

**Planung und Steuerung von Arbeitsvorgängen
mit Hilfe von Petri-Netzen**
Dipl.-Ing. Markus König
Institut für Bauinformatik, Universität Hannover

1 Einleitung

Im Rahmen einer Untersuchung am Institut für Bauinformatik der Universität Hannover wird die Lösung von Problemstellungen aus dem Bauwesen unter der Verwendung von Petri-Netzen untersucht. In diesem Beitrag wird die Abbildung von einfachen Bauabläufen aus dem Baubetrieb in Form von Vorgangsknoten-Netzplanen auf einfache Bedingungs/Ereignis-Netze vorgestellt.

2 Grundlagen

Die Graphentheorie bildet die Grundlage für Petri-Netze. Ein zusammenhängender Graph wird oft auch als Netz bezeichnet. Petri-Netze sind Netze mit zusätzlichen Eigenschaften. In der Literatur sind unterschiedliche Formen von Petri-Netzen zu finden. Hierzu gehören Bedingungs/Ereignis-Netze, Stellen/Transitions-Netze, Timed Petri-Netze und Stochastische Petri-Netze. Die zu untersuchenden Vorgänge werden mit Hilfe eines Bedingungs/Ereignis-Netzes modelliert. Der folgende Abschnitt behandelt die mathematischen Grundlagen dieser speziellen Petri-Netze.

2.1 Petri-Netze

Ein Petri-Netz besteht aus einem Netz. Ein Netz ist ein Tripel $N = (S, T, F)$ mit $S \cap T = \emptyset$ und $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$. Die Elemente der Menge S werden als Stellen bezeichnet, die Elemente der Menge T als Transitionen. Stellen und Transitionen heißen allgemein auch Knoten. Die Elemente der Flussrelation F werden als Kanten bezeichnet. Eine Kante ist ein geordnetes Paar und kann nur zwischen einer Stelle und einer Transition erzeugt werden. Die graphische Darstellung einer Stelle ist ein Kreis, die einer Transition ein Rechteck.

2.2 Vorgänger und Nachfolger

Ein Knoten x heißt Vorgänger eines Knotens y , wenn eine Kante x nach y existiert. Ist x ein Vorgänger von y , so heißt y Nachfolger von x . Die Menge aller Vorgänger eines Knotens x wird als Vorbereich bezeichnet, die Menge aller Nachfolger von x als Nachbereich. Der Vorbereich ist definiert als $\cdot x := \{y \mid (y, x) \in F\}$, der Nachbereich als $x \cdot := \{y \mid (x, y) \in F\}$.

2.3 Teilnetze

Eine wichtige Rolle bei der Modellierung mit Netzen spielen Teilnetze. Sie sind u.a. für die Vergrößerung und Verfeinerung von Netzen von Bedeutung. Ein Netz $N' = (S', T', F')$ ist ein Teilnetz des Netzes $N = (S, T, F)$, wenn für die Knotenmengen $S' \subseteq S$, $T' \subseteq T$ und die Flußrelationen $F' = F \cap ((S' \times T') \cup (T' \times S'))$ gilt. Die Stellen und Transitionen, die über

Kanten mit dem Restnetz verbunden sind, heißen auch Rand des Teilnetzes. Der Rand $Rand(N', N)$ zwischen dem Teilnetz N' und dem Netz N ist definiert als $Rand(N', N) = \{x \in S' \sqcup T' \mid (x \cdot \sqcup \cdot x) \setminus (S' \sqcup T') \neq 0\}$. Der Vor- und Nachbereich des Knoten x ist bezogen auf das Netz N . Stellenberandet wird ein Teilnetz N' genannt, wenn für den Rand $Rand(N', N) \sqsubseteq S'$ gilt. Analog hierzu wird ein Teilnetz als transitionsberandet bezeichnet, wenn der Rand die Eigenschaft $Rand(N', N) \sqsubseteq T'$ erfüllt.

