Interaktive Lösung von Tourenproblemen

G. Oehm, Bauhaus-Universität-Weimar

Zusammenfassung

Durch Modifizierung des bekannten Savingsalgorithmus mittels fester bzw. variabler Savingsparameter läßt sich ein interaktiver Zugang zur Lösung des Tourenproblems begründen. Die Resultate des Savingsalgorithmus können dadurch um ca. 8,5% verbessert werden.
Durch die interaktive Arbeitsweise ist es möglich, daß spezielle Vorgaben eines Nutzers und Erfahrungen des Bearbeiters Berücksichtigung finden.
Die durchgeführten Rechnungen lassen erwarten, daß bei der Wahl der Savingsparameter noch Reserven für eine weitere Effizienzerhöhung liegen. Vermutlich spielt die Anpassung der Parameter an die Problemstruktur der gestellten Aufgabe eine Rolle.
Durch lokale Suche läßt sich die Vielfalt der interaktiven Entscheidungsmöglichkeiten eingrenzen und automatisieren.

Problemstellung

Die Komplexität des Tourenproblems (Vehicle Routing Problem) und der daraus resultierende Aufwand bei der Lösung des Problems macht die Suche nach Heuristiken zur näherungsweisen Lösung mit vertretbarem Aufwand interessant.
Für die Herstellung von Software zur betrieblichen Produktionsplanung tritt dabei mitunter die Nachfrage nach einem geeigneten Logistiktool zur Planung der Warenlieferung auf. Die entsprechende Software sollte für den betrieblichen Bearbeiter einfach handhabbar sein und es gestatten, Erfahrungen des Bearbeiters und aktuelle betriebliche Erfordernisse in den Planungsprozeß einzubeziehen. Interaktive Lösungsverfahren sind besonders geeignet, solche Erfordernisse zu berücksichtigen. Die Suche nach einem solchen interaktiven Zugang zur Konstruktion einer Heuristik zur Bestimmung einer guten Lösung des Tourenproblems ist Gegenstand dieser Arbeit.
Grundlage unserer Untersuchungen ist die „Mehrhirnstrategie“ von *Althöfer /1/.* Die Strategie ist so gestaltet, daß dem interaktiven Bearbeiter des Problems in jedem Lösungsschritt mehrere Vorschläge zur Weiterarbeit gemacht und möglichst zusätzliche Informationen zur Charakterisierung und Bewertung der Vorschläge gegeben werden. Auf der Grundlage dieser Informationen und der eigenen Erfahrung aus der betrieblichen Situation und früherer Bearbeitungen kann nun eine Entscheidung für einen der Vorschläge erfolgen. Da die logistische Situation wie Kundenkreis, Verkehrsnetz, Verkehrssituation usw. für die Bearbeitung oft gleich oder ähnlich zu früheren Bearbeitungsvorgängen ist, können solche Erfahrungen in den Lösungsprozeß unmittelbar einfließen.
Besonderes Augenmerk gilt der Visualisierung von Lösungsschritten, da gerade beim Tourenproblem die anschauliche Beurteilung von Tourvorschlägen interessant ist.
Vergleichsgrundlage für unsere Untersuchungen ist der Sequentielle Savings Algorithmus zur Lösung des Tourenproblems. Durch Einbeziehung des interaktiven Konzepts konnten im Vergleich zur jeweils besten Lösung dieser Heuristik Verbesserungen von ca. 8,5% erzielt werden. Bei geeigneter Wahl spezifischer Verfahrensparameter kann das Ergebnis weiter verbessert werden.

Interaktivität bei Eindepotproblemen

Betrachtet wird ein Tourenproblem in der speziellen Form des Eindepotproblems. Grundlage für die Untersuchungen ist der Sequentielle Savings Algorithmus zur Lösung von Tourenproblemen. Beide Sachverhalte werden hier als bekannt vorausgesetzt.

