

Numerische Berechnung von Mauerwerkstrukturen in homogenen und diskreten Modellierungsstrategien

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

DOKTOR – INGENIEUR

an der Fakultät Bauingenieurwesen

der

Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von

ROGER SCHLEGEL

aus Weimar

Gutachter: 1. Prof. Dr.-Ing. Karl Rautenstrauch
2. Prof. em. Dr.-Ing. habil. Harald Zrost
3. Dr.-Ing. habil. Heinz Konietzky

Tag der Disputation: 26.11.2004

Vorwort

Diese Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für konstruktiven Ingenieurbau der Bauhaus-Universität Weimar. Teile der Arbeit entstanden im Rahmen von Forschungsvorhaben, die dankenswerter Weise durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft gefördert wurden.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Karl Rautenstrauch danke ich sehr für sein ständiges Interesse, seine stets wohlwollende Förderung dieser Arbeit sowie für die Übernahme des Hauptreferats.

Ebenso gilt mein besonderer Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Harald Zrost und Herrn Dr.-Ing. habil. Heinz Konietzky für die wertvollen Hinweise und Unterstützung sowie für die Übernahme des Korreferats.

Allen Kollegen der Professur Holz- und Mauerwerkbau und des Instituts für Strukturmechanik danke ich für das sehr angenehme und fruchtbare Arbeitsklima. Besonders bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Christian Bucher, Frau Dr.-Ing. Dagmar Hintze, Herrn Dipl.-Ing. Marco Grosse und Herrn Dipl.-Ing. Ralf Vogt möchte ich mich für die zahlreichen und außerordentlich hilfreichen Diskussionen bedanken.

Die sehr wertvollen Anregungen und Hinweise von Herrn Dr.-Ing. Johannes Will haben entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Dafür danke ich ihm sehr.

Meinen Eltern Waltraud und Dr.-Ing. Rainer Schlegel bin ich für die große Unterstützung, die sie mir in all den Jahren zuteil werden ließen, sehr dankbar.

Schließlich gilt mein ganz besonders herzlicher Dank meiner lieben Frau Heike für ihre Geduld, ihre liebevolle Unterstützung und das Verständnis, das sie mir trotz ihres familiären und beruflichen Engagements entgegenbrachte und das den Erfolg meiner Arbeit überhaupt erst ermöglicht hat.

Roger Schlegel

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Zielstellung und Abgrenzung der Arbeit	3
1.3 Methodik	4
2 Materialverhalten von Stein, Mörtel und Mauerwerk	6
2.1 Mechanische Eigenschaften von Mauersteinen	6
2.1.1 Richtungsabhängigkeit des Materialverhaltens	7
2.1.2 Verhalten unter einaxialer Druckbeanspruchung	8
2.1.3 Verhalten unter einaxialer Zugbeanspruchung	10
2.1.4 Verhalten unter mehraxialer Beanspruchung	11
2.2 Mechanische Eigenschaften des Mörtels	11
2.2.1 Wesentliche Einflüsse auf die Mörtelfestigkeit	12
2.2.2 Verhalten unter ein- und mehraxialer Druckbeanspruchung	13
2.2.3 Versagenskriterium für Normalmörtel	15
2.2.4 Anmerkungen zum Verhalten historischer Mörtel	16
2.3 Materialverhalten von Mauerwerk	17
2.3.1 Materialverhalten regelmäßiger Mauerwerkverbände	17
2.3.1.1 Einachsige Druckbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge	17
2.3.1.2 Druckbeanspruchung parallel zur Lagerfuge	20
2.3.1.3 Einachsige Zugbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge	21
2.3.1.4 Schubbeanspruchung	23
2.3.1.5 Zugbeanspruchung parallel zur Lagerfuge	26
2.3.1.6 Versagensbedingung für regelmäßigen Mauerwerk unter mehraxialer Beanspruchung	27
2.3.2 Materialverhalten regelloser Mauerwerkgefüge	32
3 Grundlagen der numerischen Modellbildung	35
3.1 Einordnung der verwendeten numerischen Methoden	35
3.2 Lösung der Bewegungsgleichung	36
3.2.1 Implizite Zeitintegration	36
3.2.2 Explizite Zeitintegration	37
3.3 Grundlagen der Plastizitätstheorie	40
3.3.1 Elastoplastisches Materialverhalten	40
3.3.2 Mehrflächige Plastizität	44
3.4 Mechanische Modellierung von Mauerwerk	47
3.4.1 Modellierung im Rahmen der Kontinuumsmechanik	47
3.4.2 Modellierung im Rahmen der Diskontinuumsmechanik	48
3.4.3 Homogene und diskrete Modellierungsstrategien für Mauerwerk	48
4 Makromodellierung ein- und mehrschaliger Mauerwerkstrukturen	54
4.1 Mauerwerkverband als verschmiertes Ersatzkontinuum	54
4.1.1 Aspekte der verschmierten Riss- und Entfestigungsmodellierung	55