2.4 Vergrößerung und Verfeinerung

Bei der Vergrößerung wird ein transitionsberandetes Teilnetz durch eine Transition bzw. ein stellenberandetes Teilnetz durch eine Stelle ersetzt. Die Vergrößerung eines Netzes stellt eine Gruppierung von zusammenhängenden Knoten dar.

Bei der Verfeinerung wird eine Transition durch ein transitionsberandetes Teilnetz bzw. eine Stelle durch ein stellenberandetes Teilnetz ersetzt. Die Verfeinerung eines Netzes bedeutet eine Detaillierung eines Knotens und ist die Umkehrung der Vergrößerung.

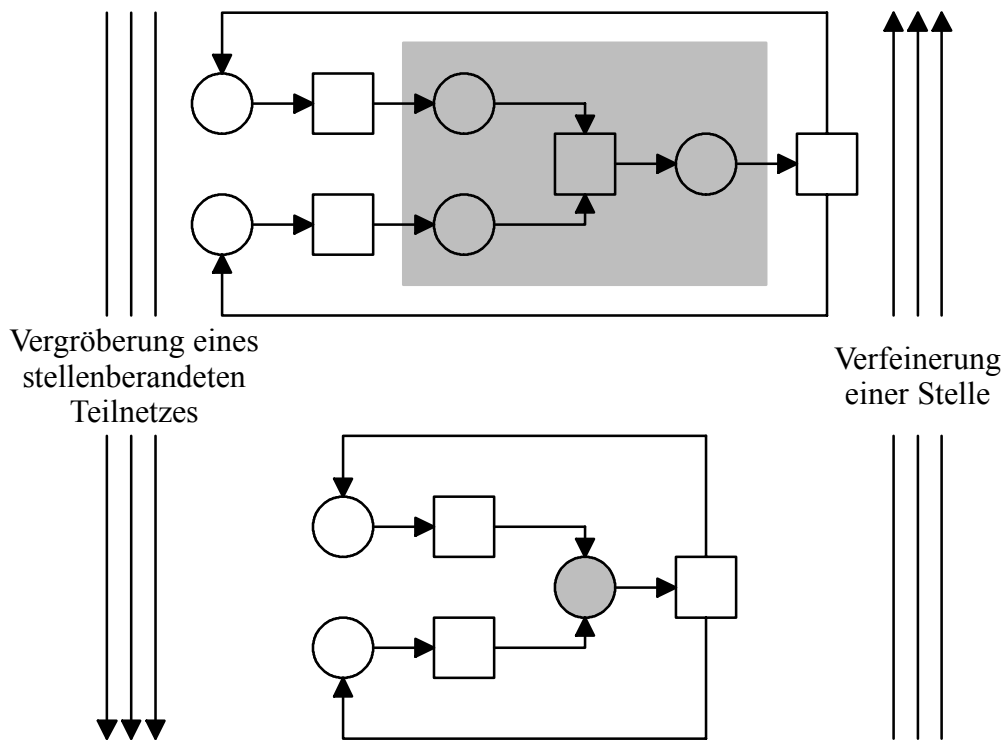


Abbildung 2.1: Vergrößern und Verfeinern eines Netzes

2.5 Bedingungs/Ereignis-Netz

Ein Bedingungs/Ereignis-Netz (B/E-Netz) ist ein Petri-Netz, in dem die Stellen Bedingungen oder Zustände und die Transitionen Ereignisse oder Vorgänge repräsentieren. Ereignisse können nur eintreten, wenn im Netz bestimmte Bedingungen erfüllt sind oder bestimmte Zustände erreicht werden. Ereignisse hingegen bewirken bei ihrem Eintreten Zustandsänderungen im Netz. Die Erfüllung einer Bedingung im B/E-Netz wird durch das Vorhandensein einer Marke auf der entsprechenden Stelle definiert. Auf jeder Stelle kann nur eine Marke vorliegen.