Bei der nacheinander erfolgenden Bildung von Touren wird die Entscheidung darüber, welcher Ort (wenn möglich)als nächster der Tour am Anfang oder am Ende angeschlossen wird , auf der Grundlage von Einsparungen (Savings) getroffen. Diese Savings ergeben sich als

$$\mathbf{S_{ij} = c_{0i} + c_{0j} - c_{ij}}$$

Diese Formel wurde von *Eckert /2/* durch Aufnahme eines „Savingsparameters“ modifiziert zu

$$\mathbf{S_{ij} = c_{0i} + c_{0j} - g * c_{ij}}$$

Durch unterschiedliche Wahl dieses Parameters g wird der gesamte Savingsalgorithmus, also auch die Bildung der einzelnen Touren, modifiziert. Für unterschiedliche Werte von g sind unterschiedliche Touren und so auch unterschiedliche Tourenpläne als Lösung des Tourenproblems möglich. Die getrennten Lösungswege für jedes g werden nun derart zusammengeführt, daß nach jedem Lösungsschritt eine Entscheidung für eine der vorgeschlagenen Touren getroffen und ab hier allgemein mit **dieser** Tour weitergearbeitet wird. Alle Orte, welche schon einer akzeptierten Tour zugeordnet sind,werden aus der Liste der noch zur Bearbeitung anstehenden Orte gestrichen. Mit den verbliebenen Orten werden neue Tourvorschläge berechnet bis die gesamte Liste abgearbeitet ist (Verfahren der Listenreduktion, *Althöfer).*

Eine erste Information zur Beurteilung der weiteren Ergebnisse erhält man, indem das Gesamtproblem einmal für jeden Parameterwert von g bis zu Ende durchgerechnet wird, aus den Unterschiedlichen Endergebnissen für jedes g.

Zusammen mit der Menge der Tourorte auf jeder vorgeschlagenen Tour werden auch folgende Zusatzinformationen als Bewertungskriterien ausgegeben:

- Tourlänge
- Anzahl der Orte auf der Tour
- Genutzte Fahrzeugkapazität
- Verhältnis der Tourlänge zu Anzahl der angefahrenen Orte
- Summe der Entfernungen der Tourorte zum Depot
- Mittlere Entfernung der Tourorte zum Depot
- Verhältnis der Tourlänge zur Summe der Entfernungen der Tourorte

Neben diesen Kriterien zur Beurteilung einer gebildeten Tour können auch folgende Kriterien zur interaktiven Entscheidungsfindung bzgl.der Akzeptanz einer Tour dienen:

- Größte Entfernung zwischen zwei noch nicht angefahrenen Orten
- Obere Schranke für das Endergebnis, wobei das Problem für jede vorgeschlagene Tour mit Parameter g=1 zu Ende gerechnet wird

Eine wichtige Grundlage für interaktives Arbeiten bildet die

- Grafische Darstellung der Tourverläufe

Wesentlichen Einfluß auf die Ergebnisse der Tourenplanung hat die Wahl der Parameter g. In den Untersuchungen von *Eckert* wurde mit festen und variablen Parametern gearbeitet.

Savingsverfahren mit festen Savingsparametern

Für den Parameter g wurde hier mit den festen Werten

$$g \in \{ 0{,}5 ; 0{,}8 ; 1{,}0 ; 1{,}4 ; 1{,}9 ; 2{,}4 \}$$

gearbeitet. Dabei zeigte sich, daß bei Werten g<1 tendenziell Orte mit größeren Entfernungen gebildet werden. Bei Werten g>1 werden eher nahe Orte miteinander verbunden. Neuere Beobachtungen zeigen, daß mit anderen Zahlenwerten für g bessere Resultate erzielt werden können.

Savingsverfahren mit variablen Savingsparametern
Die hier gewählte Strategie zur Auswahl „geeigneter“ Werte für g hat insofern Laborcharakter, als für viele Werte g=0,1 (0,1) 3 vollständige Durchläufe des Savingsalgorithmus erfolgen und schließlich diejenigen Werte aus vorgegebenen Teilintervallen für das interaktive Verfahren verwendet werden, für die sich die jeweils beste Lösung ergab. Durch diese aufwendige Verfahrensweise sind die Parameter dem Problem „angepaßt“. Auch hier zeigt sich neuerdings, daß mit anderen Parametern bessere Resultate beim interaktiven Arbeiten erzielt werden können.

Verbesserungsverfahren
Um die Effizienz der eingesetzten Lösungsverfahren weiter zu erhöhen, können die Resultate des Savingsalgorithmus verbessert werden durch Verbesserung der Lösungen mit dem 2-opt-Verfahren, einem Verfahren der lokalen Suche . *Eckert* verwendet außerdem im Rahmen des Savingsverfahrens sogenannte Savings 2.Ordnung, wie sie von *Wagner /3/* vorgeschlagen wurden.

