049.00	1169,443	5059,427	424,350	4,650	309,969	9300,000
BK 75.02	1131,206	5295,051	420,690	0,990	65,993	1980,000
BK 75.03	1174,986	5297,131	419,810	0,110	7,333	220,000
BK 75.04	1167,416	5523,321	421,330	1,630	108,656	3260,000
BK 75.05	1158,896	5728,051	421,920	2,220	147,985	4440,000
BK 76.01	1141,286	5870,111	419,700	0,000	0,000	0,000

## Verteilung der Aufschlußpunkte



## Krigingergebnisse Datensatz original

### Ordinary Kriging-Exponentielle Funktion

BK 71.06	Ordinary Original_5 e-Funktion			BK 71.06	Ordinary Original_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	1	3	0	0	11	13	10
0	1	3	0	0	11	13	10
0	1	3	0	0	11	13	10
50	1	3	0	50	11	13	10
50	22	14	24	50	11	13	10
60	22	14	24	60	11	13	10
20	12	18	11	20	19	17	20
80	8	18	6	80	16	17	15
60	25	26	25	60	9	17	7
80	37	29	39	80	25	25	25
90	16	17	15	90	49	37	53
80	29	25	30	80	34	33	35
60	48	41	49	60	15	24	12
80	27	35	26	80	26	28	25
90	10	26	7	90	31	32	30
80	10	26	7	80	31	32	30
80	56	42	58	80	43	40	44
80	25	26	25	80	44	43	45
80	40	38	40	80	66	49	72
80	41	45	40	80	29	37	27
50	54	53	55	50	22	36	18
30	34	45	31	30	37	42	36
50	54	51	55	50	37	41	36
50	36	39	35	50	33	39	31
50	48	41	49	50	51	43	53
50	48	41	49	50	51	43	53
50	30	30	30	50	35	35	35
50	30	30	30	50	35	35	35
50	30	30	30	50	35	35	35
50	30	30	30	50	35	35	35

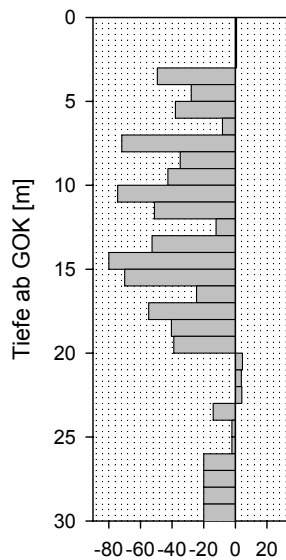
### Abweichungen zum Realprofil BK 71.06

BK 71.06	Δ von Ordinary Original_5 e-Funktion			BK 71.06	Δ von Ordinary Original_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	1	3	0	0	11	13	10
0	1	3	0	0	11	13	10
0	1	3	0	0	11	13	10
50	-49	-47	-50	50	-39	-37	-40
50	-28	-36	-26	50	-39	-37	-40
60	-38	-46	-36	60	-49	-47	-50
20	-8	-2	-9	20	-1	-3	0
80	-72	-62	-74	80	-64	-63	-65
60	-35	-34	-35	60	-51	-43	-53
80	-43	-51	-41	80	-55	-55	-55
90	-74	-73	-75	90	-41	-53	-37
80	-51	-55	-50	80	-46	-47	-45
60	-12	-19	-11	60	-45	-36	-48
80	-53	-45	-54	80	-54	-52	-55
90	-80	-64	-83	90	-59	-58	-60
80	-70	-54	-73	80	-49	-48	-50
80	-24	-38	-22	80	-37	-40	-36
80	-55	-54	-55	80	-36	-37	-35
80	-40	-42	-40	80	-14	-31	-8
80	-39	-35	-40	80	-51	-43	-53
50	4	3	5	50	-28	-14	-32
30	4	15	1	30	7	12	6
50	4	1	5	50	-13	-9	-14
50	-14	-11	-15	50	-17	-11	-19
50	-2	-9	-1	50	1	-7	3
50	-2	-9	-1	50	1	-7	3
50	-20	-20	-20	50	-15	-15	-15
50	-20	-20	-20	50	-15	-15	-15
50	-20	-20	-20	50	-15	-15	-15
50	-20	-20	-20	50	-15	-15	-15

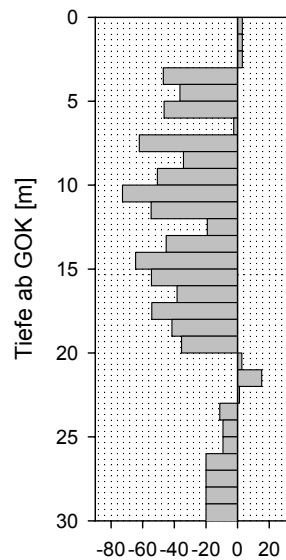
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Datensatz original (ungestreckt in z-Achse)

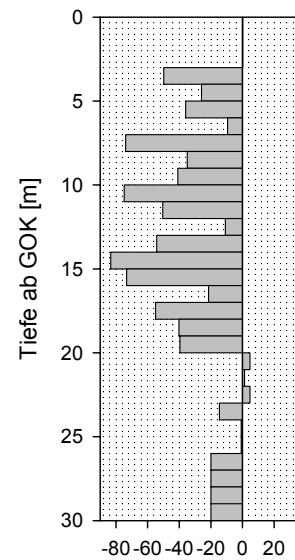
mit 5 Stützstellen: (für alle weiteren Abbildungen: Reihenfolge 540,900,1800m)



Abweichung vom Realwert [%]

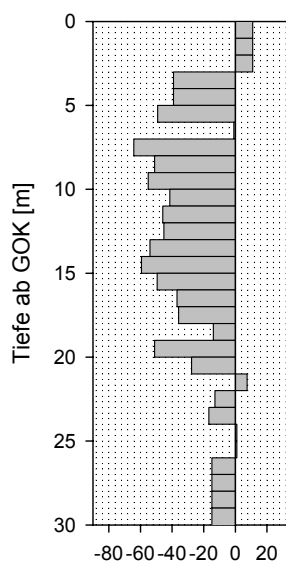


Abweichung vom Realwert [%]

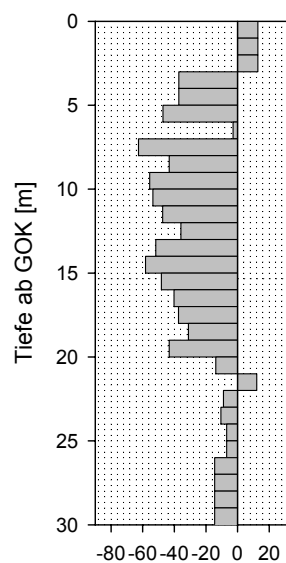


Abweichung vom Realwert [%]

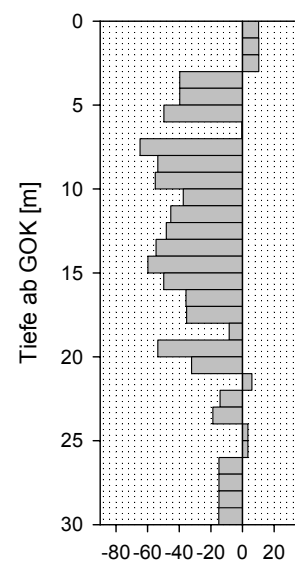
mit 9 Stützstellen:



Abweichung vom Realwert [%]



Abweichung vom Realwert [%]



Abweichung vom Realwert [%]

## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 66

### Ordinary Kriging-Exponentielle Funktion

BK 71.06	Ordinary 66_5 e-Funktion			BK 71.06	Ordinary 66_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	1	1	1	0	4	3	3
0	2	3	3	0	7	5	3
0	13	12	12	0	12	11	10
50	9	9	8	50	14	12	11
50	16	16	15	50	14	13	12
60	12	12	12	60	18	16	15
20	28	29	29	20	30	29	29
80	38	38	39	80	39	40	41
60	41	40	40	60	38	38	38
80	28	28	28	80	29	30	29
90	32	32	32	90	29	30	30
80	29	28	28	80	28	29	30
60	27	28	29	60	34	33	33
80	46	46	47	80	49	48	48
90	62	62	63	90	56	60	63
80	51	52	52	80	53	53	54
80	39	39	39	80	38	38	37
80	37	35	34	80	37	34	32
80	38	38	38	80	36	36	36
80	43	44	45	80	43	42	41
50	58	58	58	50	50	51	52
30	57	57	58	30	54	54	54
50	63	63	64	50	56	58	59
50	60	61	62	50	53	55	56
50	52	51	51	50	47	47	47
50	45	46	47	50	43	45	46
50	56	55	54	50	47	46	46
50	56	55	54	50	50	48	47
50	46	47	48	50	45	44	44
50	34	36	38	50	38	36	36

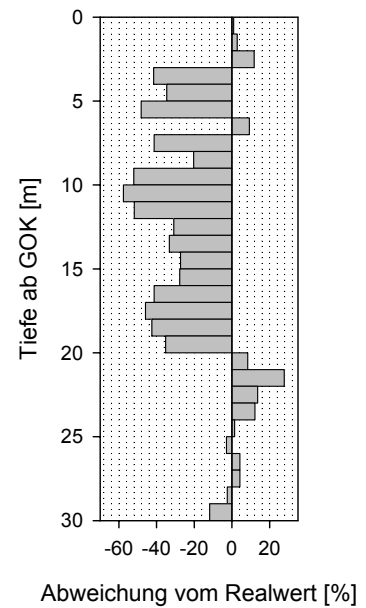
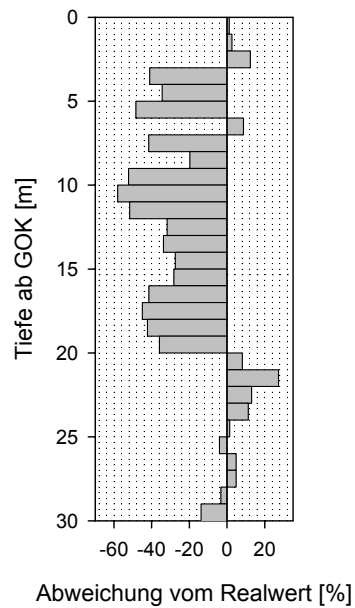
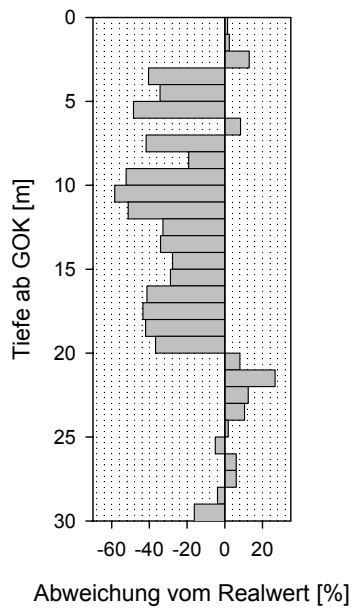
### Abweichungen zum Realprofil BK 71.06

BK 71.06	$\Delta$ von Ordinary 66_5 e-Funktion			BK 71.06	$\Delta$ von Ordinary 66_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	1	1	1	0	4	3	3
0	2	3	3	0	7	5	3
0	13	12	12	0	12	11	10
50	-41	-41	-42	50	-36	-38	-39
50	-34	-34	-35	50	-36	-37	-38
60	-48	-48	-48	60	-42	-44	-45
20	8	9	9	20	10	9	9
80	-42	-42	-41	80	-41	-40	-39
60	-19	-20	-20	60	-22	-22	-22
80	-52	-52	-52	80	-51	-50	-51
90	-58	-58	-58	90	-61	-60	-60
80	-51	-52	-52	80	-52	-51	-50
60	-33	-32	-31	60	-26	-27	-27
80	-34	-34	-33	80	-31	-32	-32
90	-28	-28	-27	90	-34	-30	-27
80	-29	-28	-28	80	-27	-27	-26
80	-41	-41	-41	80	-42	-42	-43
80	-43	-45	-46	80	-43	-46	-48
80	-42	-42	-42	80	-44	-44	-44
80	-37	-36	-35	80	-37	-38	-39
50	8	8	8	50	0	1	2
30	27	27	28	30	24	24	24
50	13	13	14	50	6	8	9
50	10	11	12	50	3	5	6
50	2	1	1	50	-3	-3	-3
50	-5	-4	-3	50	-7	-5	-4
50	6	5	4	50	-3	-4	-4
50	6	5	4	50	0	-2	-3
50	-4	-3	-2	50	-5	-6	-6
50	-16	-14	-12	50	-12	-14	-14

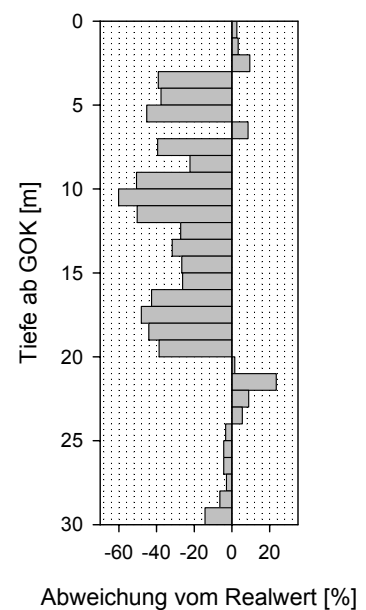
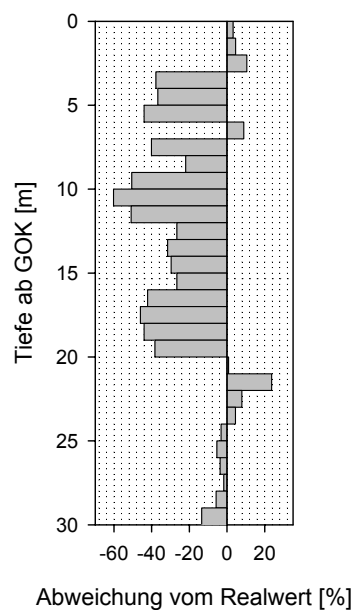
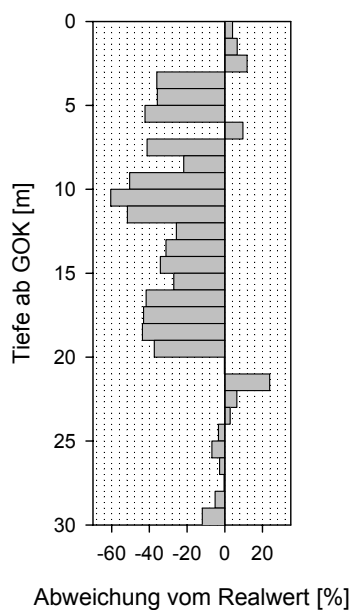
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Ordinary Kriging-Exponentielle Funktion

mit 5 Stützstellen:



mit 9 Stützstellen:





## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 66

### Ordinary Kriging-Gauß'sche Funktion

BK 71.06	Ordinary 66_5 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 71.06	Ordinary 66_9 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	2	1	-1	0	6	4	1
0	2	3	4	0	10	4	-8
0	14	13	9	0	14	11	5
50	10	9	8	50	17	12	-2
50	16	16	18	50	16	13	3
60	12	11	12	60	21	15	6
20	28	29	32	20	31	29	27
80	38	38	38	80	37	41	56
60	42	40	39	60	38	37	27
80	28	27	29	80	29	28	24
90	32	31	34	90	29	29	29
80	30	27	24	80	27	28	32
60	26	28	35	60	36	32	20
80	46	46	48	80	50	48	52
90	62	62	62	90	48	63	103
80	50	52	56	80	52	53	58
80	40	38	41	80	38	38	30
80	40	33	26	80	42	32	15
80	38	38	37	80	37	35	32
80	42	45	51	80	44	42	40
50	58	58	57	50	48	51	60
30	56	57	60	30	53	53	47
50	62	63	66	50	53	58	68
50	60	61	67	50	49	54	60
50	54	50	49	50	46	46	47
50	44	45	50	50	40	43	47
50	60	54	51	50	48	43	25
50	60	54	51	50	51	45	26
50	46	46	49	50	44	42	26
50	30	34	42	50	41	35	19

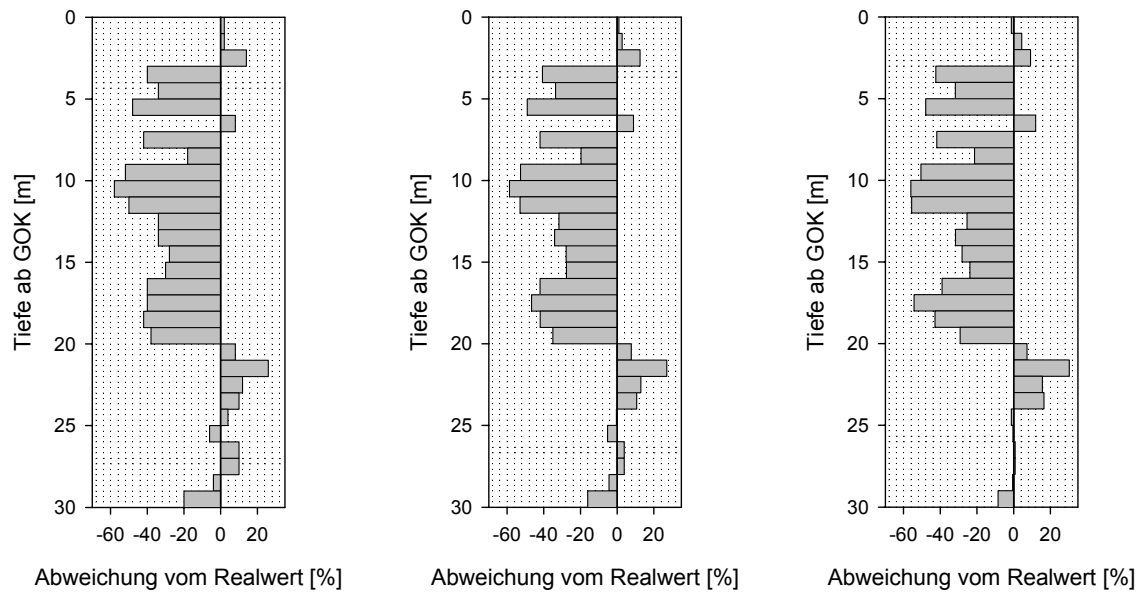
### Abweichungen zum Realprofil BK 71.06