4.2 Ein räumliches Makromodell für regelmäßiges Mauerwerk	58
4.2.1 Verformungsverhalten	60
4.2.1.1 Entfestigung bei Zug- und Schubversagen der Lagerfuge	63
4.2.1.2 Entfestigung bei Zugversagen parallel zur Lagerfuge (Steinversagen)	66
4.2.1.3 Ver- und Entfestigung bei Druckbeanspruchung	67
4.2.2 Kriterien der zusammengesetzten Versagensbedingung	69
4.3 Beschreibung des Materialverhaltens regelloser Mauerwerkgefüge	76
4.4 Berücksichtigung der Mehrschaligkeit	79
4.5 Implementation in impliziten Berechnungsstrategien	82
4.5.1 Integration der elastoplastischen Stoffgleichungen	82
4.5.2 Numerische Umsetzung der mehrflächigen Fließbedingung	84
4.6 Verifikation	89
4.6.1 Wandscheiben aus Betonsteinmauerwerk	89
4.6.2 Versuche an kombiniert beanspruchten Mauerwerkswänden	93
4.6.3 Diskussion der Verifikationsergebnisse	97
5 Detaillierte Mikromodellierung	98
5.1 Materialmodell für Mörtel	99
5.1.1 Versagensbedingung	99
5.1.2 Nichtlineares Verformungsverhalten im Druckbereich	102
5.1.3 Verformungsverhalten im Zugbereich	107
5.2 Steinmaterialmodell	108
5.2.1 Versagensbedingung	109
5.2.2 Verformungsverhalten	109
5.3 Verbund zwischen Stein und Mörtel	110
5.4 Verifikation	110
5.4.1 Ein- und dreiaxiale Druckversuche an Normalmörtel	110
5.4.2 Einaxiale Druckversuche an Kalksandsteinen und Porenbetonsteinen	112
5.4.3 Druckversuche an 5-Stein-Prüfkörpern aus Kalksandsteinmauerwerk	113
5.4.4 Druckversuche an Prüfkörpern aus Ziegelmauerwerk	118
5.4.5 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse	122
6 Vereinfachte Mikromodellierung	124
6.1 Distinkt Element Methode	124
6.2 Fugenmodell	128
6.3 Blockmaterialmodell	130
6.4 Verifikation	132
6.4.1 Materialkennwertermittlung	132
6.4.2 Berechnungsergebnisse	134
6.4.3 Einflüsse aus der Ausbildung des Mauerwerkverbandes	136
6.5 Studie zum Schubversagen regelmäßigen Mauerwerks	137
6.6 Zusammenfassung	139
7 Praktische Anwendungsbeispiele und Vergleichsrechnungen	140
7.1 Konsequenzen aus der Modellierung des Mauerwerks als homogenes Kontinuum oder Diskontinuum	140

7.1.1 Einflüsse des Steinformats	140
7.1.2 Einflüsse des Mauerwerkverbandes	146
7.1.3 Größeneffekte	147
7.2 Tragfähigkeitsbewertung gemauerter Bogenbrücken	148
7.2.1 Problemstellung	148
7.2.2 Verifikationsberechnungen	152
7.2.2.1 Auswertung der Berechnungsergebnisse	155
7.2.3 Berechnungen zur Tragfähigkeit der Göltzschtalbrücke	160
7.2.3.1 Modellbildung	160
7.2.3.2 Materialkennwerte	162
7.2.3.3 Berechnungsergebnisse	164
7.3 Untersuchung der Rissbildungen an der historischen Konstruktion der Dresdner Frauenkirche	169
7.4 Tragfähigkeit der Stützen des Berliner Olympiastadions	173
7.4.1 Modellbildung	174
7.4.2 Materialkennwerte	174
7.4.3 Einwirkungen, Durchführung der Berechnungen	176
7.4.4 Berechnungsergebnisse	178
8 Zusammenfassung und Ausblick	182
Literaturverzeichnis	186

Bezeichnungen

Nummerierung:

Gleichungen, Bilder, Tabellen und Tafeln sind innerhalb eines Abschnittes unter Angabe der Kapitelnummer getrennt nummeriert.