Implementierung
Zur Untersuchug der Wirksamkeit der Verfahrensweise wurde ein Problemgenerator zur Erzeugung von Testprobleme mit Zufallscharakter und ein Programm zur Lösung dieser Probleme aber auch von Benchmarkproblemen mit dem System MATLAB erarbeitet.

Testergebnisse des interaktiven Verfahrens bei Eindepotproblemen

Die dargestellte interaktive Verfahrensweise zur Lösung von Tourenproblemen wurde von *Eckert* unter verschiedenen Gesichtspunkten getestet. Dabei wurden Beispiele durch den Problemgenerator erzeugt aber auch Benchmarkprobleme bearbeite. Die Resultate sind a.a.O. dargestellt.
Wir haben in einer Versuchsreihe ebenfalls einen Test durchgeführt. Dabei wurden Beispiele unterschiedlicher Dimension sowohl mit dem Verfahren mit festen Parametern als auch mit variablen Parametern bearbeitet. Die Ergebnisse sind gerigfügig besser als die von *Eckert* dargestellten. Dies könnte auf modifizierte Interaktionen zurückzuführen sein.
Untersucht wurden 78 Beispiele mit quadratisch angeordneter Netzstruktur der Dimensionen 5 * 5 bis 15 * 15. Sowohl für feste Parameter als auch für variable wurde eine obere Schranke vor Beginn der interaktiven Bearbeitung (Resultat eines vollständigen Durchlaufs des Savingsalgorithmus mit den einzelnen verwendeten Parametern) erfaßt und anschließend mehrfach durch Interaktivität verbessert. Sowohl die oberen Schranken am Anfang als auch die Resultate der Interaktion wurden ins Verhältnis gesetzt zur Lösung des klassischen Savingsalgorithmus (g = 1).
Bezeichnet man mit:

SA: Ergebnis des Savingsalgorithmus (100%)
OSFP: anfängliche obere Schranke für feste Parameter
IAFP: Ergebnis für feste Parameter nach interaktiver Verbesserung
OSVP: anfängliche obere Schranke für variable Parameter
IAVP: Ergebnis für variable Parameter nach interakt. Verbesserung

so läßt sich qualitativ feststellen unabhängig von der Problemdimension:

$$OSFP \geq IAFP \geq OSVP \geq IAVP \;,$$

wie aus Abb. 1 ersichtlich ist. Die Volatilität liegt sicher am geringen Umfang der Statistik