BK 71.06	Δ von Ordinary 66_5 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 71.06	Δ von Ordinary 66_9 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	2	1	-1	0	6	4	1
0	2	3	4	0	10	4	-8
0	14	13	9	0	14	11	5
50	-40	-41	-42	50	-33	-38	-52
50	-34	-34	-32	50	-34	-37	-47
60	-48	-49	-48	60	-39	-45	-54
20	8	9	12	20	11	9	7
80	-42	-42	-42	80	-43	-39	-24
60	-18	-20	-21	60	-22	-23	-33
80	-52	-53	-51	80	-51	-52	-56
90	-58	-59	-56	90	-61	-61	-61
80	-50	-53	-56	80	-53	-52	-48
60	-34	-32	-25	60	-24	-28	-40
80	-34	-34	-32	80	-30	-32	-28
90	-28	-28	-28	90	-42	-27	13
80	-30	-28	-24	80	-28	-27	-22
80	-40	-42	-39	80	-42	-42	-50
80	-40	-47	-54	80	-38	-48	-65
80	-42	-42	-43	80	-43	-45	-48
80	-38	-35	-29	80	-36	-38	-40
50	8	8	7	50	-2	1	10
30	26	27	30	30	23	23	17
50	12	13	16	50	3	8	18
50	10	11	17	50	-1	4	10
50	4	0	-1	50	-4	-4	-3
50	-6	-5	0	50	-10	-7	-3
50	10	4	1	50	-2	-7	-25
50	10	4	1	50	1	-5	-24
50	-4	-4	-1	50	-6	-8	-24
50	-20	-16	-8	50	-9	-15	-31

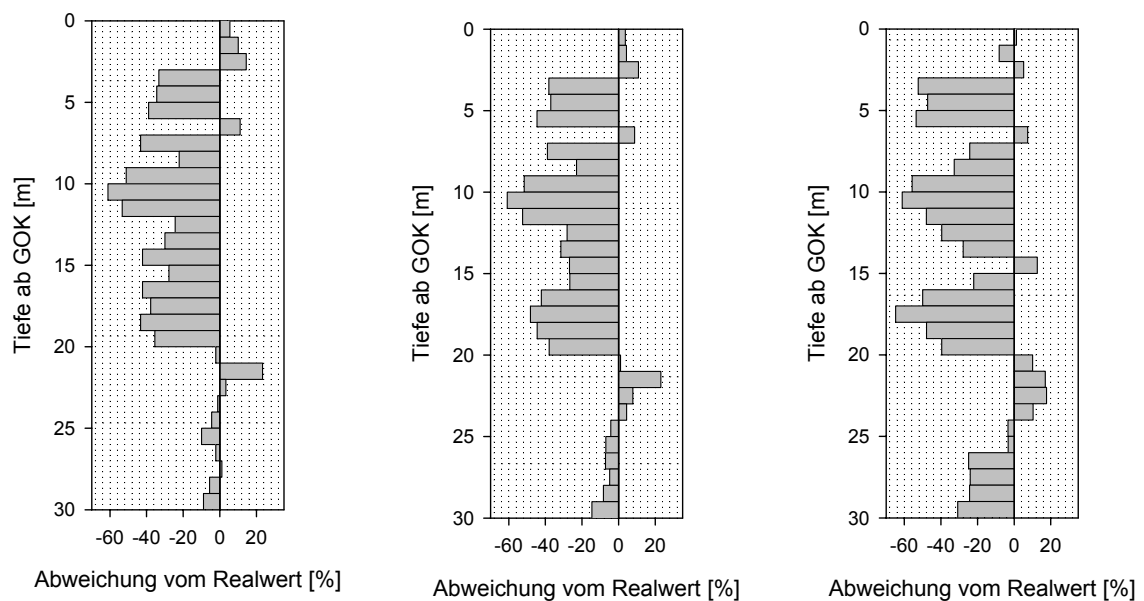
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Ordinary Kriging-Gauß'sche Funktion

mit 5 Stützstellen:



mit 9 Stützstellen:



## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 66

### Universal Kriging-Exponentielle Funktion

BK 71.06	Universal 66_5 e-Funktion			BK 71.06	Universal 66_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	1	1	1	0	1	0	0
0	3	3	3	0	4	3	2
0	8	8	8	0	7	6	6
50	5	5	5	50	9	8	7
50	9	10	10	50	12	11	11
60	14	14	14	60	15	14	13
20	28	29	29	20	31	30	30
80	42	42	42	80	38	39	40
60	37	37	37	60	38	38	37
80	29	30	30	80	32	31	31
90	34	35	35	90	33	32	32
80	33	32	32	80	34	33	33
60	33	33	34	60	38	37	36
80	47	48	48	80	50	49	49
90	65	65	65	90	58	61	64
80	55	55	56	80	56	56	56
80	39	39	40	80	37	36	36
80	35	34	33	80	35	32	30
80	35	35	35	80	35	35	35
80	44	45	45	80	42	41	41
50	60	60	60	50	49	50	51
30	62	62	62	30	53	53	53
50	65	65	66	50	56	58	59
50	69	69	69	50	53	54	55
50	57	56	56	50	47	46	45
50	54	54	54	50	45	46	47
50	-1	-1	-1	50	56	53	51
50	-1	-1	-1	50	56	53	50
50	54	54	54	50	53	50	48
50	54	54	53	50	52	48	45

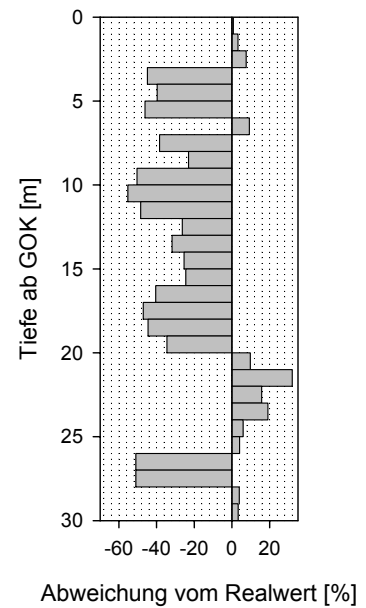
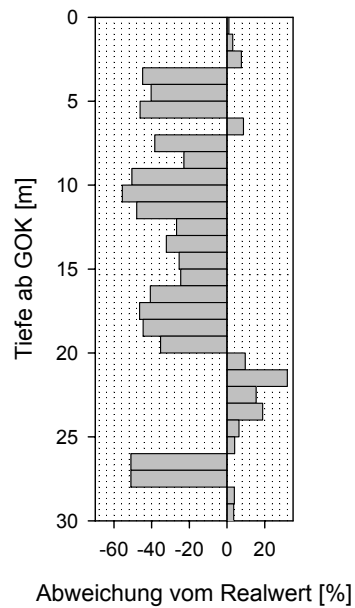
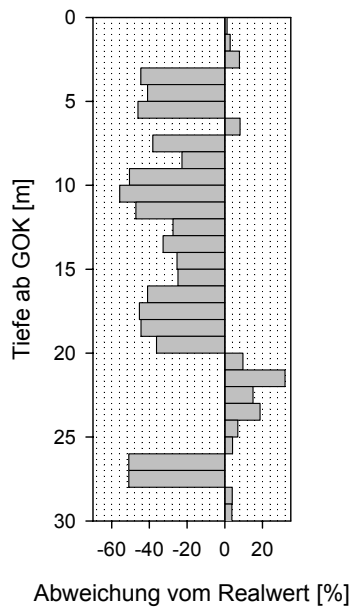
### Abweichungen zum Realprofil BK 71.06

BK 71.06	Δ von Universal 66_5 e-Funktion			BK 71.06	Δ von Universal 66_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	1	1	1	0	1	0	0
0	3	3	3	0	4	3	2
0	8	8	8	0	7	6	6
50	-45	-45	-45	50	-41	-42	-43
50	-41	-40	-40	50	-38	-39	-39
60	-46	-46	-46	60	-45	-46	-47
20	8	9	9	20	11	10	10
80	-38	-38	-38	80	-42	-41	-40
60	-23	-23	-23	60	-22	-22	-23
80	-51	-50	-50	80	-48	-49	-49
90	-56	-55	-55	90	-57	-58	-58
80	-47	-48	-48	80	-46	-47	-47
60	-27	-27	-26	60	-22	-23	-24
80	-33	-32	-32	80	-30	-31	-31
90	-25	-25	-25	90	-32	-29	-26
80	-25	-25	-24	80	-24	-24	-24
80	-41	-41	-40	80	-43	-44	-44
80	-45	-46	-47	80	-45	-48	-50
80	-45	-45	-45	80	-45	-45	-45
80	-36	-35	-35	80	-38	-39	-39
50	10	10	10	50	-1	0	1
30	32	32	32	30	23	23	23
50	15	15	16	50	6	8	9
50	19	19	19	50	3	4	5
50	7	6	6	50	-3	-4	-5
50	4	4	4	50	-5	-4	-3
50	-51	-51	-51	50	6	3	1
50	-51	-51	-51	50	6	3	0
50	4	4	4	50	3	0	-2
50	4	4	3	50	2	-2	-5

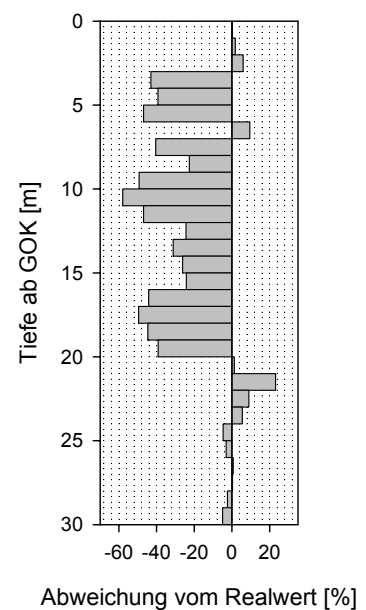
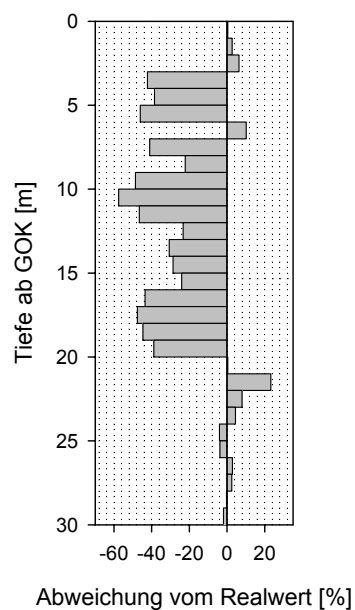
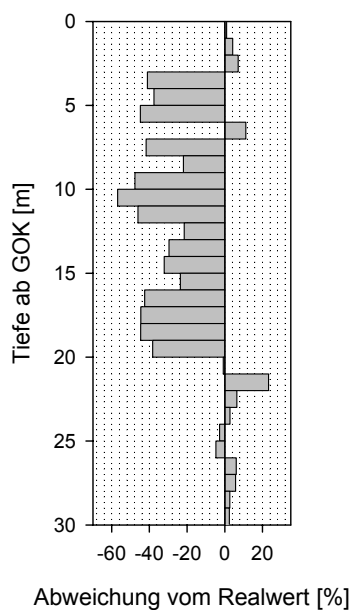
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Universal Kriging-Exponentielle Funktion

mit 5 Stützstellen:



mit 9 Stützstellen:



## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 66

### Universal Kriging-Gauß'sche Funktion

BK 71.06	Universal 66_5 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 71.06	Universal 66_9 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	2	1	-1	0	2	0	-3
0	2	3	5	0	7	2	-5
0	8	7	6	0	8	6	2
50	6	5	5	50	11	7	-5
50	8	10	15	50	14	11	4
60	14	14	14	60	17	14	4
20	27	29	33	20	34	30	28
80	42	41	40	80	37	40	48
60	38	37	37	60	38	37	28
80	29	30	31	80	34	31	23
90	34	35	36	90	34	32	31
80	34	31	27	80	35	33	26
60	31	34	38	60	41	36	26
80	46	48	50	80	53	49	50
90	65	64	63	90	52	64	90
80	54	56	59	80	58	57	58
80	38	40	43	80	39	36	33
80	37	32	25	80	41	30	10
80	35	35	35	80	35	35	32
80	42	46	52	80	43	41	39
50	60	60	58	50	46	51	61
30	62	62	63	30	52	53	46
50	64	66	67	50	53	59	69
50	68	69	72	50	48	55	60
50	58	56	53	50	49	44	37
50	54	54	54	50	42	46	48
50	-1	-1	-1	50	61	51	27
50	-1	-1	-1	50	61	50	27
50	54	54	54	50	58	48	28
50	54	54	52	50	60	48	22

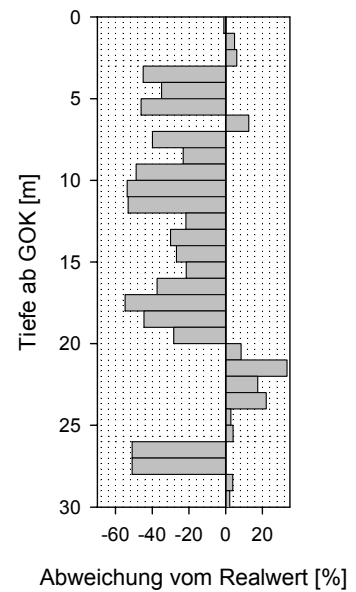
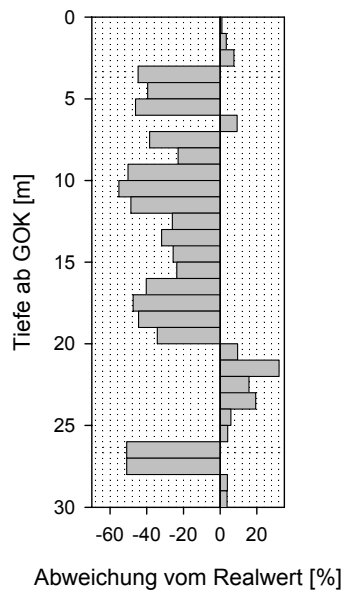
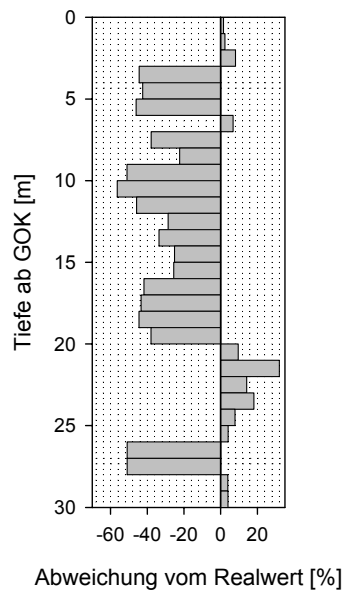
### Abweichungen zum Realprofil BK 71.06

BK 71.06	Δ von Universal 66_5 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 71.06	Δ von Universal 66_9 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	2	1	-1	0	2	0	-3
0	2	3	5	0	7	2	-5
0	8	7	6	0	8	6	2
50	-44	-45	-45	50	-39	-43	-55
50	-42	-40	-35	50	-36	-39	-46
60	-46	-46	-46	60	-43	-46	-56
20	7	9	13	20	14	10	8
80	-38	-39	-40	80	-43	-40	-32
60	-22	-23	-23	60	-22	-23	-32
80	-51	-50	-49	80	-46	-49	-57
90	-56	-55	-54	90	-56	-58	-59
80	-46	-49	-53	80	-45	-47	-54
60	-29	-26	-22	60	-19	-24	-34
80	-34	-32	-30	80	-27	-31	-30
90	-25	-26	-27	90	-38	-26	0
80	-26	-24	-21	80	-22	-23	-22
80	-42	-40	-37	80	-41	-44	-47
80	-43	-48	-55	80	-39	-50	-70
80	-45	-45	-45	80	-45	-45	-48
80	-38	-34	-28	80	-37	-39	-41
50	10	10	8	50	-4	1	11
30	32	32	33	30	22	23	16
50	14	16	17	50	3	9	19
50	18	19	22	50	-2	5	10
50	8	6	3	50	-1	-6	-13
50	4	4	4	50	-8	-4	-2
50	-51	-51	-51	50	11	1	-23
50	-51	-51	-51	50	11	0	-23
50	4	4	4	50	8	-2	-22
50	4	4	2	50	10	-2	-28