Ein Bedingungs/Ereignis-Netz ist ein 4-Tupel $BEN = (N, K, W, M_0)$ mit $N = (S, T, F)$, $K : S \rightarrow \{1\}$, $W : T \rightarrow \{1\}$ und $M_0 : S \rightarrow \{0, 1\}$.

Die Abbildung K ordnet jeder Stelle eine Stellenkapazität zu, die angibt, wie viele Marken die Stelle aufnehmen kann. Bei Bedingungs/Ereignis-Netzen kann jede Stelle eine Marke enthalten. Die Abbildung W ordnet jeder Transition ein Kantengewicht zu, welches angibt, wie viele Marken von einer Stelle entnommen oder von einer Transition erzeugt werden. Bei Bedingungs/Ereignis-Netzen wird das Kantengewicht auf Eins gesetzt. Die Anfangsmarkierung M_0 ordnet jeder Stelle genau eine oder keine Marke zu.

Eine Transition kann im B/E-Netz geschaltet werden, wenn alle Stellen des Vorbereichs eine Marke enthalten. Beim Schalten einer Transition werden alle Marken von den Stellen des Vorbereichs entfernt und neue Marken auf den Stellen des Nachbereichs erzeugt. Dieser Vorgang ist in Abb. 1.2 für ein einfaches B/E-Netz dargestellt.

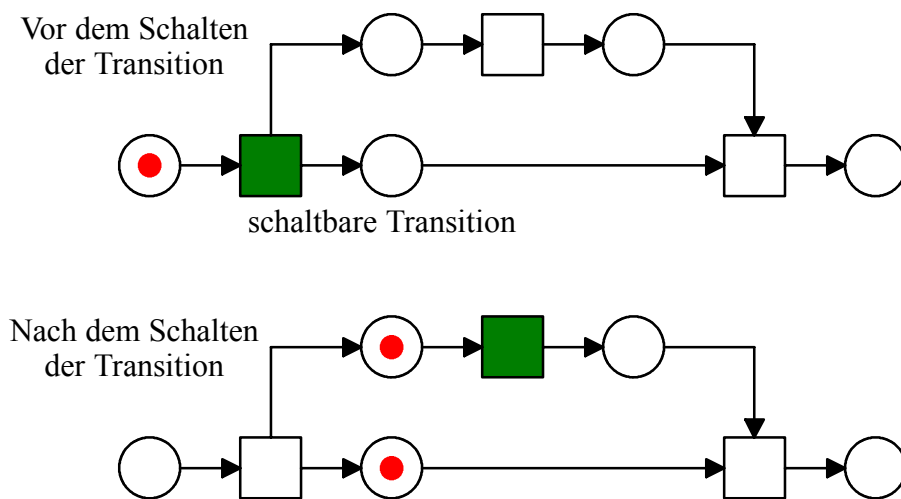


Abbildung 2.2: Schalten einer Transition

3 Modellierung eines B/E-Netzes für einen Vorgangsknoten-Netzplan

Anhand des Bauablaufes, der in Abb. 2.1 in Form eines Vorgangsknoten-Netzplanes dargestellt ist, wird die Abbildung auf ein Bedingungs/Ereignis-Netz gezeigt. Ein Vorgangsknoten-Netzplan $VKN = (V, A)$ eines Bauablaufes ist ein schlichter Graph ohne Zyklen. Die Elemente der Knotenmenge V des Netzplanes repräsentieren die Arbeitsvorgänge innerhalb des Bauprojektes. Die Elemente der Kantenmenge A beschreiben die Abfolgebeziehungen zwischen den einzelnen Vorgängen.

Die Arbeitsvorgänge der Menge V des Netzplanes VKN werden als Transitionen des B/E-Netzes BEN in die Menge T übernommen. Jeder Arbeitsvorgang bewirkt eine Zustandsänderung auf der Baustelle. Bauzustände fehlen im Vorgangsknoten-Netzplan und werden beim Aufbau des Bedingungs/Ereignis-Netz hinzugefügt. Dabei wird für jede Kante (x, y) im Netz VKN eine Stelle im Netz BEN erzeugt. Zusätzlich wird je eine Stelle vor dem Vorgang *Start* und nach dem Vorgang *Ziel* eingefügt.