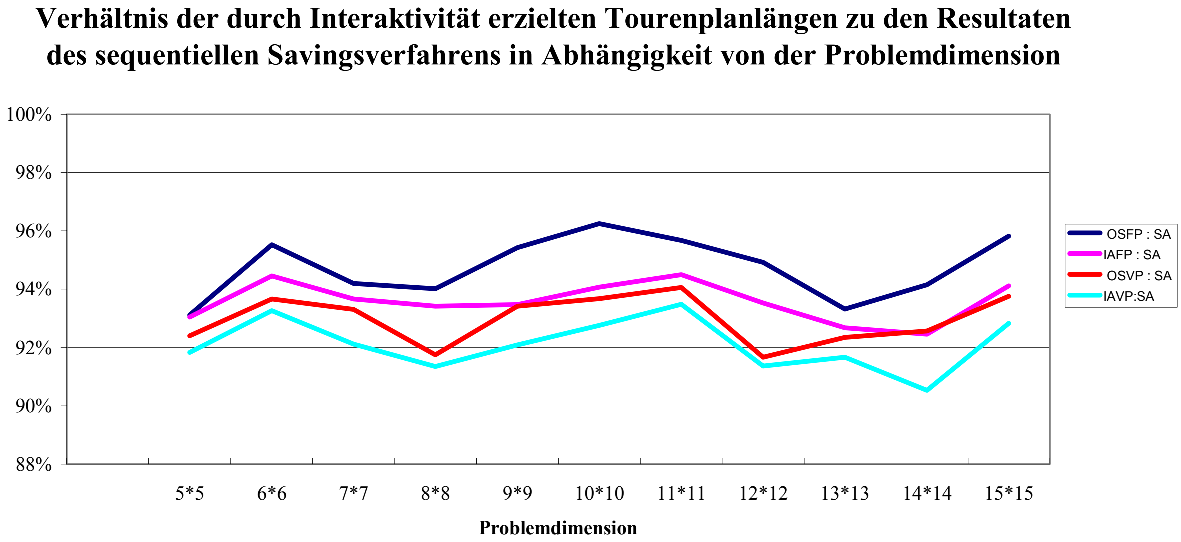


Abb.1

Setzt man die restlichen Größen ins Verhältnis zu SA, dann läßt sich das Ergebnis für diese Beispiele auch quantitativ beziffern, wie Abb.1 für unterschiedliche Problemgrößen und zusammengefaßt Abb. 2 zeigen.

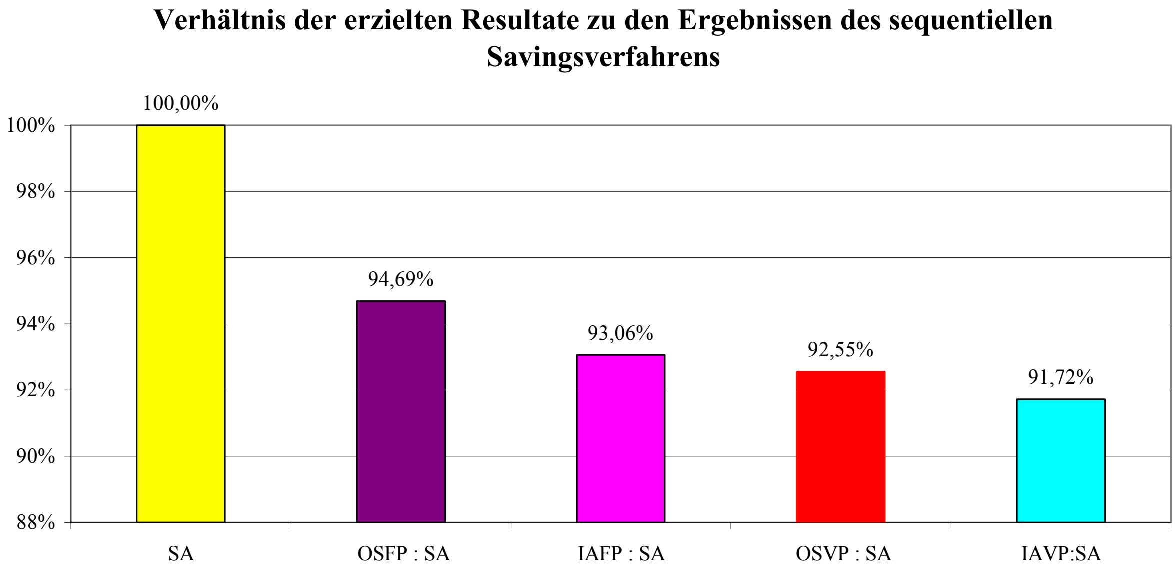


Abb. 2

Lokale Suche

Die interaktive Arbeit zur Suche nach einer guten Lösung für das Tourenproblem, wie sie dargestellt wurde, hat gezeigt, daß in fast allen Fällen nur ein spezielles Vorgehen zur besten erreichbaren Lösung führte. Von den oben angeführten Bewertungskriterien wurden dabei

die

Endergebnisse bei vollständigem Durchrechnen des Beispiels mit jedem der sechs Parameter;

$$OS = (os_1,os_2,...,os_6)$$

und die

Endergebnisse beim Zuenderechnen der aktuellen Tourenbildung mit dem Savingsalgorithmus mit g=1;

$$OS1 = (os1_1,os1_2,...,os1_6)$$

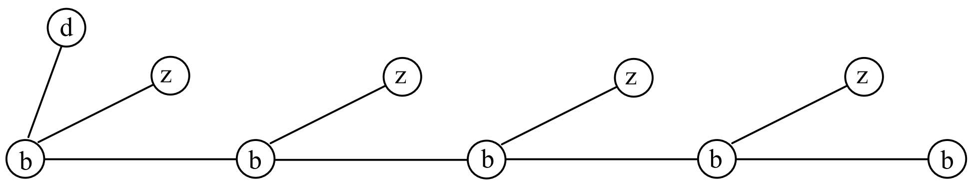
genutzt. Die grafische Darstellung der Touren blieb dabei aber unbeachtet.
Der Vektor OS steht am Anfang der Rechnung fest. Der Vektor OS1 wird in jeder Stufe neu berechnet.
Jede interaktive Lösungsstrategie ist somit ein Vektor S von Entscheidungen E_i.