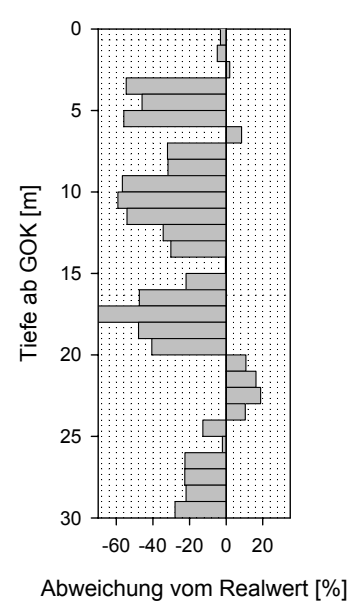
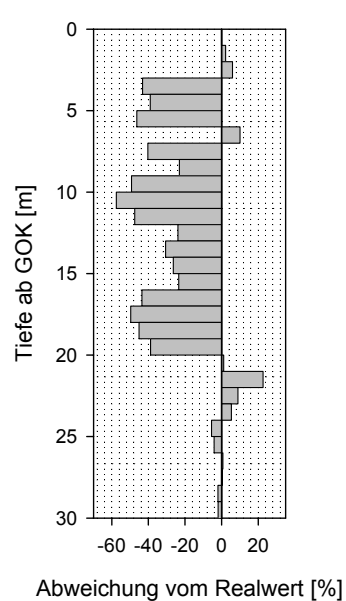
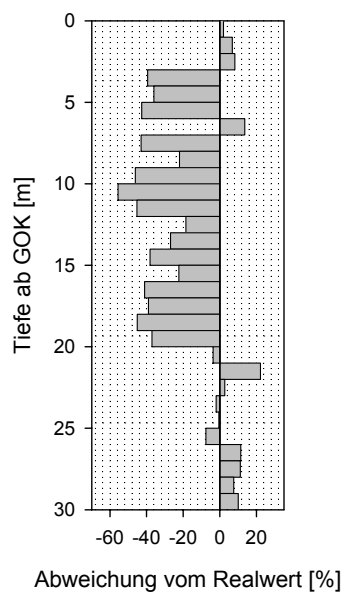
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Universal Kriging-Gauß'sche Funktion

mit 5 Stützstellen:



mit 9 Stützstellen:



## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 2000

### Ordinary Kriging-Exponentielle Funktion

BK 71.06	Ordinary 2000_3 e-Funktion			BK 71.06	Ordinary 2000_5 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	0	0	0	0	2	2	2
0	10	10	10	0	14	14	14
0	22	23	22	0	19	20	19
50	9	10	10	50	9	10	10
50	27	27	27	50	24	24	24
60	10	10	10	60	13	14	14
20	28	27	28	20	24	22	23
80	21	20	21	80	17	16	17
60	34	33	34	60	31	30	30
80	28	27	28	80	22	20	21
90	32	30	31	90	26	24	25
80	30	30	30	80	28	28	28
60	32	30	31	60	41	40	41
80	45	44	44	80	47	46	47
90	51	50	50	90	39	38	39
80	49	50	49	80	64	66	65
80	49	47	48	80	35	32	34
80	43	43	43	80	38	38	38
80	27	27	27	80	30	30	30
80	39	37	38	80	28	26	28
50	38	37	38	50	35	34	35
30	35	34	35	30	36	34	35
50	52	50	51	50	46	44	45
50	43	41	42	50	45	43	44
50	39	37	38	50	37	34	36
50	50	50	50	50	50	50	50
50	42	40	41	50	48	46	47
50	48	47	48	50	52	50	51
50	33	30	32	50	42	40	41
50	10	10	10	50	24	24	24

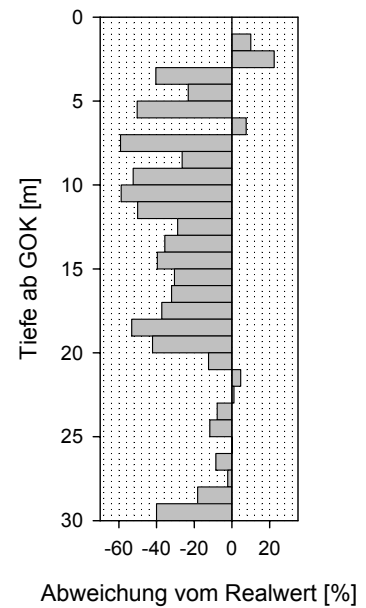
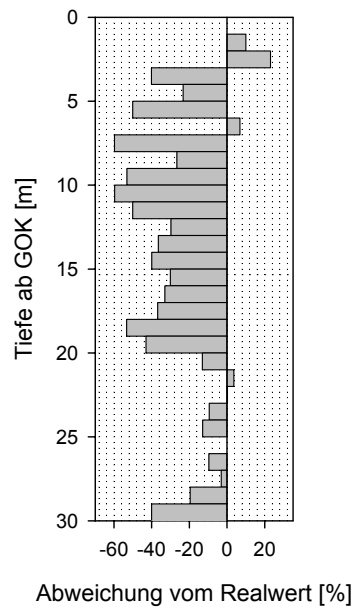
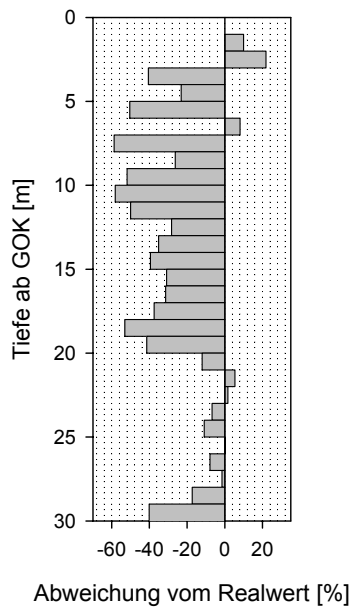
### Abweichungen zum Realprofil BK 71.06

BK 71.06	Δ von Ordinary 2000_3 e-Funktion			BK 71.06	Δ von Ordinary 2000_5 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	0	0	0	0	2	2	2
0	10	10	10	0	14	14	14
0	22	23	22	0	19	20	19
50	-41	-40	-40	50	-41	-40	-40
50	-23	-23	-23	50	-26	-26	-26
60	-50	-50	-50	60	-47	-46	-46
20	8	7	8	20	4	2	3
80	-59	-60	-59	80	-63	-64	-63
60	-26	-27	-26	60	-29	-30	-30
80	-52	-53	-52	80	-58	-60	-59
90	-58	-60	-59	90	-64	-66	-65
80	-50	-50	-50	80	-52	-52	-52
60	-28	-30	-29	60	-19	-20	-19
80	-35	-36	-36	80	-33	-34	-33
90	-39	-40	-40	90	-51	-52	-51
80	-31	-30	-31	80	-16	-14	-15
80	-31	-33	-32	80	-45	-48	-46
80	-37	-37	-37	80	-42	-42	-42
80	-53	-53	-53	80	-50	-50	-50
80	-41	-43	-42	80	-52	-54	-52
50	-12	-13	-12	50	-15	-16	-15
30	5	4	5	30	6	4	5
50	2	0	1	50	-4	-6	-5
50	-7	-9	-8	50	-5	-7	-6
50	-11	-13	-12	50	-13	-16	-14
50	0	0	0	50	0	0	0
50	-8	-10	-9	50	-2	-4	-3
50	-2	-3	-2	50	2	0	1
50	-17	-20	-18	50	-8	-10	-9
50	-40	-40	-40	50	-26	-26	-26

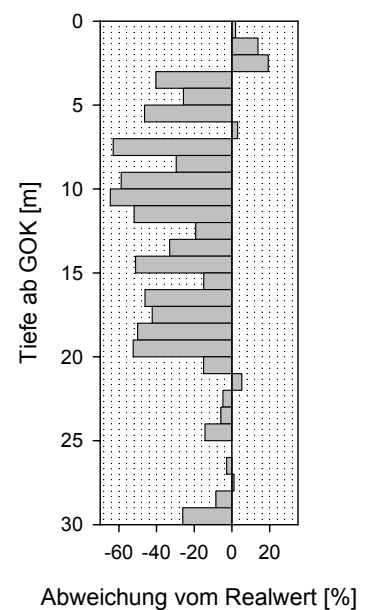
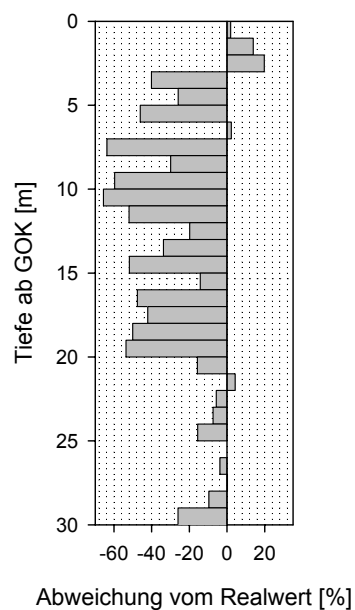
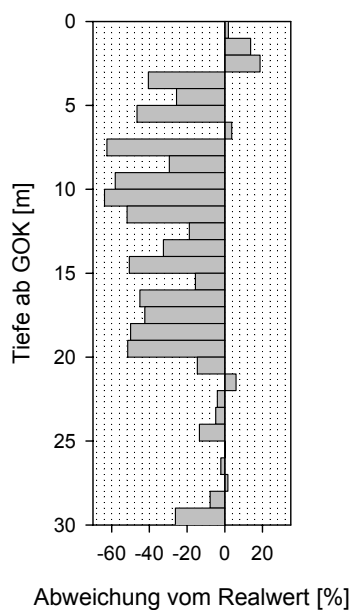
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Ordinary Kriging-Exponentielle Funktion

mit 3 Stützstellen:



mit 5 Stützstellen:





## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 2000

### Ordinary Kriging-Gauß'sche Funktion

BK 71.06	Ordinary 2000_3 e²-Funktion			BK 71.06	Ordinary 2000_5 e²-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	0	0	0	0	2	2	2
0	10	10	10	0	14	14	14
0	23	23	23	0	20	20	20
50	10	10	10	50	10	10	10
50	27	27	27	50	24	24	24
60	10	10	10	60	14	14	14
20	27	27	27	20	22	22	22
80	20	20	20	80	16	16	16
60	33	33	33	60	30	30	30
80	27	27	27	80	20	20	20
90	30	30	30	90	24	24	24
80	30	30	30	80	28	28	28
60	30	30	30	60	40	40	40
80	43	43	44	80	46	46	46
90	50	50	50	90	38	38	38
80	50	50	50	80	66	66	66
80	47	47	47	80	32	32	32
80	43	43	43	80	38	38	38
80	27	27	27	80	30	30	30
80	37	37	37	80	26	26	26
50	37	37	37	50	34	34	34
30	33	33	34	30	34	34	34
50	50	50	50	50	44	44	44
50	40	40	41	50	42	42	43
50	37	37	37	50	34	34	34
50	50	50	50	50	50	50	50
50	40	40	40	50	46	46	46
50	47	47	47	50	50	50	50
50	30	30	30	50	40	40	40
50	10	10	10	50	24	24	24

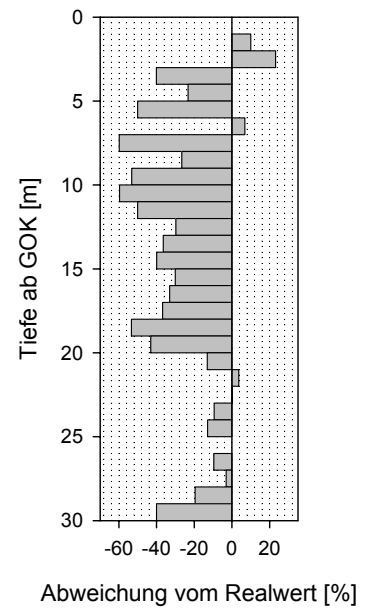
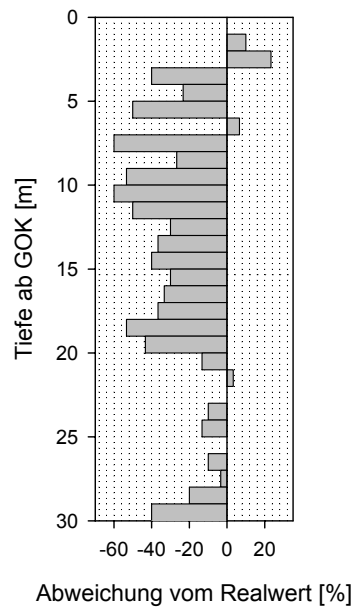
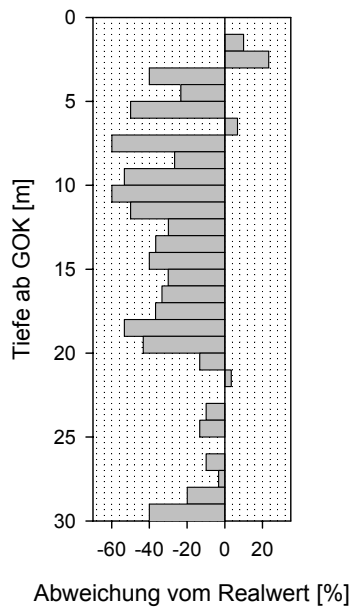
### Abweichungen zum Realprofil BK 71.06

BK 71.06	Δ von Ordinary 2000_3 e²-Funktion			BK 71.06	Δ von Ordinary 2000_5 e²-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	0	0	0	0	2	2	2
0	10	10	10	0	14	14	14
0	23	23	23	0	20	20	20
50	-40	-40	-40	50	-40	-40	-40
50	-23	-23	-23	50	-26	-26	-26
60	-50	-50	-50	60	-46	-46	-46
20	7	7	7	20	2	2	2
80	-60	-60	-60	80	-64	-64	-64
60	-27	-27	-27	60	-30	-30	-30
80	-53	-53	-53	80	-60	-60	-60
90	-60	-60	-60	90	-66	-66	-66
80	-50	-50	-50	80	-52	-52	-52
60	-30	-30	-30	60	-20	-20	-20
80	-37	-37	-36	80	-34	-34	-34
90	-40	-40	-40	90	-52	-52	-52
80	-30	-30	-30	80	-14	-14	-14
80	-33	-33	-33	80	-48	-48	-48
80	-37	-37	-37	80	-42	-42	-42
80	-53	-53	-53	80	-50	-50	-50
80	-43	-43	-43	80	-54	-54	-54
50	-13	-13	-13	50	-16	-16	-16
30	3	3	4	30	4	4	4
50	0	0	0	50	-6	-6	-6
50	-10	-10	-9	50	-8	-8	-7
50	-13	-13	-13	50	-16	-16	-16
50	0	0	0	50	0	0	0
50	-10	-10	-10	50	-4	-4	-4
50	-3	-3	-3	50	0	0	0
50	-20	-20	-20	50	-10	-10	-10
50	-40	-40	-40	50	-26	-26	-26

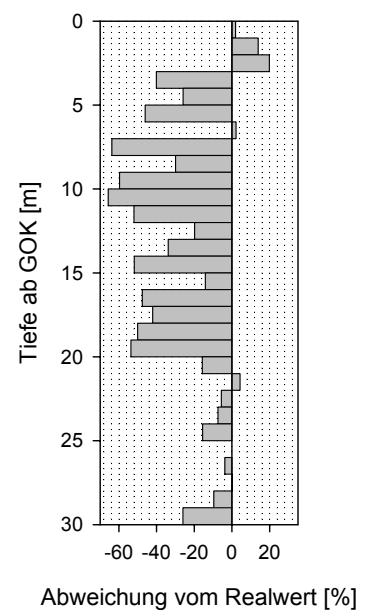
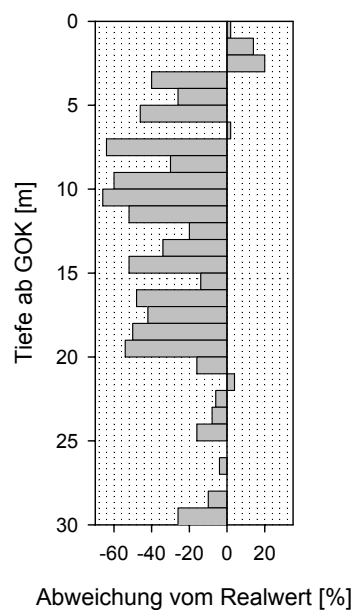
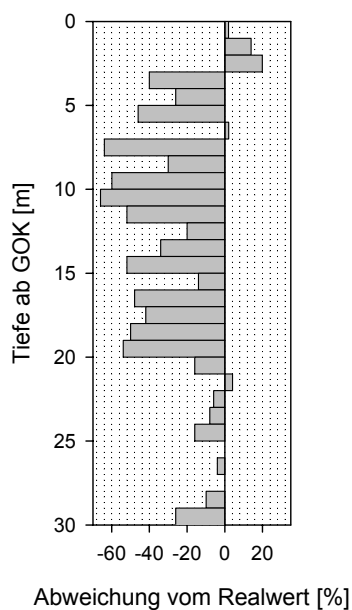
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Ordinary Kriging-Gauß'sche Funktion

mit 3 Stützstellen:



mit 5 Stützstellen:



## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 2000

### Universal Kriging-Exponentielle Funktion

BK 71.06	Universal 2000_3 e-Funktion			BK 71.06	Universal 2000_5 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	0	0	0	0	-1	-1	-1
0	13	13	13	0	6	5	6
0	13	13	13	0	17	17	17
50	42	42	42	50	8	8	8
50	70	70	70	50	25	25	25
60	5	5	5	60	26	26	26
20	43	43	43	20	24	23	24
80	29	29	29	80	18	17	17
60	84	84	84	60	31	30	30
80	25	25	25	80	23	22	22
90	25	25	25	90	27	26	26
80	-6	-6	-6	80	29	29	29
60	-11	-11	-11	60	41	40	40
80	49	49	49	80	47	47	47
90	54	54	54	90	41	41	41
80	29	29	29	80	54	55	55
80	49	49	49	80	39	38	38
80	49	49	49	80	33	33	33
80	26	26	26	80	31	30	31
80	22	22	22	80	32	31	32
50	27	27	27	50	33	32	32
30	17	17	17	30	37	36	37
50	37	37	37	50	51	50	50
50	13	13	13	50	46	44	45
50	17	17	17	50	37	36	36
50	5	5	5	50	24	24	24
50	21	21	21	50	47	46	47
50	31	31	31	50	51	50	51
50	9	9	9	50	41	39	40
50	-1	-1	-1	50	23	23	23