Vorzeichen:

Festigkeiten immer positiv, Zugspannungen positiv, Druckspannungen negativ

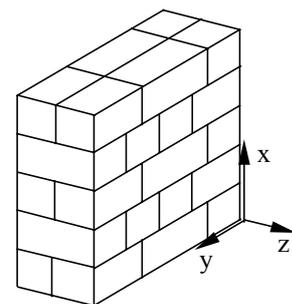
Skalierung in den Plots der plastischen Aktivitäten:

Skala	aktive Fließkriterien
1	F_1, F_{11}
10	F_2, F_{12}
10^2	F_3, F_{13}
10^3	F_4, F_{14}
10^4	F_5, F_{15}
10^5	F_6
10^6	F_7
10^7	F_8, F_{16}
10^8	F_9, F_{17}
10^9	F_{10}, F_{18}

Die plastische Aktivität zeigt an, welche Bereiche in gefundenen Gleichgewichtszuständen aktiv sind. Dabei setzt sich die Kennziffer jedes Gauspunktes aus der Summe der aktiven Fließkriterien zusammen. Sind z.B. die Fließkriterien F_2 und F_3 aktiv, ergibt sich die Kennziffer zu 110.

Geometrie:

x	Richtung senkrecht zur Lagerfuge
y	Richtung senkrecht zur Stoßfuge
z	Richtung senkrecht zur Längsfuge
a_s	Stoßfugenabstand
a_l	Lagerfugenabstand
\ddot{u}	Überbindemaß
d	Dicke
A	Fläche
V	Volumen



Symbole:

M	Massenmatrix
C	Dämpfungsmatrix
K	Steifigkeitsmatrix
\ddot{u}	Beschleunigungsvektor
\dot{u}	Geschwindigkeitsvektor
u	Verschiebungsvektor
F_R	Vektor der äußeren Kräfte
F_I	Trägheitskräfte
F_D	Dämpfungskräfte
F_E	Verformungskräfte
m	Masse des Diskretisierungspunktes
Δt_{crit}	kritischer Zeitschritt
α^c	massenproportionale Dämpfungskonstante
β^c	steifigkeitsproportionale Dämpfungskonstante

zur numerischen Umsetzung der Materialmodelle:

D	Elastizitätsmatrix
D_{EP}	elastoplastische Matrix
h	Verfestigungsmodul
F_j	Fließkriterium
Q_j	plastisches Potential
λ	plastischer Multiplikator
$d\epsilon^{pl}$	plastische Dehnungsincremente
$d\epsilon^{pl}$	plastische Dehnungsincremente
$d\kappa$	Verfestigungsparameter
Ω	Verfestigungsfunktion
$d\epsilon_{eq}^{pl}$	äquivalentes plastisches Dehnungsincrement
n_{INT}	Anzahl der Integrationspunkte
h	äquivalente Länge
σ_{ij}	Spannungstensor
σ^{trial}	Versuchsspannungszustand
σ^*	Spannungszustand auf der Fließfläche
σ_m	hydrostatische Spannung
τ_{oct}	Oktaederschubspannung
I_2	zweite Invariante der deviatorischen Hauptspannungen
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptspannungen
δ	Dilatanzfaktor
g_f	volumenspezifische Bruchenergie
G_f	Bruchenergie
h_{PR}	Rissbandbreite
$\tilde{\sigma}$	Festigkeitswert

σ_e	Vergleichsspannung
hochgestellter Index: i	lokale Iteration
tiefgestellter Index: k	globale Iteration

Materialkennwerte:

E	Elastizitätsmodul
G	Schubmodul
ν	Querdehnzahl
K	Kompressionsmodul
ρ	Dichte
R_D	einachsige Druckfestigkeit
R_U	zweiachsige Druckfestigkeit
R_Z	einachsige Zugfestigkeit
f_{mx}	Mauerwerksdruckfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge
f_{my}, f_{mz}	Mauerwerksdruckfestigkeit parallel zur Lagerfuge
f_{tx}	Zugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge
f_{ty}, f_{tz}	Zugfestigkeiten parallel zur Stossfuge
φ	Reibungswinkel
c	Kohäsion
ψ	Dilatanzwinkel
G_{FJ}^I	Bruchenergie MODE I Zugversagen der Fuge
G_{FB}^I	Bruchenergie MODE I Zugversagen des Steins
G_{FJ}^{II}	Bruchenergie MODE II Schubversagen der Fuge
f_k	Verzahnungsgrad
ε_{ml}	Dehnung bei Höchstspannung
ε_u	Dehnungswert auf dem Entfestigungsast