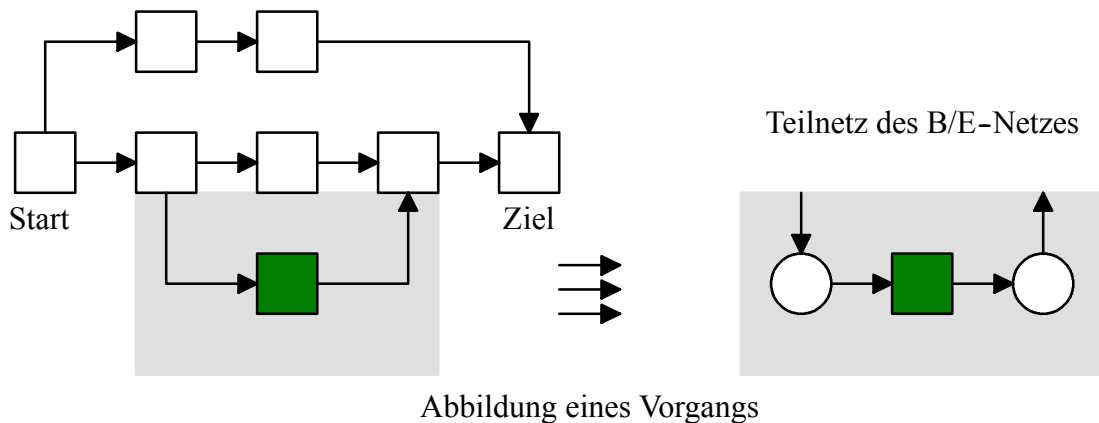


Abbildung 3.1: Abbildung eines Vorgangsknoten-Netzplanes auf ein B/E-Netz

3.1 Zeitverbrauchende Transitionen

Transitionen, die Bauvorgänge darstellen, sind sogenannte zeitverbrauchende Transitionen. Sie haben einen Anfangs- und einen Endzeitpunkt und können wie in Abb. 2.2 verfeinert werden. Die Verfeinerung wird auf alle Arbeitsvorgänge angewendet. Ausgenommen hierbei sind der Start- und der Zielvorgang. Im B/E-Netz sind nun alle wesentlichen Zustände und Ereignisse des Bauablaufes abgebildet.