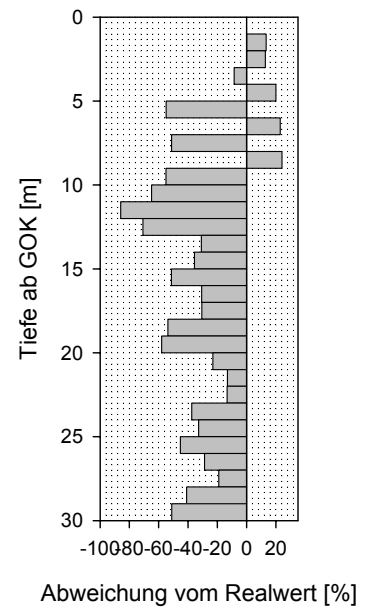
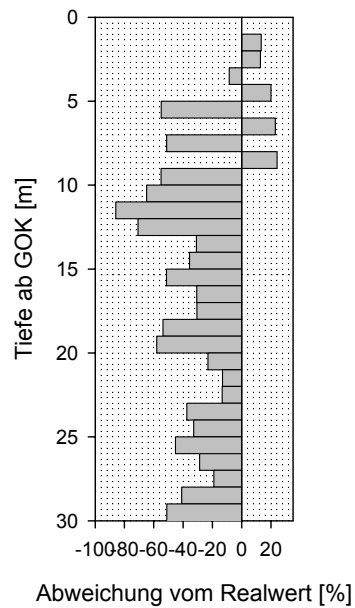
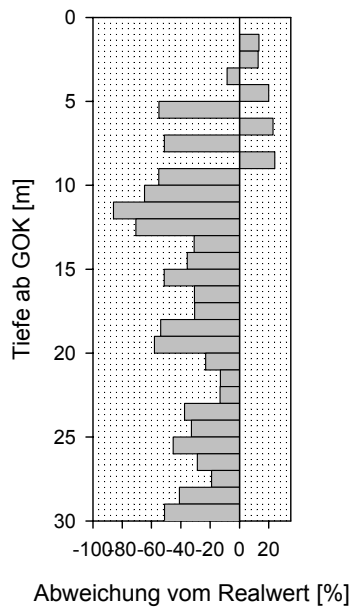
### Abweichungen zum Realprofil BK 71.06

BK 71.06	Δ von Universal 2000_3 e-Funktion			BK 71.06	Δ von Universal 2000_5 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	0	0	0	0	-1	-1	-1
0	13	13	13	0	6	5	6
0	13	13	13	0	17	17	17
50	-8	-8	-8	50	-42	-42	-42
50	20	20	20	50	-25	-25	-25
60	-55	-55	-55	60	-34	-34	-34
20	23	23	23	20	4	3	4
80	-51	-51	-51	80	-62	-63	-63
60	24	24	24	60	-29	-30	-30
80	-55	-55	-55	80	-57	-58	-58
90	-65	-65	-65	90	-63	-64	-64
80	-86	-86	-86	80	-51	-51	-51
60	-71	-71	-71	60	-19	-20	-20
80	-31	-31	-31	80	-33	-33	-33
90	-36	-36	-36	90	-49	-49	-49
80	-51	-51	-51	80	-26	-25	-25
80	-31	-31	-31	80	-41	-42	-42
80	-31	-31	-31	80	-47	-47	-47
80	-54	-54	-54	80	-49	-50	-49
80	-58	-58	-58	80	-48	-49	-48
50	-23	-23	-23	50	-17	-18	-18
30	-13	-13	-13	30	7	6	7
50	-13	-13	-13	50	1	0	0
50	-37	-37	-37	50	-4	-6	-5
50	-33	-33	-33	50	-13	-14	-14
50	-45	-45	-45	50	-26	-26	-26
50	-29	-29	-29	50	-3	-4	-3
50	-19	-19	-19	50	1	0	1
50	-41	-41	-41	50	-9	-11	-10
50	-51	-51	-51	50	-27	-27	-27

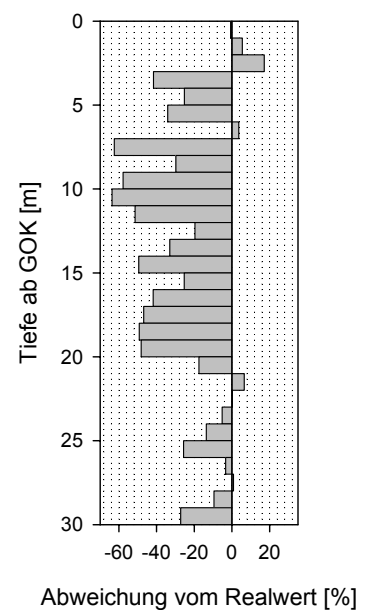
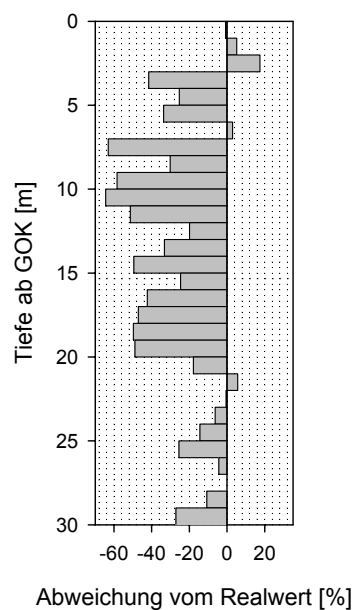
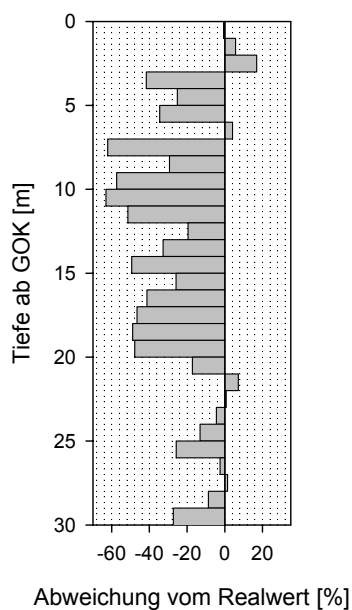
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Universal Kriging-Exponentielle Funktion

mit 3 Stützstellen:



mit 5 Stützstellen:



## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 2000

### Universal Kriging-Gauß'sche Funktion

BK 71.06	Universal 2000_3 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 71.06	Universal 2000_5 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	0	0	0	0	-1	-1	-1
0	13	13	13	0	5	5	5
0	13	13	13	0	18	18	17
50	42	42	42	50	8	8	8
50	70	70	70	50	25	25	25
60	5	5	5	60	26	26	26
20	43	43	43	20	23	23	23
80	29	29	29	80	17	17	17
60	84	84	84	60	30	30	30
80	25	25	25	80	21	21	22
90	25	25	25	90	25	25	26
80	-6	-6	-6	80	29	29	29
60	-11	-11	-11	60	40	40	40
80	49	49	49	80	47	47	47
90	54	54	54	90	41	41	41
80	29	29	29	80	55	55	55
80	49	49	49	80	38	38	38
80	49	49	49	80	33	33	33
80	26	26	26	80	30	30	30
80	22	22	22	80	31	31	31
50	27	27	27	50	32	32	32
30	17	17	17	30	35	35	36
50	37	37	37	50	49	49	50
50	13	13	13	50	43	43	44
50	17	17	17	50	35	35	36
50	5	5	5	50	25	25	25
50	21	21	21	50	45	45	46
50	31	31	31	50	50	50	50
50	9	9	9	50	39	39	39
50	-1	-1	-1	50	23	23	23

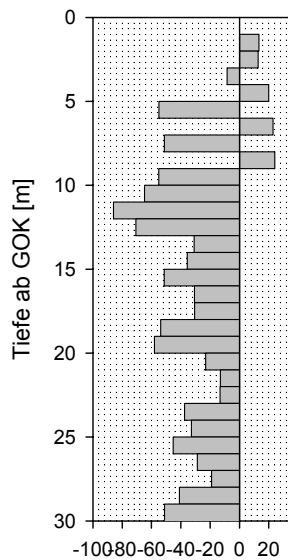
### Abweichungen zum Realprofil BK 71.06

BK 71.06	Δ von Universal 2000_3 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 71.06	Δ von Universal 2000_5 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	0	0	0	0	-1	-1	-1
0	13	13	13	0	5	5	5
0	13	13	13	0	18	18	17
50	-8	-8	-8	50	-42	-42	-42
50	20	20	20	50	-25	-25	-25
60	-55	-55	-55	60	-34	-34	-34
20	23	23	23	20	3	3	3
80	-51	-51	-51	80	-63	-63	-63
60	24	24	24	60	-30	-30	-30
80	-55	-55	-55	80	-59	-59	-58
90	-65	-65	-65	90	-65	-65	-64
80	-86	-86	-86	80	-51	-51	-51
60	-71	-71	-71	60	-20	-20	-20
80	-31	-31	-31	80	-33	-33	-33
90	-36	-36	-36	90	-49	-49	-49
80	-51	-51	-51	80	-25	-25	-25
80	-31	-31	-31	80	-42	-42	-42
80	-31	-31	-31	80	-47	-47	-47
80	-54	-54	-54	80	-50	-50	-50
80	-58	-58	-58	80	-49	-49	-49
50	-23	-23	-23	50	-18	-18	-18
30	-13	-13	-13	30	5	5	6
50	-13	-13	-13	50	-1	-1	0
50	-37	-37	-37	50	-7	-7	-6
50	-33	-33	-33	50	-15	-15	-14
50	-45	-45	-45	50	-25	-25	-25
50	-29	-29	-29	50	-5	-5	-4
50	-19	-19	-19	50	0	0	0
50	-41	-41	-41	50	-11	-11	-11
50	-51	-51	-51	50	-27	-27	-27

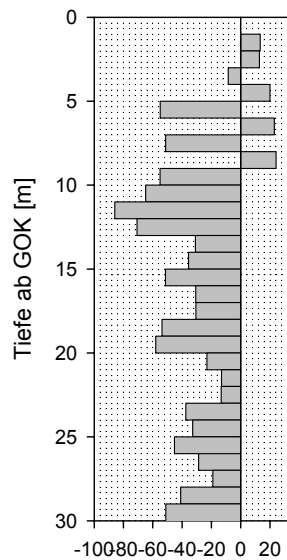
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Universal Kriging-Gauß'sche Funktion

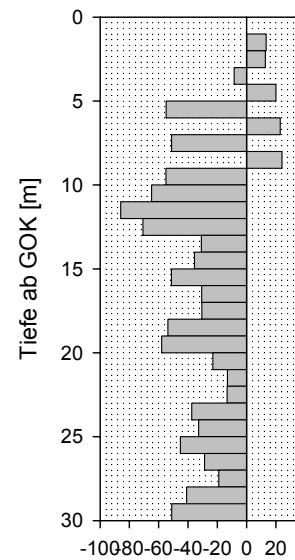
mit 3 Stützstellen:



Abweichung vom Realwert [%]

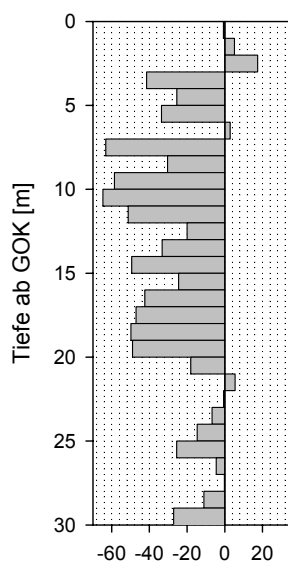


Abweichung vom Realwert [%]

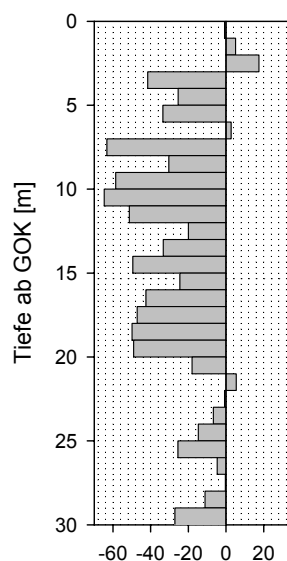


Abweichung vom Realwert [%]

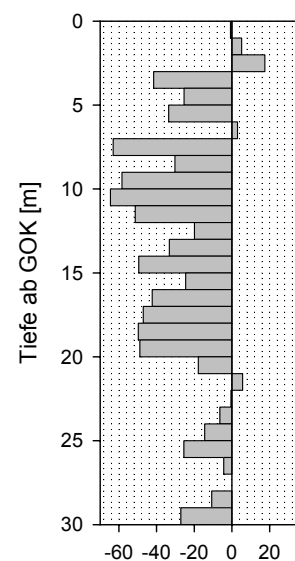
mit 5 Stützstellen:



Abweichung vom Realwert [%]



Abweichung vom Realwert [%]



Abweichung vom Realwert [%]

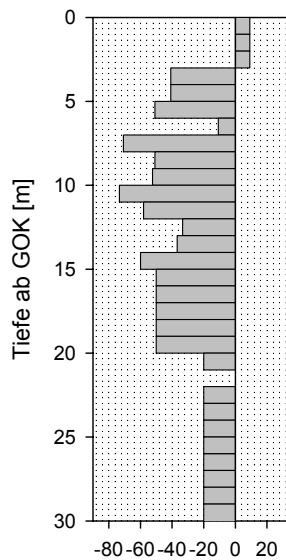
### Krigingergebnisse Datensatz original

[illegible][illegible]

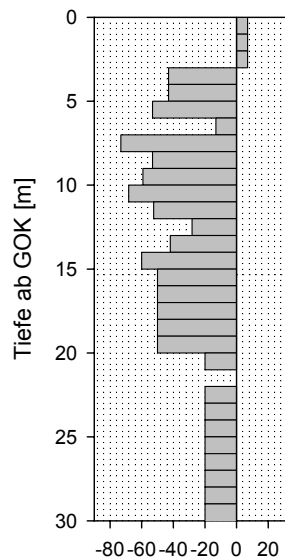
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

Datensatz original (ungestreckt in z-Achse)

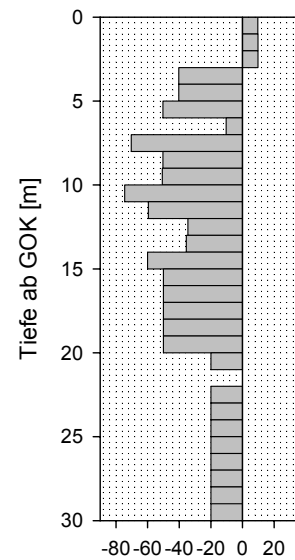
mit 5 Stützstellen:



Abweichung vom Realwert [%]

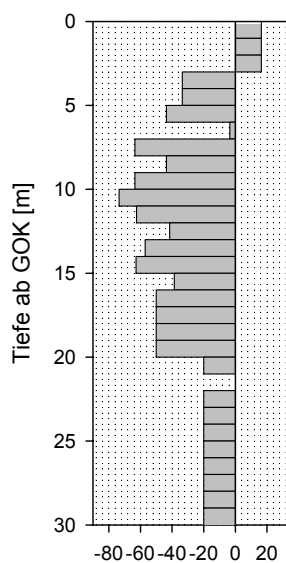


Abweichung vom Realwert [%]

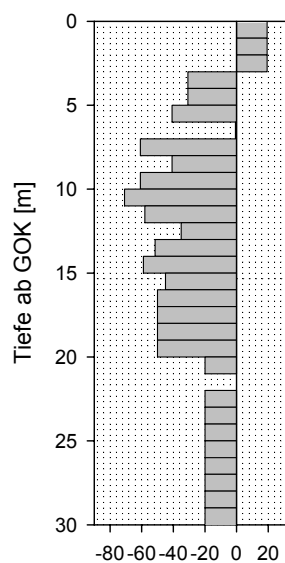


Abweichung vom Realwert [%]

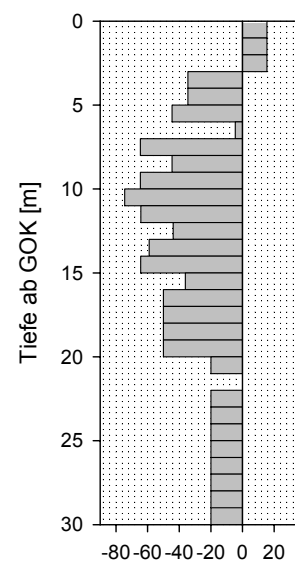
mit 9 Stützstellen:



Abweichung vom Realwert [%]



Abweichung vom Realwert [%]



Abweichung vom Realwert [%]



## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 66

### Ordinary Kriging-Exponentielle Funktion

BK 40.43	Ordinary 66_5 e-Funktion			BK 40.43	Ordinary 66_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	4	4	4	0	16	15	12
0	9	9	8	0	13	12	10
0	15	14	12	0	11	10	7
50	15	15	14	50	12	11	10
50	14	13	12	50	12	12	13
60	22	20	19	60	12	12	13
20	19	19	18	20	13	13	13
80	9	9	10	80	12	12	11
60	2	2	2	60	8	9	9
80	6	6	6	80	10	10	10
90	18	18	17	90	13	13	13
80	20	19	19	80	16	17	17
60	23	23	22	60	18	18	18
80	17	17	16	80	20	19	18
90	17	17	16	90	16	16	16
80	17	17	16	80	16	16	16
80	17	17	16	80	16	16	16
80	17	17	16	80	16	16	16
80	17	17	16	80	16	16	16
80	17	17	16	80	16	16	16
50	17	17	16	50	16	16	16
30	17	17	16	30	16	16	16
50	17	17	16	50	16	16	16
50	17	17	16	50	16	16	16
50	17	17	16	50	16	16	16
50	17	17	16	50	16	16	16
50	17	17	16	50	16	16	16
50	17	17	16	50	16	16	16
50	17	17	16	50	16	16	16
50	17	17	16	50	16	16	16