1 Einführung

1.1 Motivation

Mauerwerk gehört zu den ältesten der heute verwendeten Baustoffe. Im Laufe seiner Entwicklungsgeschichte sind vielfältige, häufig durch regionale Gegebenheiten beeinflusste Erscheinungsformen entstanden. Erste Herstellungstechniken waren durch das einfache Fügen unbearbeiteter Natursteine in unregelmäßigen Verbänden geprägt. Bereits um 5000 v. Chr. wurden im Zweistromland zwischen Euphrat und Tigris erste gebrannte Tonziegel zur Erbauung von Tempeltürmen und Zikkurate vermauert [29]. Heute ist Mauerwerk ein modernes, höchsten Ansprüchen an bauphysikalische und mechanische Eigenschaften genügendes Produkt, das einem fortwährenden Entwicklungs- und Optimierungsprozess unterliegt. Die Vorzüge des Mauerwerks sind neben seiner Tragfähigkeit insbesondere die einfache Verarbeitung, die hohe Flexibilität und Gestaltungsfreiheit, die sehr gute Dauerhaftigkeit sowie der ästhetische Wert. Zeugnis über diese positiven Eigenschaften gibt die Vielzahl heute noch nutzbarer historischer Mauerwerkbauten wie beispielsweise Kirchen, Schlösser oder Burganlagen, deren Bauzeit bis in die Anfänge des letzten Jahrtausends reichen. Auch Ingenieurbauwerke wie der große Bestand an gemauerten Brücken, die im Falle der Eisenbahnbrücken nicht selten bis zu 150 Jahre alt sind und noch heute in voller Nutzung stehen, bestätigen eindrucksvoll die Dauerhaftigkeit des Materials.

Das Verhalten des heterogenen Werkstoffs Mauerwerk wird durch die Interaktion der beiden Komponenten Stein und Fuge bestimmt. Die Fugen wirken als Diskontinuitäten und sind in Abhängigkeit ihrer Ausbildung (unvermörtelt, vermörtelt, geklebt) gewöhnlich als Ebenen verminderter Schub- und Zugfestigkeit anzusehen. Neben den Eigenschaften des Mauersteins und des Mörtels beeinflusst deren räumliches Arrangement, der Mauerwerkverband, das Tragvermögen sowie die Anisotropie der Festigkeit und des Deformationsverhaltens in dominierender Weise. Zudem zeigen der Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung, die Festigkeit, das Riss- und Entfestigungsverhalten sowie das Auftreten der einzelnen Versagensmechanismen (Steinversagen, Fugenversagen und das Versagen des Verbundes) eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Art und dem Niveau der Beanspruchung.

Eine wesentliche Eigenschaft des Mauerwerks ist das Lastumlagerungsvermögen. Insbesondere unter Zug- und Schubbeanspruchungen vermag der Mauerwerkverband durch Rissbildungen und Verformungen weniger ausgelastete Strukturbereiche zu aktivieren und sich so der Belastung anzupassen. Risse im Mauerwerk sind daher nicht immer gleichzusetzen mit Überlastung und drohendem Versagen. Sie können ebenso Ausdruck einer Gefügeföndung und zur Generierung des Lastabtrags dienlich sein.

Eine zuverlässige Beurteilung des Zustands und der Tragfähigkeit einer Mauerwerkstruktur erfordert die Berücksichtigung des nichtlinearen Spannungs-Dehnungsverhaltens und der Systemumlagerungen. Einfache (z.B. graphische, empirische oder semianalytische) Berechnungsmethoden sowie linear elastische Materialmodelle können die spezifischen Werkstoffeigenschaften und Lastumlagerungen nicht oder nur in sehr begrenztem Maße beschreiben. In der Folge davon entstehen

oftmals Nachweiskonzepte, die mit dem realen Tragverhalten kaum etwas gemein haben.

Zitat Ganz [38, S.1]: "... Die Tragsicherheit wird durch den Vergleich von elastisch gerechneten Spannungen mit normierten zulässigen Spannungen kontrolliert. Solche Verfahren genügen heutigen Ansprüchen nicht mehr. Sie ergeben ungleiche Sicherheiten, was teilweise große nominelle Sicherheitsfaktoren γ erforderlich macht ($\gamma_{\text{tot}} \cong 5$). Dies erzeugt einerseits Unbehagen und Misstrauen gegenüber dem Baumaterial und fördert andererseits unter Umständen riskante Lösungen."