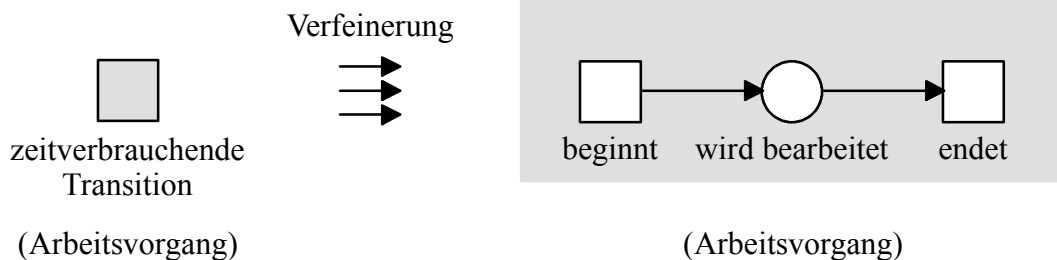


Abbildung 3.2: Verfeinerung einer zeitverbrauchenden Transition

3.2 Starten und Beenden von Vorgängen

Die Überwachung und Steuerung eines Bauablaufes mit Hilfe des erstellten B/E-Netzes ist in dieser Modellphase noch nicht möglich. Um den aktuellen Stand eines Bauprojektes nach-vollziehen zu können, fehlen Nachrichten über den tatsächlichen Start und das tatsächliche Ende eines Arbeitsvorgangs. Solche Informationen können durch das Hinzufügen von sogenannten Nachrichten-Stellen realisiert werden. Sie stellen die Schnittstelle zur realen Baustelle her. Jede zeitverbrauchende Transition, die wie im Abschnitt 2.2 verfeinert wurde, erhält zwei zusätzliche Stellen. Eine Nachrichten-Stelle für die Transition *beginnt* und eine für die Transition *endet*. Wird ein Arbeitsvorgang auf der Baustelle gestartet, so wird eine Marke auf die Nachrichtenstelle *beginnt* gesetzt. Analog hierzu wird eine Marke auf die Nachrichtenstelle *endet* gesetzt, wenn der Arbeitsvorgang beendet wurde.

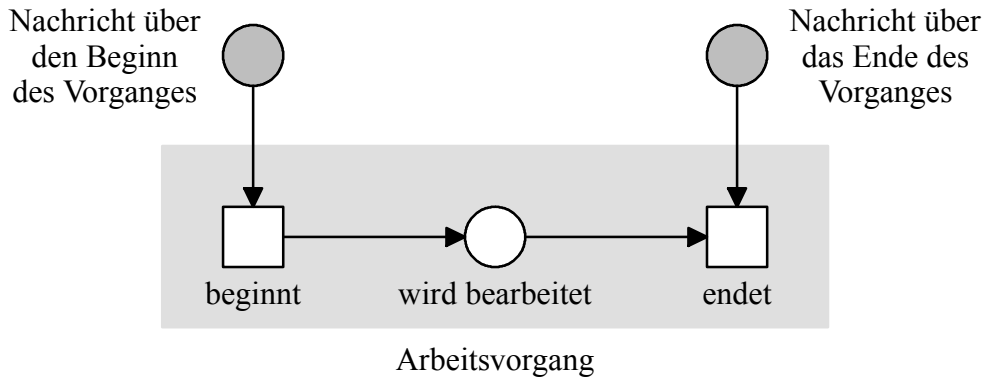


Abbildung 3.3: Hinzufügen von Stellen zum Starten und Beenden von Vorgängen

3.3 Information senden

Neben Informationen, die von außen in das Modell einfließen, können auch Nachrichten an die Umgebung übermittelt werden. So sollten zum Beispiel betroffene Projektmitarbeiter eine Information über entstandene Zustandsänderungen erfragen können. Eine Nachricht über eine Zustandsänderung wird erzeugt, indem der entsprechenden Transition, die die Zustandsänderung bewirkt, eine weitere Stelle zugeordnet wird. Beim Schalten der Transition wird eine Marke auf diese sogenannte Informations-Stelle erzeugt. Jeder Projektpartner kann an der mit einer Marke belegten Stelle erkennen, dass die zugehörige Transition geschaltet wurde.