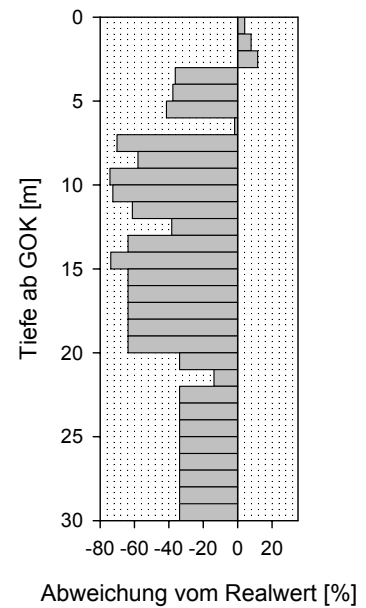
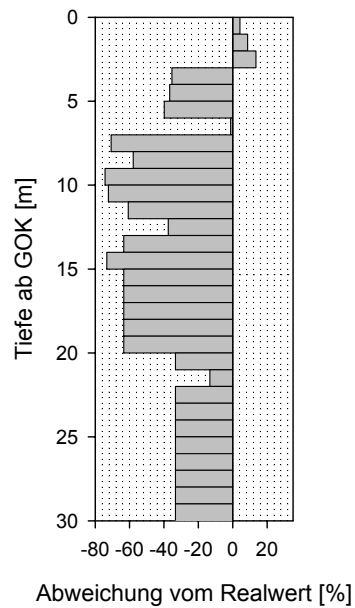
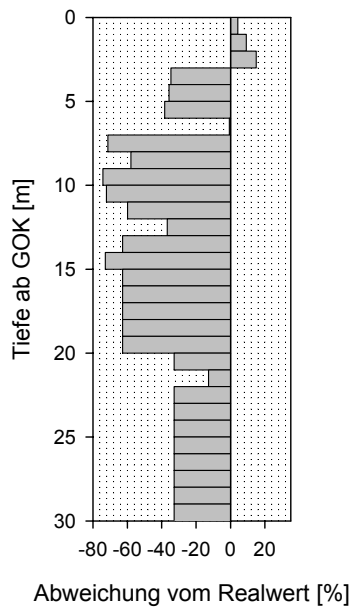
### Abweichungen zum Realprofil BK 4043.00

BK 40.43	Δ von Ordinary 66_5 e-Funktion			BK 40.43	Δ von Ordinary 66_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	4	4	4	0	16	15	12
0	9	9	8	0	13	12	10
0	15	14	12	0	11	10	7
50	-35	-35	-36	50	-38	-39	-40
50	-36	-37	-38	50	-38	-38	-37
60	-38	-40	-41	60	-48	-48	-47
20	-1	-1	-2	20	-7	-7	-7
80	-71	-71	-70	80	-68	-68	-69
60	-58	-58	-58	60	-52	-51	-51
80	-74	-74	-74	80	-70	-70	-70
90	-72	-72	-73	90	-77	-77	-77
80	-60	-61	-61	80	-64	-63	-63
60	-37	-37	-38	60	-42	-42	-42
80	-63	-63	-64	80	-60	-61	-62
90	-73	-73	-74	90	-74	-74	-74
80	-63	-63	-64	80	-64	-64	-64
80	-63	-63	-64	80	-64	-64	-64
80	-63	-63	-64	80	-64	-64	-64
80	-63	-63	-64	80	-64	-64	-64
80	-63	-63	-64	80	-64	-64	-64
50	-33	-33	-34	50	-34	-34	-34
30	-13	-13	-14	30	-14	-14	-14
50	-33	-33	-34	50	-34	-34	-34
50	-33	-33	-34	50	-34	-34	-34
50	-33	-33	-34	50	-34	-34	-34
50	-33	-33	-34	50	-34	-34	-34
50	-33	-33	-34	50	-34	-34	-34
50	-33	-33	-34	50	-34	-34	-34
50	-33	-33	-34	50	-34	-34	-34
50	-33	-33	-34	50	-34	-34	-34

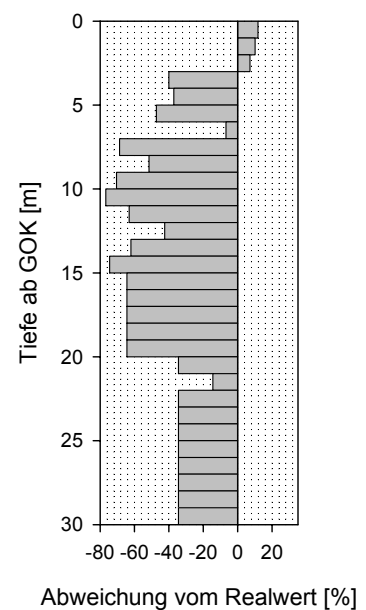
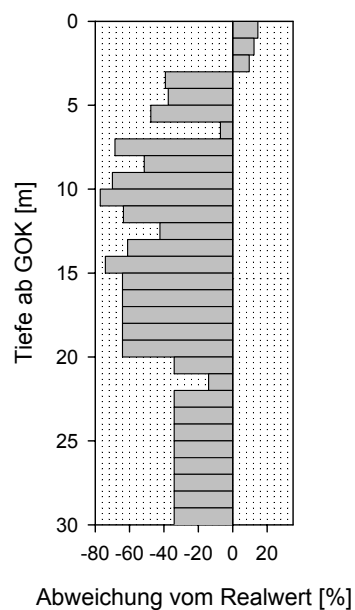
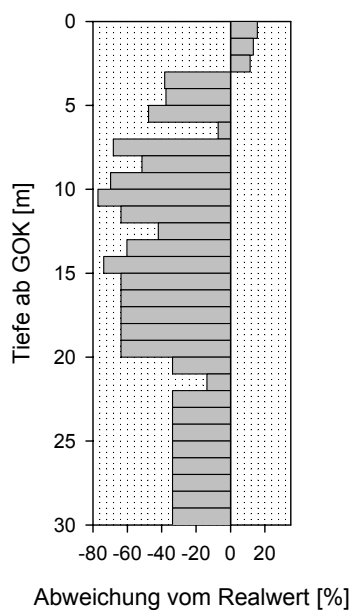
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Ordinary Kriging-Exponentielle Funktion

mit 5 Stützstellen:



mit 9 Stützstellen:



## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 66

### Ordinary Kriging-Gauß'sche Funktion

BK 40.43	Ordinary 66_5 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 40.43	Ordinary 66_9 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	4	5	8	0	16	16	14
0	10	10	10	0	13	14	17
0	16	16	15	0	13	12	9
50	16	16	16	50	13	12	11
50	16	14	12	50	13	12	14
60	24	22	19	60	13	11	8
20	20	20	20	20	13	12	13
80	8	8	10	80	12	12	17
60	2	2	3	60	8	9	8
80	6	6	6	80	10	11	13
90	18	19	21	90	13	12	7
80	22	19	13	80	17	16	24
60	24	24	25	60	19	18	11
80	18	18	17	80	20	21	22
90	18	18	17	90	17	16	16
80	18	18	17	80	17	16	16
80	18	18	17	80	17	16	16
80	18	18	17	80	17	16	16
80	18	18	17	80	17	16	16
80	18	18	17	80	17	16	16
50	18	18	17	50	17	16	16
30	18	18	17	30	17	16	16
50	18	18	17	50	17	16	16
50	18	18	17	50	17	16	16
50	18	18	17	50	17	16	16
50	18	18	17	50	17	16	16
50	18	18	17	50	17	16	16
50	18	18	17	50	17	16	16
50	18	18	17	50	17	16	16
50	18	18	17	50	17	16	16
50	18	18	17	50	17	16	16

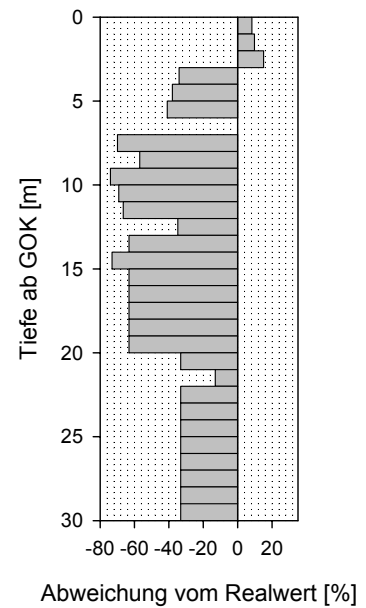
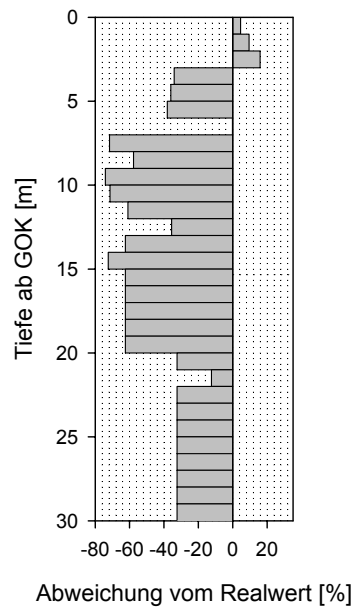
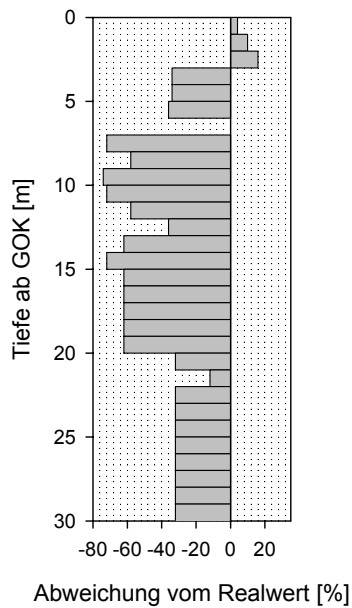
### Abweichungen zum Realprofil BK 4043.00

BK 40.43	Δ von Ordinary 66_5 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 40.43	Δ von Ordinary 66_9 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	4	5	8	0	16	16	14
0	10	10	10	0	13	14	17
0	16	16	15	0	13	12	9
50	-34	-34	-34	50	-37	-38	-39
50	-34	-36	-38	50	-37	-38	-36
60	-36	-38	-41	60	-47	-49	-52
20	0	0	0	20	-7	-8	-7
80	-72	-72	-70	80	-68	-68	-63
60	-58	-58	-57	60	-52	-51	-52
80	-74	-74	-74	80	-70	-69	-67
90	-72	-71	-69	90	-77	-78	-83
80	-58	-61	-67	80	-63	-64	-56
60	-36	-36	-35	60	-41	-42	-49
80	-62	-62	-63	80	-60	-59	-58
90	-72	-72	-73	90	-73	-74	-74
80	-62	-62	-63	80	-63	-64	-64
80	-62	-62	-63	80	-63	-64	-64
80	-62	-62	-63	80	-63	-64	-64
80	-62	-62	-63	80	-63	-64	-64
80	-62	-62	-63	80	-63	-64	-64
50	-32	-32	-33	50	-33	-34	-34
30	-12	-12	-13	30	-13	-14	-14
50	-32	-32	-33	50	-33	-34	-34
50	-32	-32	-33	50	-33	-34	-34
50	-32	-32	-33	50	-33	-34	-34
50	-32	-32	-33	50	-33	-34	-34
50	-32	-32	-33	50	-33	-34	-34
50	-32	-32	-33	50	-33	-34	-34
50	-32	-32	-33	50	-33	-34	-34
50	-32	-32	-33	50	-33	-34	-34

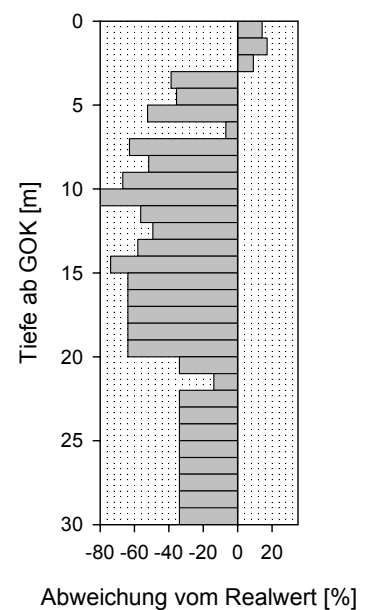
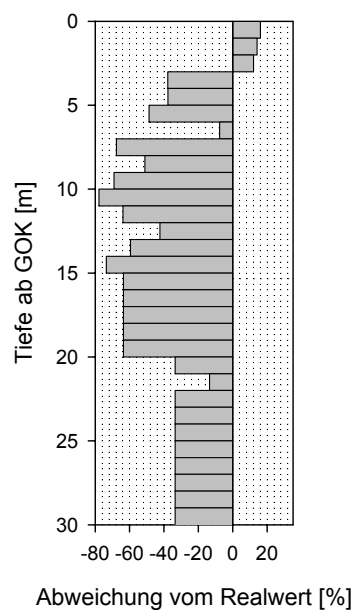
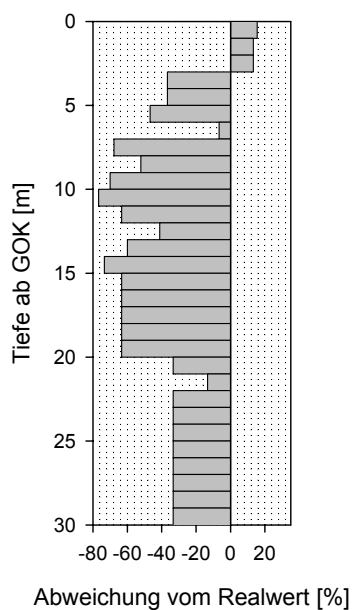
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Ordinary Kriging-Gauß'sche Funktion

mit 5 Stützstellen:



mit 9 Stützstellen:



## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 66

### Universal Kriging-Exponentielle Funktion

BK 40.43	Universal 66_5 e-Funktion			BK 40.43	Universal 66_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	14	15	-148	0	20	5	-162
0	24	28	14	0	19	16	5
0	14	14	-1	0	9	7	4
50	-1	-1	320	50	11	10	8
50	4	10	-74	50	12	12	11
60	15	4	11	60	-4	-14	45
20	16	20	-53	20	4	9	13
80	-26	152	18	80	14	23	28
60	2	2	5	60	15	-9	20
80	7	7	0	80	8	12	9
90	28	9	20	90	1	-26	30
80	-5	29	-4	80	7	18	6
60	24	27	20	60	19	17	49
80	4	10	12	80	23	17	11
90	13	-2	11	90	13	20	19
80	23	19	9	80	15	8	12
80	4	10	12	80	20	17	12
80	13	-2	11	80	13	20	19
80	23	19	9	80	15	8	12
80	4	10	12	80	20	17	12
50	13	-2	11	50	13	20	19
30	23	19	9	30	15	8	12
50	4	10	12	50	20	17	12
50	13	-2	11	50	13	20	19
50	23	19	9	50	15	8	12
50	4	10	12	50	56	17	12
50	50	-98	6	50	1051	-28	-6
50	5	19	15	50	8	17	13
50	23	19	9	50	11	14	10
50	50	-98	6	50	11	-6	10

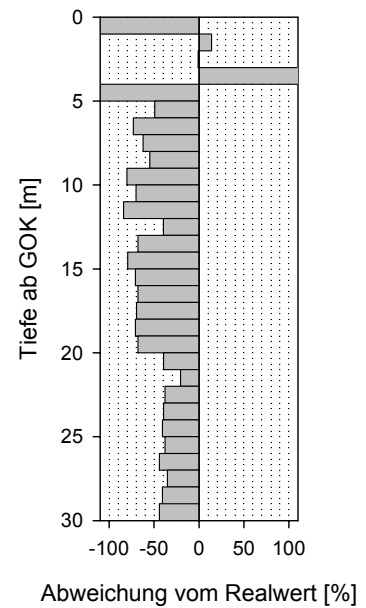
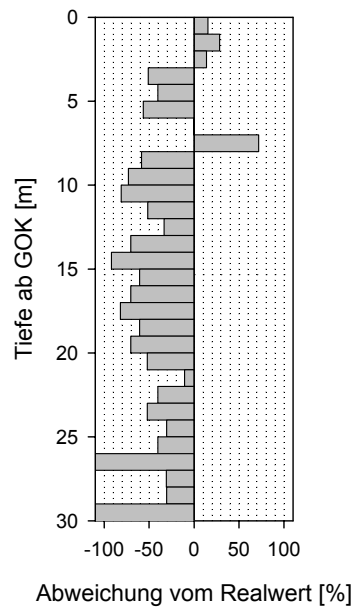
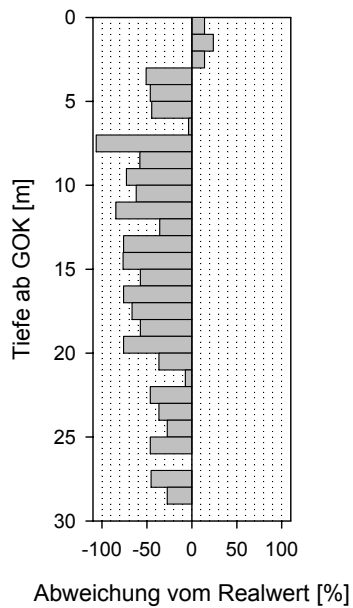
### Abweichungen zum Realprofil BK 4043.00