$$S = (E_1 ; E_2 ; ... ; E_n) \quad : \quad E_i \in \{1,2,...,6\} \text{ , n: Anzahl der Touren}$$

Nach unserer Beobachtung erhält man diese vermeindlich beste Lösungsstrategie S derart, daß in jeder Stufe i für E_i gilt:

$$\min \{os_1,os_2,...,os_6,os1_1,os1_2,...,os1_6\} = \min \{ os_{Ei} \; ; \; os1_{Ei} \}$$

Der Prozeß läßt sich also weitestgehend automatisieren, der interaktive Charakter bleibt dabei aber erhalten. In jeder Entscheidungsstufe wird aus sechs Vorschlägen für eine Tour, wenn auch automatisiert, ausgewählt!
Um deutlich zu machen, daß die erwähnte Strategiesuche wirklich günstig ist, haben wir eine Testreihe gestartet, bei der auf der beschriebenen Grundlage eine lokale Suche stattfindet. Der Suchalgorithmus bezieht sich auf eine Nachbarschaft der „besten Lösungsstrategie“ .Die betrachtete Nachbarschaft läßt sich grob so charakterisieren, daß zu jeder „besten“ Entscheidung (b) auch die jeweils „zweitbeste“ (z) in jeder Stufe (in der ersten Entscheidungsstufe auch die „drittbeste“ (d)) festgehalten wird. Dadurch wird ein Entscheidungsbaum begründet, der nachfolgend erweitert wird. Jeder Weg von der Wurzel zu einem Blatt in diesem Baum entspricht einer Strategie als Folge von Entscheidungen. Anfangs hat der Baum exemplarisch für eine fünfstufige Entscheidung folgende Gestalt:



Er enthält in diesem Stadium nur eine konkrete Strategie; die „beste“; und Anfänge weiterer benachbarter Strategien. Bei weiteren Durchläufen des interaktiven Algorithmus werden die bereits angelegten Strategien, soweit schon im Entscheidungsbaum vorgegeben, realisiert und danach mit „besten“ Entscheidungen vervollständigt. Auf diese Weise wird eine spezielle Nachbarschaft der anfangs „besten“ Lösung abgearbeitet. Diese Nachbarschaft besteht aus $3 * 2^{(n-1)}$ Strategien (n: Zahl der Touren). Beschräkt man sich bei der jeweils letzten Entscheidung einer Strategie auf die „beste“ Wahl, so werden $3 * 2^{(n-2)}$

Nachbarschaftsstrategien untersucht.
Bisherige Untersuchungen zeigen, daß innerhalb dieser definierten Nachbarschaft die Anfangsstrategie schon die beste Lösung liefert. Nur selten sind gleichwertige Lösungen zu finden; bessere nahezu nie. Eine auswertbare Statistik wird derzeit untersucht.

Interaktivität bei Mehrdepotproblemen

Auch für Mehrdepot-Tourenprobleme sind interaktive Zugänge möglich. Ansatzpunkte für interaktives Eingreifen in den Lösungsprozeß können hierbei

Zuordnung der Kunden zu den Depots (Clusterung)

und

Optimierung der einzelnen Touren für jedes Depot (Eindepotprobleme)

sein.
Eckert zeigt auch hierfür Ansatzmöglichkeiten und berichtet über Erfahrungen.
Besonders die nachträgliche Veränderung der Zuordnung der Kunden zu den Depots auf der Grundlage eines berechneten Tourenplanes bietet einem Bearbeiter eine gute Grundlage für die Berücksichtigung betrieblicher Vorgaben und eigener Erfahrungen bei der Suche nach geeigneten Lösungen.

Literatur

/1/ Althöfer, Ingo: 13 Jahre 3-Hirn;Meine Schach-Experimente mit Mensch-Maschinen-Kombination; 1998.
/2/ Eckert, Tobias : Interaktive Lösungsstrategien für Tourenprobleme. FSU Jena 1999.
/3/ Wagner, Ralf : Tourenplanung mit Umladen. FSU Jena 1998.