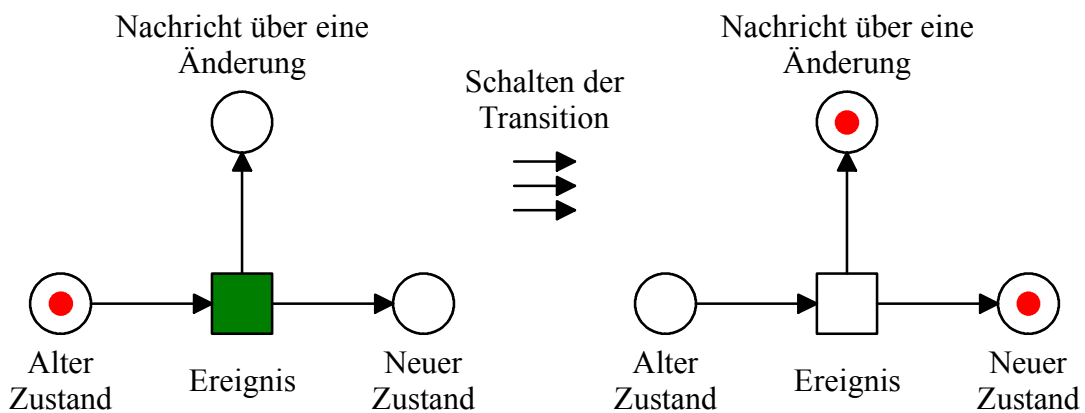


Abbildung 3.4: Modellierung von Nachrichten über Zustandsänderungen

4 Anwendungsmodellierung

Das hier beschriebene Modell für Bauabläufe auf der Grundlage von Bedingungs/Ereignis-Netzen wird in den laufenden Untersuchungen mit Hilfe einer kleinen Anwendung (*bauBEN*) auf seine Brauchbarkeit hin analysiert. Die Umsetzung der verwendeten Anwendung erfolgte in der Programmiersprache Java. Hierzu wurde die allgemeine Klassenbibliothek für B/E-Netze, die im Rahmen dieser Modellierung erstellt wurde, verwendet.

Mit der Anwendung ist es möglich, für einen Bauablauf einen Vorgangsknoten-Netzplan graphisch zu erstellen. Für jeden Bauvorgang können Angaben über Arbeitsschritte, Materia-

lien und Verantwortliche eingetragen werden. Der Vorgangsknoten-Netzplan kann automatisch in ein B/E-Netz mit den hier vorgestellten Verfeinerungen und Erweiterungen konvertiert werden. Alle wesentlichen Daten werden von der Anwendung in einer relationalen Datenbank abgelegt.

Mit Hilfe einfacher HTML-Seiten auf der Basis von Formularen können Projektmitarbeiter sich über den aktuellen Stand des Bauprojektes informieren. Sie erhalten Informationen über einzelne Bauvorgänge und deren Zustände. Das Starten und Beenden von Bauvorgängen erfolgt über das gleiche Benutzerinterface. Die Anbindung der HTML-Seiten an das Datenbank-Management-System (*Oracle8i*) erfolgt mit Hilfe der Java-Servlet-Technologie.

5 Zusammenfassung

Ein Bauablauf in Form eines Vorgangsknoten-Netzplans kann wie gezeigt mit sehr wenigen Vorschriften auf ein Bedingungs/Ereignis-Netz abgebildet werden. Alle notwendigen Schritte wie das Bilden von Teilnetzen oder das Vergrößern und Verfeinern von Knoten basieren auf einem mathematisch abgesicherten Fundament. Im Gegensatz zu anderen Formulierungen von Bauabläufen ist die Theorie der Petri-Netze eine allgemeingültige Theorie und kann in vielen Bereichen eingesetzt werden. Die Verwendung einer solchen mathematischen Abstraktion ermöglicht die Wiederverwendung von bereits entwickelten Lösungsansätzen. So können die hier gewonnenen Erfahrungen auch bei Modellierung von anderen Arbeitsvorgängen verwendet werden.

6 Literatur

- [1] B. Baumgarten: Petri-Netze - Grundlagen und Anwendungen, Spektrum Akademischer Verlag, 1996
- [2] J. Brandenberger, E. Ruosch: Ablaufplanung im Bauwesen, Dietikon Baufachverlag, 1993
- [3] R. Damrath: Graphen in der Bauinformatik, Institut für Bauinformatik - Universität Hannover, 1999
- [4] H. Fleischhack, U. Lichtblau, M. Sonnenschein, R. Wieting: Generische Definition {hierarchischer} {zeitbeschrifteter} {höhere} Petrinetze, AIS FB Informatik - Universität Oldenburg, 1993
- [5] B. Rosenstengel, U. Winand: Petri-Netze - Eine anwendungsorientierte Einführung, Vieweg, 1991
- [6] J. Schwarze: Netzplantechnik - Eine Einführung in das Projektmanagement, Herne, 1994