BK 40.43	Δ von Universal 66_5 e-Funktion			BK 40.43	Δ von Universal 66_9 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	14	15	-148	0	20	5	-162
0	24	28	14	0	19	16	5
0	14	14	-1	0	9	7	4
50	-51	-51	270	50	-39	-40	-42
50	-46	-40	-124	50	-38	-38	-39
60	-45	-56	-49	60	-64	-74	-15
20	-4	0	-73	20	-16	-11	-7
80	-106	72	-62	80	-66	-57	-52
60	-58	-58	-55	60	-45	-69	-40
80	-73	-73	-80	80	-72	-68	-71
90	-62	-81	-70	90	-89	-116	-60
80	-85	-51	-84	80	-73	-62	-74
60	-36	-33	-40	60	-41	-43	-11
80	-76	-70	-68	80	-57	-63	-69
90	-77	-92	-79	90	-77	-70	-71
80	-57	-61	-71	80	-65	-72	-68
80	-76	-70	-68	80	-60	-63	-68
80	-67	-82	-69	80	-67	-60	-61
80	-57	-61	-71	80	-65	-72	-68
80	-76	-70	-68	80	-60	-63	-68
50	-37	-52	-39	50	-37	-30	-31
30	-7	-11	-21	30	-15	-22	-18
50	-46	-40	-38	50	-30	-33	-38
50	-37	-52	-39	50	-37	-30	-31
50	-27	-31	-41	50	-35	-42	-38
50	-46	-40	-38	50	6	-33	-38
50	0	-148	-44	50	1001	-78	-56
50	-45	-31	-35	50	-42	-33	-37
50	-27	-31	-41	50	-39	-36	-40
50	0	-148	-44	50	-39	-56	-40

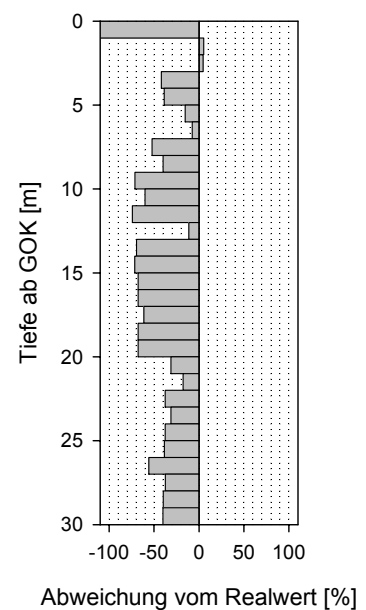
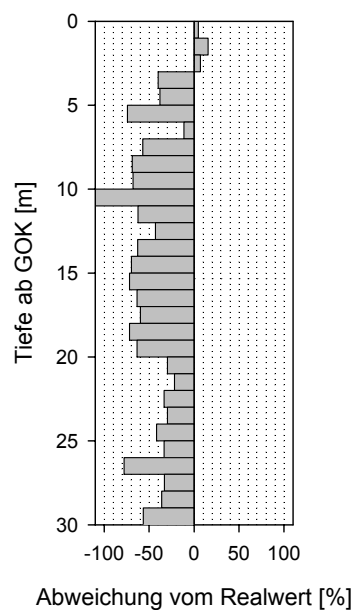
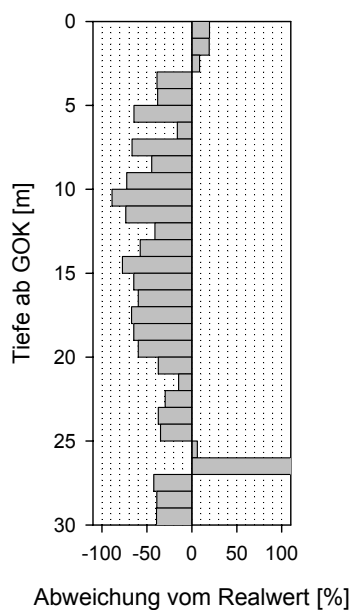
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Universal Kriging-Exponentielle Funktion

mit 5 Stützstellen:



mit 9 Stützstellen:



## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 66

### Universal Kriging-Gauß'sche Funktion

BK 40.43	Universal 66_5 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 40.43	Universal 66_9 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	15	11	-121	0	4	5	-90
0	37	26	-237	0	16	15	263
0	15	-1	-1	0	10	10	9
50	17	-1	-37	50	12	12	11
50	9	4	-595	50	12	12	15
60	11	17	-750	60	3	4	-381
20	1	30	-17	20	15	13	81
80	12	13	5	80	23	1	8563
60	2	1	-119	60	6	34	703
80	6	6	141	80	13	13	-3769
90	17	15	224	90	21	4	413
80	19	24	379	80	35	16	447
60	21	8	-193	60	32	-15	837
80	16	14	23	80	32	22	208
90	16	10	-1895	90	28	71	-540
80	16	18	23	80	28	8	34
80	16	14	23	80	28	21	25
80	16	10	-1895	80	28	71	-540
80	16	18	23	80	28	8	34
80	16	14	23	80	28	21	25
50	16	10	-1895	50	28	71	-540
30	16	18	23	30	28	8	34
50	16	14	23	50	28	21	25
50	16	10	-1895	50	28	71	-540
50	16	18	23	50	28	8	34
50	16	14	23	50	28	-3	303
50	16	14	28	50	28	16	58
50	16	14	-24	50	28	8	18
50	16	18	23	50	28	34	-347
50	16	14	28	50	28	7	-13

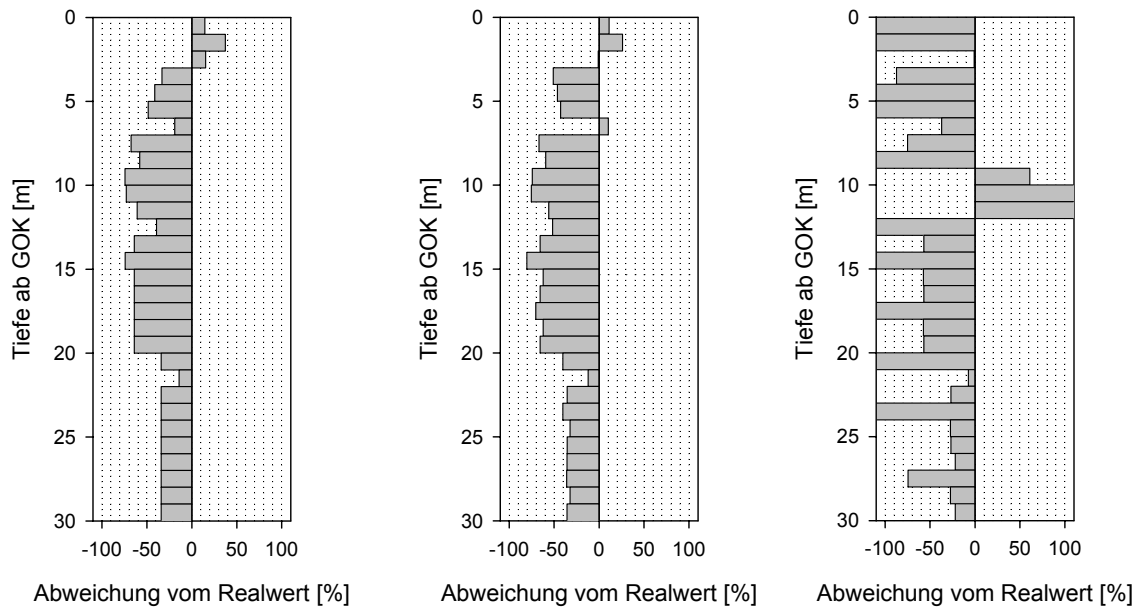
### Abweichungen zum Realprofil BK 4043.00

BK 40.43	Δ von Universal 66_5 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 40.43	Δ von Universal 66_9 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	15	11	-121	0	4	5	-90
0	37	26	-237	0	16	15	263
0	15	-1	-1	0	10	10	9
50	-33	-51	-87	50	-38	-38	-39
50	-41	-46	-645	50	-38	-38	-35
60	-49	-43	-810	60	-57	-56	-441
20	-19	10	-37	20	-5	-7	61
80	-68	-67	-75	80	-57	-79	8483
60	-58	-59	-179	60	-54	-26	643
80	-74	-74	61	80	-67	-67	-3849
90	-73	-75	134	90	-69	-86	323
80	-61	-56	299	80	-45	-64	367
60	-39	-52	-253	60	-28	-75	777
80	-64	-66	-57	80	-48	-58	128
90	-74	-80	-1985	90	-62	-19	-630
80	-64	-62	-57	80	-52	-72	-46
80	-64	-66	-57	80	-52	-59	-55
80	-64	-70	-1975	80	-52	-9	-620
80	-64	-62	-57	80	-52	-72	-46
80	-64	-66	-57	80	-52	-59	-55
50	-34	-40	-1945	50	-22	21	-590
30	-14	-12	-7	30	-2	-22	4
50	-34	-36	-27	50	-22	-29	-25
50	-34	-40	-1945	50	-22	21	-590
50	-34	-32	-27	50	-22	-42	-16
50	-34	-36	-27	50	-22	-53	253
50	-34	-36	-22	50	-22	-34	8
50	-34	-36	-74	50	-22	-42	-32
50	-34	-32	-27	50	-22	-16	-397
50	-34	-36	-22	50	-22	-43	-63

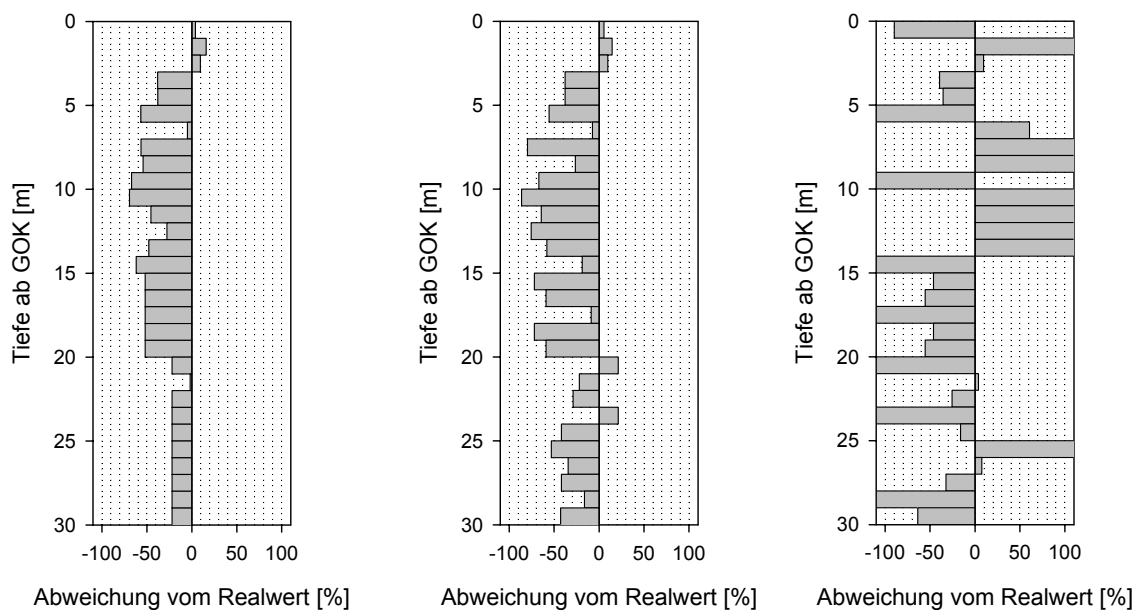
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Universal Kriging-Gauß'sche Funktion

mit 5 Stützstellen:



mit 9 Stützstellen:





## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 2000

### Ordinary Kriging-Exponentielle Funktion

BK 40.43	Ordinary 2000_3 e-Funktion			BK 40.43	Ordinary 2000_5 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	77	77	77	0	52	52	51
0	70	70	70	0	50	50	50
0	49	50	49	0	58	58	57
50	52	53	52	50	62	62	61
50	59	60	59	50	66	66	66
60	33	33	33	60	56	56	55
20	10	10	10	20	37	38	37
80	17	17	17	80	41	42	41
60	0	0	0	60	31	32	31
80	17	17	17	80	41	42	41
90	10	10	10	90	20	20	20
80	27	27	27	80	30	30	30
60	27	27	27	60	30	30	30
80	37	37	37	80	36	36	36
90	37	37	37	90	40	40	40
80	23	23	23	80	32	32	32
80	23	23	23	80	32	32	32
80	17	17	17	80	22	22	22
80	37	37	37	80	34	34	34
80	40	40	40	80	36	36	36
50	23	23	23	50	26	26	26
30	30	30	30	30	30	30	30
50	30	30	30	50	30	30	30
50	37	37	37	50	34	34	34
50	37	37	37	50	34	34	34
50	37	37	37	50	34	34	34
50	37	37	37	50	34	34	34
50	37	37	37	50	30	30	30
50	37	37	37	50	30	30	30
50	37	37	37	50	30	30	30

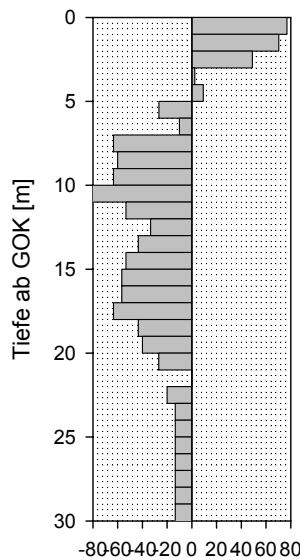
### Abweichungen zum Realprofil BK 4043.00

BK 40.43	Δ von Ordinary 2000_3 e-Funktion			BK 40.43	Δ von Ordinary 2000_5 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	77	77	77	0	52	52	51
0	70	70	70	0	50	50	50
0	49	50	49	0	58	58	57
50	2	3	2	50	12	12	11
50	9	10	9	50	16	16	16
60	-27	-27	-27	60	-4	-4	-5
20	-10	-10	-10	20	17	18	17
80	-63	-63	-63	80	-39	-38	-39
60	-60	-60	-60	60	-29	-28	-29
80	-63	-63	-63	80	-39	-38	-39
90	-80	-80	-80	90	-70	-70	-70
80	-53	-53	-53	80	-50	-50	-50
60	-33	-33	-33	60	-30	-30	-30
80	-43	-43	-43	80	-44	-44	-44
90	-53	-53	-53	90	-50	-50	-50
80	-57	-57	-57	80	-48	-48	-48
80	-57	-57	-57	80	-48	-48	-48
80	-63	-63	-63	80	-58	-58	-58
80	-43	-43	-43	80	-46	-46	-46
80	-40	-40	-40	80	-44	-44	-44
50	-27	-27	-27	50	-24	-24	-24
30	0	0	0	30	0	0	0
50	-20	-20	-20	50	-20	-20	-20
50	-13	-13	-13	50	-16	-16	-16
50	-13	-13	-13	50	-16	-16	-16
50	-13	-13	-13	50	-16	-16	-16
50	-13	-13	-13	50	-16	-16	-16
50	-13	-13	-13	50	-20	-20	-20
50	-13	-13	-13	50	-20	-20	-20
50	-13	-13	-13	50	-20	-20	-20

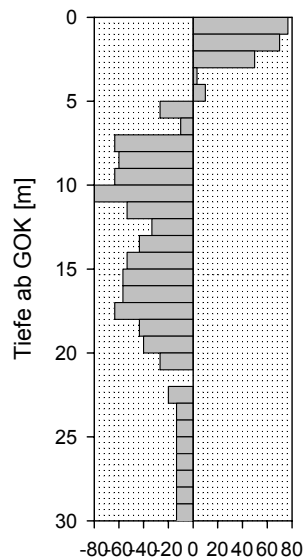
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Ordinary Kriging-Exponentielle Funktion

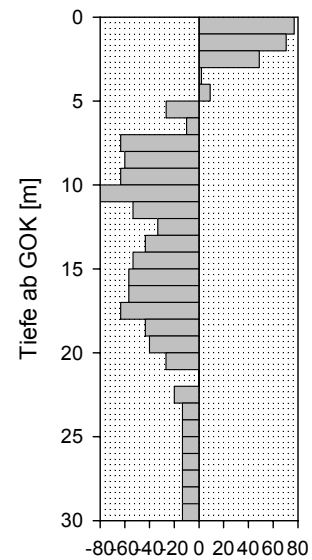
mit 3 Stützstellen:



Abweichung vom Realwert [%]

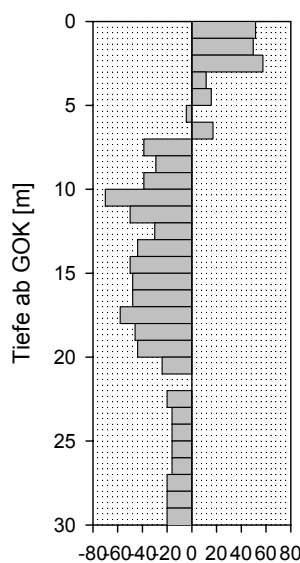


Abweichung vom Realwert [%]

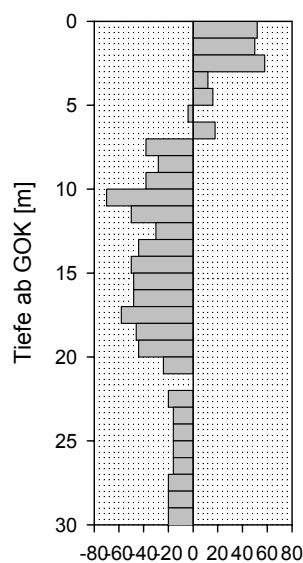


Abweichung vom Realwert [%]

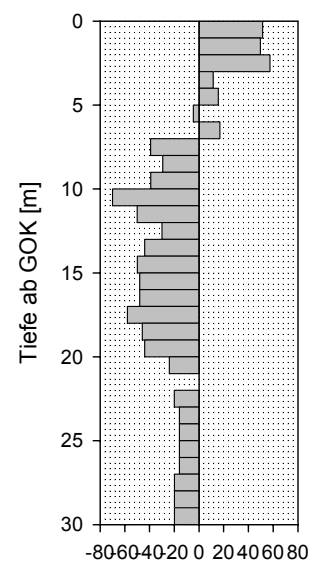
mit 5 Stützstellen:



Abweichung vom Realwert [%]



Abweichung vom Realwert [%]



Abweichung vom Realwert [%]

## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 2000

### Ordinary Kriging-Gauß'sche Funktion

BK 40.43	Ordinary 2000_3 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 40.43	Ordinary 2000_5 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	77	77	77	0	52	52	52
0	70	70	70	0	50	50	50
0	50	50	50	0	58	58	58
50	53	53	53	50	62	62	62
50	60	60	60	50	66	66	66
60	33	33	33	60	56	56	56
20	10	10	10	20	38	38	38
80	17	17	17	80	42	42	42
60	0	0	0	60	32	32	32
80	17	17	17	80	42	42	42
90	10	10	10	90	20	20	20
80	27	27	27	80	30	30	30
60	27	27	27	60	30	30	30
80	37	37	37	80	36	36	36
90	37	37	37	90	40	40	40
80	23	23	23	80	32	32	32
80	23	23	23	80	32	32	32
80	17	17	17	80	22	22	22
80	37	37	37	80	34	34	34
80	40	40	40	80	36	36	36
50	23	23	23	50	26	26	26
30	30	30	30	30	30	30	30
50	30	30	30	50	30	30	30
50	37	37	37	50	34	34	34
50	37	37	37	50	34	34	34
50	37	37	37	50	34	34	34
50	37	37	37	50	34	34	34
50	37	37	37	50	30	30	30
50	37	37	37	50	30	30	30
50	37	37	37	50	30	30	30

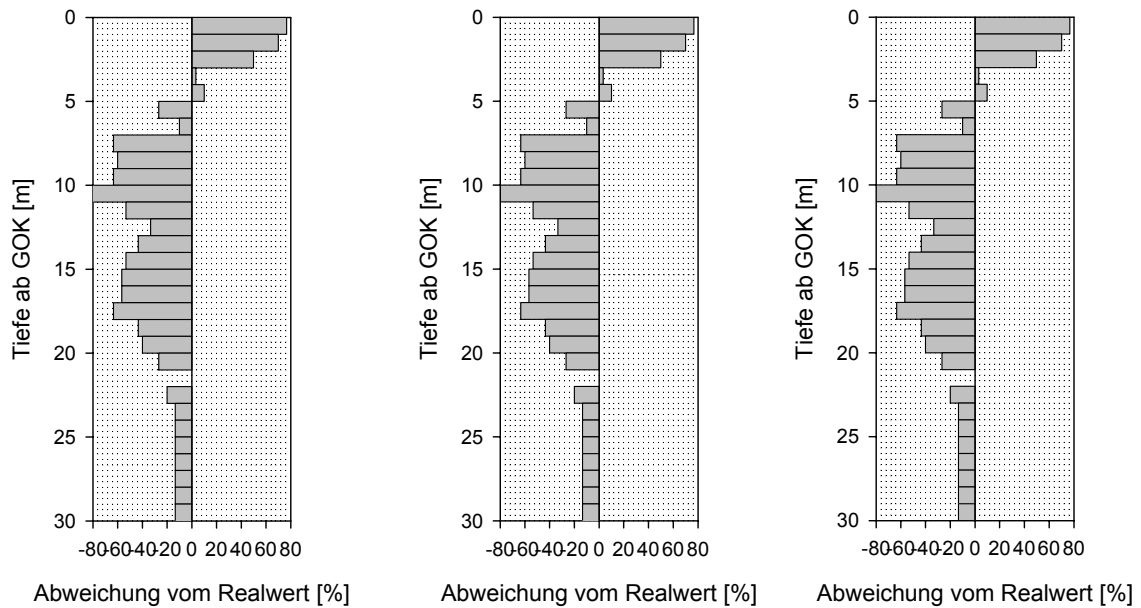
### Abweichungen zum Realprofil BK 4043.00

BK 40.43	Δ von Ordinary 2000_3 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 40.43	Δ von Ordinary 2000_5 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	77	77	77	0	52	52	52
0	70	70	70	0	50	50	50
0	50	50	50	0	58	58	58
50	3	3	3	50	12	12	12
50	10	10	10	50	16	16	16
60	-27	-27	-27	60	-4	-4	-4
20	-10	-10	-10	20	18	18	18
80	-63	-63	-63	80	-38	-38	-38
60	-60	-60	-60	60	-28	-28	-28
80	-63	-63	-63	80	-38	-38	-38
90	-80	-80	-80	90	-70	-70	-70
80	-53	-53	-53	80	-50	-50	-50
60	-33	-33	-33	60	-30	-30	-30
80	-43	-43	-43	80	-44	-44	-44
90	-53	-53	-53	90	-50	-50	-50
80	-57	-57	-57	80	-48	-48	-48
80	-57	-57	-57	80	-48	-48	-48
80	-63	-63	-63	80	-58	-58	-58
80	-43	-43	-43	80	-46	-46	-46
80	-40	-40	-40	80	-44	-44	-44
50	-27	-27	-27	50	-24	-24	-24
30	0	0	0	30	0	0	0
50	-20	-20	-20	50	-20	-20	-20
50	-13	-13	-13	50	-16	-16	-16
50	-13	-13	-13	50	-16	-16	-16
50	-13	-13	-13	50	-16	-16	-16
50	-13	-13	-13	50	-16	-16	-16
50	-13	-13	-13	50	-20	-20	-20
50	-13	-13	-13	50	-20	-20	-20
50	-13	-13	-13	50	-20	-20	-20

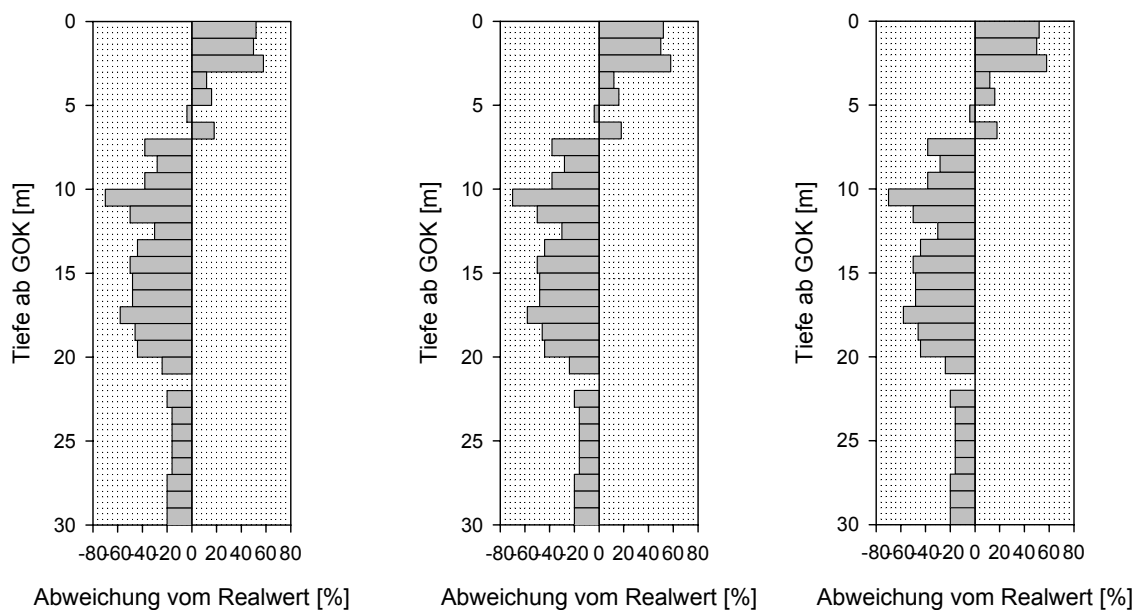
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Ordinary Kriging-Gauß'sche Funktion

mit 3 Stützstellen:



mit 5 Stützstellen:



## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 2000

### Universal Kriging-Exponentielle Funktion

BK 40.43	Universal 2000_3 e-Funktion			BK 40.43	Universal 2000_5 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	-15	-15	-15	0	-10	-9	-10
0	-68	-68	-68	0	-31	-31	-31
0	-31	-31	-31	0	-6	-6	-6
50	-30	-30	-30	50	-7	-7	-7
50	-4	-4	-4	50	16	16	16
60	280	-819	214	60	-16	-17	-16
20	18	18	18	20	6	6	6
80	23	23	23	80	12	12	12
60	0	0	0	60	-5	-5	-5
80	2	2	2	80	9	9	9
90	21	21	21	90	2	2	2
80	60	60	60	80	20	20	20
60	27	27	27	60	10	10	10
80	21	21	21	80	11	11	11
90	21	21	21	90	8	8	8
80	29	29	29	80	10	10	10
80	29	29	29	80	34	34	34
80	33	33	33	80	12	12	12
80	21	21	21	80	10	10	10
80	18	18	18	80	9	9	9
50	29	29	29	50	11	11	11
30	25	25	25	30	11	10	11
50	25	25	25	50	11	10	11
50	21	21	21	50	10	10	10
50	21	21	21	50	10	10	10
50	21	21	21	50	10	10	10
50	21	21	21	50	10	10	10
50	21	21	21	50	14	14	14
50	21	21	21	50	14	14	14
50	21	21	21	50	14	14	14

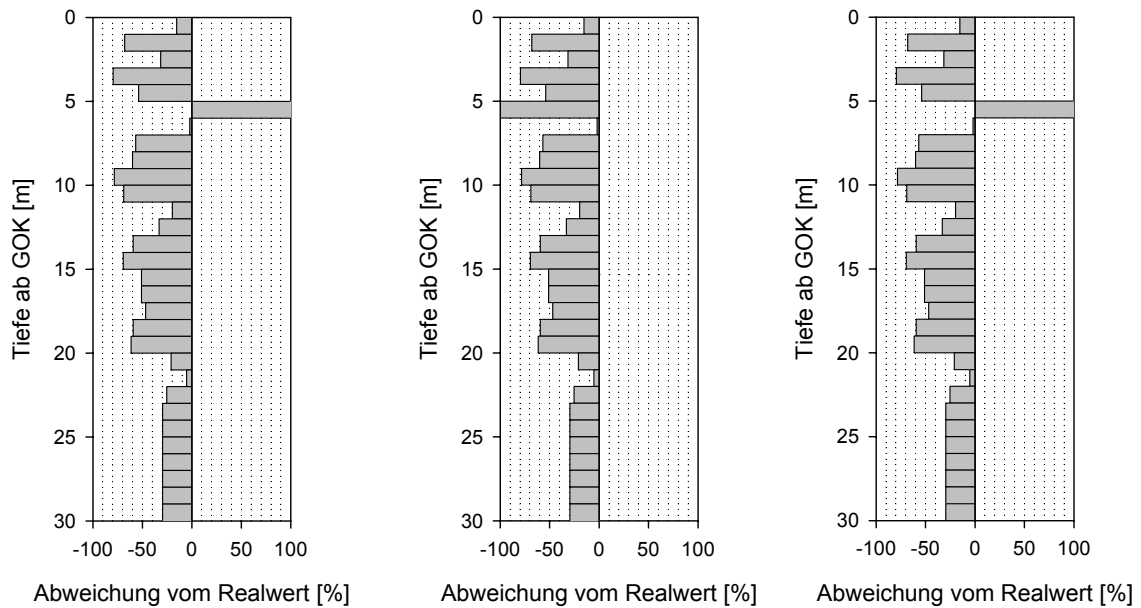
### Abweichungen zum Realprofil BK 4043.00

BK 40.43	Δ von Universal 2000_3 e-Funktion			BK 40.43	Δ von Universal 2000_5 e-Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	-15	-15	-15	0	-10	-9	-10
0	-68	-68	-68	0	-31	-31	-31
0	-31	-31	-31	0	-6	-6	-6
50	-80	-80	-80	50	-57	-57	-57
50	-54	-54	-54	50	-34	-34	-34
60	220	-879	154	60	-76	-77	-76
20	-2	-2	-2	20	-14	-14	-14
80	-57	-57	-57	80	-68	-68	-68
60	-60	-60	-60	60	-65	-65	-65
80	-78	-78	-78	80	-71	-71	-71
90	-69	-69	-69	90	-88	-88	-88
80	-20	-20	-20	80	-60	-60	-60
60	-33	-33	-33	60	-50	-50	-50
80	-59	-59	-59	80	-69	-69	-69
90	-69	-69	-69	90	-82	-82	-82
80	-51	-51	-51	80	-70	-70	-70
80	-51	-51	-51	80	-46	-46	-46
80	-47	-47	-47	80	-68	-68	-68
80	-59	-59	-59	80	-70	-70	-70
80	-62	-62	-62	80	-71	-71	-71
50	-21	-21	-21	50	-39	-39	-39
30	-5	-5	-5	30	-19	-20	-19
50	-25	-25	-25	50	-39	-40	-39
50	-29	-29	-29	50	-40	-40	-40
50	-29	-29	-29	50	-40	-40	-40
50	-29	-29	-29	50	-40	-40	-40
50	-29	-29	-29	50	-40	-40	-40
50	-29	-29	-29	50	-36	-36	-36
50	-29	-29	-29	50	-36	-36	-36
50	-29	-29	-29	50	-36	-36	-36

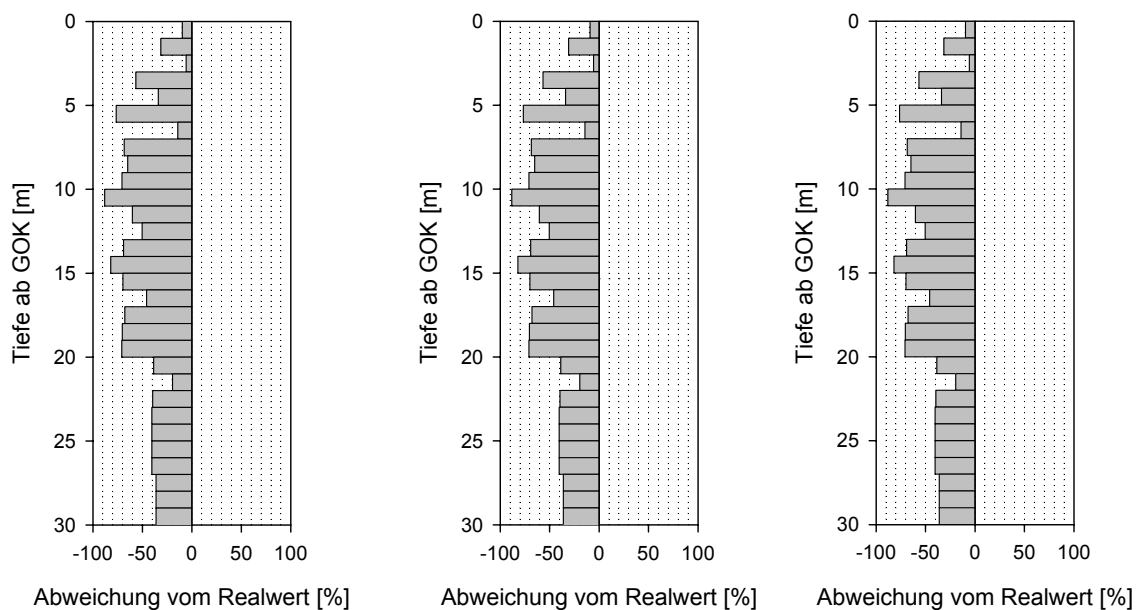
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Universal Kriging-Exponentielle Funktion

mit 3 Stützstellen:



mit 5 Stützstellen:



## Krigingergebnisse Datensatz modifiziert, Faktor 2000

### Universal Kriging-Gauß'sche Funktion

BK 40.43	Universal 2000_3 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 40.43	Universal 2000_5 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	-15	-15	-15	0	-9	-9	-9
0	-68	-68	-68	0	-31	-31	-31
0	-31	-31	-31	0	-6	-6	-6
50	-30	-30	-30	50	-7	-7	-7
50	-4	-4	-4	50	16	16	16
60	214	-1	12	60	-17	-17	-17
20	18	18	18	20	6	6	6
80	23	23	23	80	12	12	12
60	0	0	0	60	-5	-5	-5
80	2	2	2	80	9	9	9
90	21	21	21	90	2	2	2
80	60	60	60	80	20	20	20
60	27	27	27	60	10	10	10
80	21	21	21	80	11	11	11
90	21	21	21	90	8	8	8
80	29	29	29	80	10	10	10
80	29	29	29	80	34	34	34
80	33	33	33	80	12	12	12
80	21	21	21	80	10	10	10
80	18	18	18	80	9	9	9
50	29	29	29	50	11	11	11
30	25	25	25	30	10	10	10
50	25	25	25	50	10	10	10
50	21	21	21	50	10	10	10
50	21	21	21	50	10	10	10
50	21	21	21	50	10	10	10
50	21	21	21	50	10	10	10
50	21	21	21	50	14	14	14
50	21	21	21	50	14	14	14
50	21	21	21	50	14	14	14

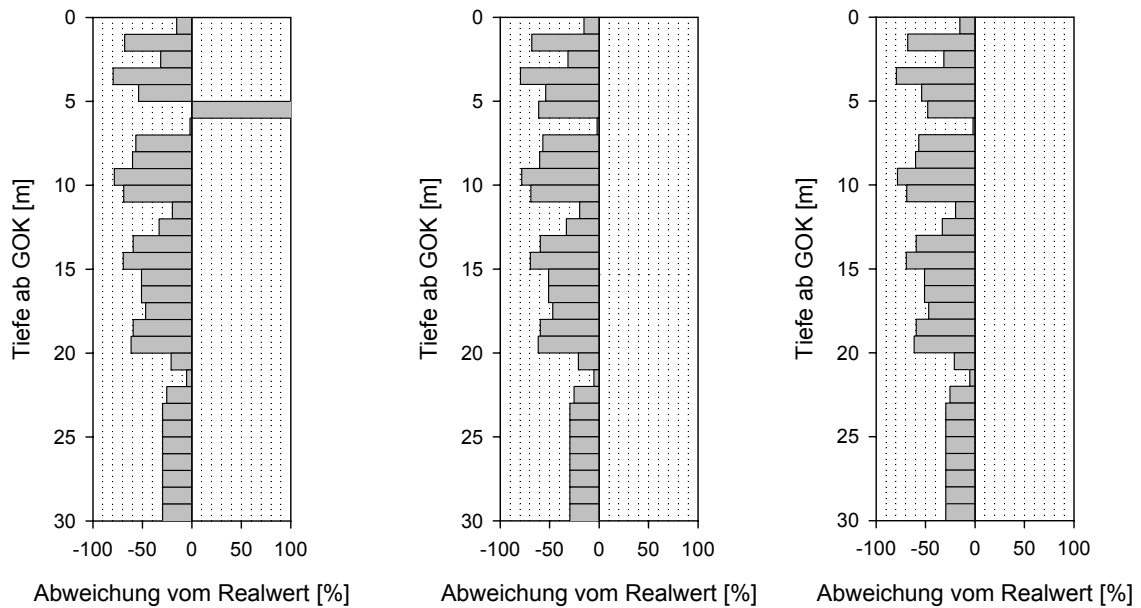
### Abweichungen zum Realprofil BK 4043.00

BK 40.43	Δ von Universal 2000_3 e <sup>2</sup> -Funktion			BK 40.43	Δ von Universal 2000_5 e <sup>2</sup> -Funktion		
	540	900	1800		540	900	1800
0	-15	-15	-15	0	-9	-9	-9
0	-68	-68	-68	0	-31	-31	-31
0	-31	-31	-31	0	-6	-6	-6
50	-80	-80	-80	50	-57	-57	-57
50	-54	-54	-54	50	-34	-34	-34
60	154	-61	-48	60	-77	-77	-77
20	-2	-2	-2	20	-14	-14	-14
80	-57	-57	-57	80	-68	-68	-68
60	-60	-60	-60	60	-65	-65	-65
80	-78	-78	-78	80	-71	-71	-71
90	-69	-69	-69	90	-88	-88	-88
80	-20	-20	-20	80	-60	-60	-60
60	-33	-33	-33	60	-50	-50	-50
80	-59	-59	-59	80	-69	-69	-69
90	-69	-69	-69	90	-82	-82	-82
80	-51	-51	-51	80	-70	-70	-70
80	-51	-51	-51	80	-46	-46	-46
80	-47	-47	-47	80	-68	-68	-68
80	-59	-59	-59	80	-70	-70	-70
80	-62	-62	-62	80	-71	-71	-71
50	-21	-21	-21	50	-39	-39	-39
30	-5	-5	-5	30	-20	-20	-20
50	-25	-25	-25	50	-40	-40	-40
50	-29	-29	-29	50	-40	-40	-40
50	-29	-29	-29	50	-40	-40	-40
50	-29	-29	-29	50	-40	-40	-40
50	-29	-29	-29	50	-40	-40	-40
50	-29	-29	-29	50	-36	-36	-36
50	-29	-29	-29	50	-36	-36	-36
50	-29	-29	-29	50	-36	-36	-36

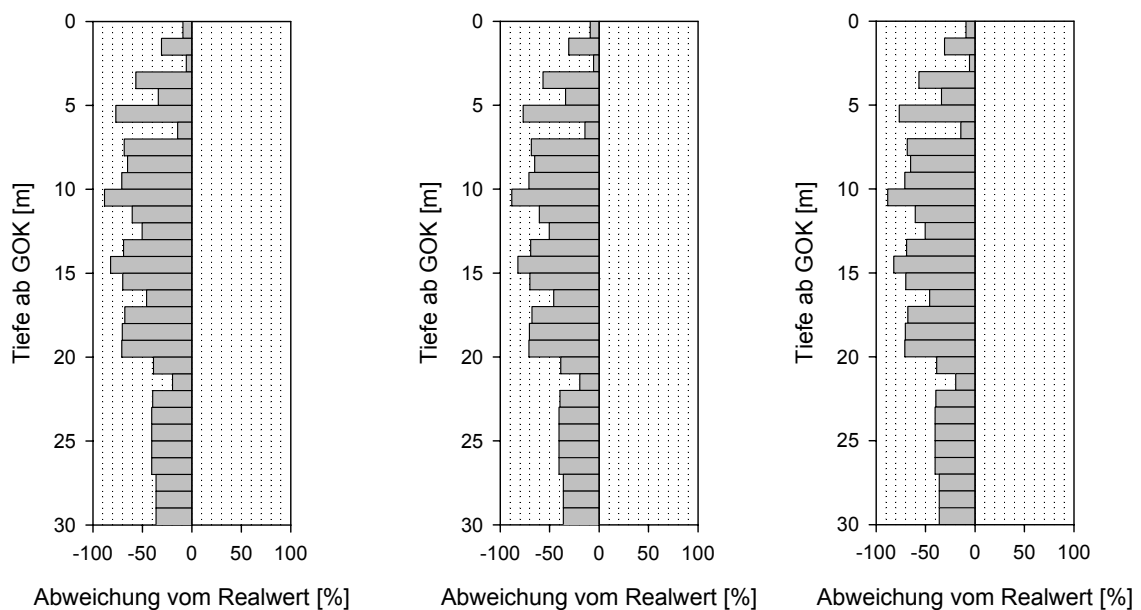
## Graphische Darstellung der Abweichung der Schätzung

### Universal Kriging-Gauß'sche Funktion

mit 3 Stützstellen:



mit 5 Stützstellen:





# Ergebnisse der Kreuzvalidation - exponentielle Funktion, 5 Stützstellen, Ordinary Kriging

## geschätzte Werte

BK 70.01	BK 70.03	BK 70.04	BK 70.06	BK 70.08	BK 4032.00	BK 70.10	BK 71.01	BK 71.03	BK 71.04	BK 71.08	BK 4036.00	BK 71.13	BK 72.01	BK 72.1.01	BK 72.1.15	BK 73.01	BK 73.06	BK 73.08	BK 74.1.06	BK 74.02	BK 74.2.01	BK 75.01	BK 75.02	BK 75.04	BK 76.01
18	39	30	16	0	0	11	5	24	1	1	0	31	0	0	60	86	63	30	21	22	2	4	48	13	13
18	30	30	17	0	13	11	5	24	1	1	0	31	0	0	60	90	69	30	30	22	2	4	48	13	14
32	30	30	30	0	37	11	5	33	1	1	18	31	0	0	60	90	56	30	35	22	2	4	48	14	24
26	30	30	30	0	35	11	5	17	1	1	37	21	0	0	60	90	90	30	36	28	11	13	48	24	26
24	30	30	30	0	20	11	5	49	1	1	14	40	4	0	60	90	90	30	40	40	34	6	22	26	40
37	30	30	30	0	38	20	5	15	22	1	32	30	9	0	60	90	90	30	40	34	57	3	43	40	41
67	30	30	30	0	72	26	5	39	23	1	50	68	10	0	60	90	90	30	40	30	37	6	42	41	50
32	30	30	30	0	58	44	6	21	12	1	58	56	11	0	60	90	90	15	40	54	48	13	60	50	50
35	30	30	30	4	46	14	6	46	8	1	50	69	7	0	60	90	90	28	40	75	70	29	30	50	50
53	30	30	30	9	42	21	14	11	25	1	73	48	15	0	60	90	90	30	40	49	70	8	30	50	50
80	30	30	30	28	59	28	10	29	37	22	57	56	19	0	60	90	90	54	40	11	70	8	30	50	50
52	30	30	30	26	59	31	10	21	16	23	53	68	23	0	60	90	90	43	40	67	70	21	30	50	50
55	30	30	30	27	55	10	10	17	29	12	56	72	3	0	60	90	90	23	40	58	70	32	30	50	50
76	30	30	30	41	42	7	10	25	48	8	76	56	15	0	60	90	90	24	40	41	70	12	30	50	50
97	30	30	30	54	46	11	10	20	28	25	68	57	11	0	60	90	90	49	40	29	70	12	30	50	50
80	30	30	30	50	54	19	10	28	10	37	69	57	14	0	60	90	90	61	40	62	70	22	30	50	50
80	30	30	30	46	44	14	10	24	44	16	45	60	5	0	60	90	90	41	40	40	70	10	30	50	50
81	30	30	30	54	40	10	10	25	55	29	53	67	9	0	60	90	90	50	40	40	70	10	30	50	50
94	30	30	30	50	40	6	10	25	25	48	55	68	0	0	60	90	90	51	40	40	70	10	30	50	50
81	30	30	30	50	40	5	10	25	40	28	52	51	0	0	60	90	90	60	40	40	70	10	30	50	50
90	30	30	30	50	40	36	10	25	41	10	47	39	4	0	60	90	90	60	40	40	70	10	30	50	50
90	30	30	30	50	40	38	10	25	54	44	39	73	0	0	60	90	90	60	40	40	70	10	30	50	50
90	30	30	30	50	40	36	10	25	34	55	36	60	0	0	60	90	90	60	40	40	70	10	30	50	50
90	30	30	30	50	40	39	10	25	54	25	41	55	0	0	60	90	90	60	40	40	70	10	30	50	50
90	30	30	30	50	40	70	10	25	36	40	50	46	0	0	60	90	90	60	40	40	70	10	30	50	50
90	30	30	30	50	40	70	10	25	48	41	50	59	0	0	60	90	90	60	40	40	70	10	30	50	50
90	30	30	30	50	40	70	10	25	30	54	50	50	0	0	60	90	90	60	40	40	70	10	30	50	50
90	30	30	30	50	40	70	10	25	30	34	50	50	0	0	60	90	90	60	40	40	70	10	30	50	50
90	30	30	30	50	40	70	10	25	30	54	50	50	0	0	60	90	90	60	40	40	70	10	30	50	50
90	30	30	30	50	40	70	10	25	30	36	50	50	0	0	60	90	90	60	40	40	70	10	30	50	50

## Ergebnisse der Kreuzvalidation - exponentielle Funktion, 5 Stützstellen, Ordinary Kriging

### reale Werte

BK 70.01	BK 70.03	BK 70.04	BK 70.06	BK 70.08	BK 4032.00	BK 70.10	BK 71.01	BK 71.03	BK 71.04	BK 71.08	BK 4036.00	BK 71.13	BK 72.01	BK 72.1.01	BK 72.1.15	BK 73.01	BK 73.06	BK 73.08	BK 74.1.06	BK 74.02	BK 74.2.01	BK 75.01	BK 75.02	BK 75.04	BK 76.01
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	10	20	0	0	0	0	0	0	0	20	10	0	0	0	0	0	10	0	0
0	0	30	10	20	50	0	50	10	30	20	0	20	0	30	0	30	0	10	20	50	0	0	40	30	90
0	0	10	40	30	20	0	10	0	20	40	0	60	10	10	10	40	40	20	50	0	50	0	20	90	50
0	40	50	40	80	40	30	20	0	30	0	0	60	20	30	50	50	10	60	30	20	60	0	0	100	70
0	20	30	40	60	50	80	30	20	30	0	10	60	10	40	60	60	20	30	70	70	80	0	60	50	60
40	0	30	40	30	40	70	30	20	30	40	10	80	10	30	50	60	20	30	10	70	60	0	60	50	60
0	0	30	40	20	0	30	30	20	20	30	50	70	10	40	40	60	20	30	20	70	0	10	60	50	60
30	0	30	40	20	0	40	30	20	50	30	0	10	30	40	40	60	20	30	20	70	50	50	60	50	60
30	0	30	40	30	10	70	30	20	20	0	20	60	10	60	60	60	20	30	40	70	80	50	60	50	60
30	0	30	40	50	30	50	30	20	30	30	40	80	10	30	40	60	20	30	40	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	40	20	60	30	20	20	40	20	90	10	20	0	60	20	30	60	70	10	30	60	50	60
30	0	30	40	10	10	40	30	20	30	60	20	80	10	60	40	60	20	30	70	70	90	30	60	50	60
30	0	30	40	20	10	50	30	20	30	20	50	60	10	30	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	10	70	30	20	10	20	0	0	10	80	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	10	50	30	20	50	10	0	60	10	40	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	10	40	30	20	20	0	40	90	10	10	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	0	40	30	20	60	40	20	0	10	80	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	0	40	30	20	70	50	10	70	10	70	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	20	30	40	90	10	70	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	30	40	0	90	10	40	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	40	30	0	90	10	40	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	50	50	20	90	10	10	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	60	50	20	90	10	40	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	50	40	30	90	10	80	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	50	40	30	90	10	80	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	30	50	0	90	10	80	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	70	30	0	90	10	80	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	80	50	10	90	10	80	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	80	20	60	90	10	80	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60
30	0	30	40	20	70	40	30	20	80	30	60	90	10	80	50	60	20	30	20	70	40	30	60	50	60

## Ergebnisse der Kreuzvalidation - exponentielle Funktion, 5 Stützstellen, Ordinary Kriging

### Differenz= reale Werte - geschätzte Werte

BK 70.01	BK 70.03	BK 70.04	BK 70.06	BK 70.08	BK 4032.00	BK 70.10	BK 71.01	BK 71.03	BK 71.04	BK 71.08	BK 4036.00	BK 71.13	BK 72.01	BK 72.15	BK 73.01	BK 73.06	BK 73.08	BK 74.1.06	BK 74.02	BK 74.2.01	BK 75.01	BK 75.02	BK 75.04	BK 76.01	
-18	-39	-30	-16	0	0	-11	-5	-24	-1	-1	0	-31	0	0	-86	-63	-30	-21	-22	-2	-4	-48	-13	-13	
-18	-30	-30	-17	0	-13	-11	-5	-24	-1	-1	0	-31	0	0	-60	-90	-69	-30	-22	-2	-4	-48	-13	-14	
-32	-30	-30	-30	0	-37	-11	-5	-23	19	-1	-18	-31	0	0	-60	-70	-46	-30	-35	-22	-2	-4	-38	-14	
-26	-30	0	-20	20	15	-11	45	-7	29	19	-37	-1	0	30	-60	-60	-90	-20	-16	22	-11	-13	-8	64	
-24	-30	-20	10	30	0	-11	5	-49	19	39	-14	20	6	10	-50	-50	-10	10	-40	16	-6	-2	64	10	
-37	10	20	10	80	2	10	15	-15	8	-1	-32	30	11	30	-10	-40	-80	30	-10	-14	3	-3	-43	60	29
-67	-10	0	10	60	-22	54	25	-19	7	-1	-40	-8	0	40	0	-30	-70	0	30	40	43	-6	18	9	10
8	-30	0	10	30	-18	26	24	-1	18	39	-48	24	-1	30	-10	-30	-70	15	-30	16	12	-13	0	0	10
-35	-30	0	10	16	-46	16	24	-26	12	29	0	1	3	40	-20	-30	-70	2	-20	-5	-70	-19	30	0	10
-23	-30	0	10	11	-42	19	16	9	25	49	-43	-48	-5	30	-20	-30	-70	0	-20	21	-20	42	30	0	10
-50	-30	0	10	2	-49	42	20	-9	-17	-22	-37	4	-9	60	0	-30	-70	-24	0	59	10	42	30	0	10
-22	-30	0	10	24	-29	19	20	-1	14	7	-13	12	-13	30	-20	-30	-70	-13	0	3	-30	9	30	0	10
-25	-30	0	10	13	-35	50	20	3	-9	8	-16	18	7	20	-60	-30	-70	7	20	12	-60	-2	30	0	10
-46	-30	0	10	-31	-32	33	20	-5	-18	52	-56	24	-5	60	-20	-30	-70	6	30	29	20	18	30	0	10
-67	-30	0	10	-34	-36	39	20	0	2	-5	-18	3	-1	30	-10	-30	-70	-19	-20	41	-30	18	30	0	10
-50	-30	0	10	-30	-44	51	20	-8	0	-17	-69	-57	-4	80	-10	-30	-70	-31	-20	8	-30	8	30	0	10
-50	-30	0	10	-26	-34	36	20	-4	6	-6	-45	0	5	40	-10	-30	-70	-11	-20	30	-30	20	30	0	10
-51	-30	0	10	-34	-30	30	20	-5	-35	-29	-13	23	1	10	-10	-30	-70	-20	-20	30	-30	20	30	0	10
-64	-30	0	10	-30	-40	34	20	-5	35	-8	-35	-68	10	80	-10	-30	-70	-21	-20	30	-30	20	30	0	10
-51	-30	0	10	-30	-40	35	20	-5	30	22	-42	19	10	70	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10
-60	-30	0	10	-30	30	4	20	-5	-21	20	-7	51	6	70	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10
-60	-30	0	10	-30	30	2	20	-5	-34	-4	-9	17	10	40	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10
-60	-30	0	10	-30	30	4	20	-5	16	-5	-16	30	10	10	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10
-60	-30	0	10	-30	30	1	20	-5	6	25	-21	35	10	40	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10
-60	-30	0	10	-30	30	30	20	-5	14	0	-20	44	10	80	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10
-60	-30	0	10	-30	30	-30	20	-5	-18	9	-50	31	10	80	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10
-60	-30	0	10	-30	30	30	20	-5	40	-24	-50	40	10	80	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10
-60	-30	0	10	-30	30	-30	20	-5	50	16	-40	40	10	80	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10
-60	-30	0	10	-30	30	30	20	-5	50	-34	10	40	10	80	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10
-60	-30	0	10	-30	30	-30	20	-5	50	50	10	40	10	80	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10
-60	-30	0	10	-30	30	30	20	-5	50	-6	10	40	10	80	-10	-30	-70	-30	-20	30	-30	20	30	0	10