Ein typisches Feld, in dem sich vielfach die Unzulänglichkeiten derartig vereinfachter Berechnungsmethoden aufzeigen, ist die Bewertung bestehender Mauerwerkstrukturen. Nicht selten kann das Tragvermögen gegenüber den seit längerem ertragenen Beanspruchungen nicht nachvollzogen werden. Oftmals entscheiden dann subjektive Einschätzungen über Notwendigkeit und Umfang von Verstärkungs- und Sanierungsmaßnahmen. Viele dieser Maßnahmen bergen jedoch auch Risiken von Überreaktionen und Schädigungen für die vorhandene Bausubstanz in sich. Der Planungsprozess sollte grundsätzlich in statisch-konstruktiver, ökonomischer und auch ggf. in denkmalpflegerischer Hinsicht von der Beschränkung auf das Notwendige und Sinnvolle und nicht vom technisch Machbaren geleitet sein. Eine Voraussetzung hierfür ist, dass die Wirksamkeit verschiedener Sanierungsvarianten realitätsnah beurteilt werden kann. Der Einsatz leistungsfähiger numerischer Berechnungsmodelle eröffnet hier neue, deutlich verbesserte und umfassendere Untersuchungs- und Bewertungsmöglichkeiten.

Die aktuelle Entwicklung modernen Mauerwerks zielt beispielsweise im Hochbau auf die Verbesserung bauphysikalischer und mechanischer Eigenschaften sowie auf die Senkung der Herstellungskosten ab. Dies führt u.a. zu einem feingliedrigen Lochbild des Steinquerschnitts, zur Erhöhung des Porengehalts der Grundmaterialien, zur Verringerung der Fugendicken oder zur Vergrößerung des Steinformats. Fragen nach den Auswirkungen dieser Entwicklungstendenzen auf das Riss- und Verformungsverhalten sowie auf die Festigkeit des Mauerwerks sind von hoher Aktualität. Ihre Beantwortung erfordert neben der experimentellen Untersuchung auch den Einsatz numerischer Simulationen.

Die neue Normengeneration im Bauwesen sieht vor, Tragwerke in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit nachzuweisen. Die Voraussetzung dafür ist die Kenntnis des nichtlinearen Verformungsverhaltens sowie die Möglichkeit, die Versagenslast und die zugehörigen Versagensmechanismen rechnerisch zu bewerten. Der Einsatz herkömmlicher, einfacher Ingenieurmodelle stößt dabei mit zunehmender Komplexität der Struktur sehr schnell an Grenzen.

Die vorstehenden Erläuterungen zeigen auf, dass nichtlineare numerische Berechnungsmodelle in vielen Problembereichen des Mauerwerkbaus sinnvoll einsetzbar bzw. erforderlich sind und daher erwartet werden kann, dass diese sich in den kommenden Jahren in zunehmendem Maße etablieren werden.

1.2 Zielstellung und Abgrenzung der Arbeit

In der vorliegenden Arbeit sollen die notwendige Leistungsfähigkeit und die Möglichkeiten verschiedener numerischer Modellierungsstrategien für Mauerwerk untersucht, diskutiert und weiterentwickelt werden. Dabei werden sowohl kontinuumsmechanische als auch diskontinuumsmechanische Ansätze einbezogen. Die Betrachtungen sollen bei Vernachlässigung zeitlicher Einflüsse auf unbewehrtes Mauerwerk unter quasistatischer Beanspruchung beschränkt werden.

Die numerischen Modellierungsstrategien für Mauerwerk lassen sich grundsätzlich nach der Art der Modellierung des Mauerwerks in Makromodelle (homogene Kontinuumsmodelle) und Mikromodelle (diskrete Modelle) einordnen. Im Rahmen der Makromodellierung wird der Mauerwerkverband als verschmiertes Ersatzkontinuum idealisiert. Mikromodelle sind durch eine diskrete Modellierung der Steine und Fugen gekennzeichnet. Für beide Modellierungsvarianten sollen auf der Basis moderner numerischer Algorithmen leistungsfähige Berechnungsmodelle entwickelt und in verfügbare Software implementiert werden.

Der Einsatz numerischer Berechnungsverfahren ist insbesondere für komplexe Mauerwerkstrukturen, welche in der Regel durch einen räumlichen Lastabtrag gekennzeichnet sind, lohnenswert. Für die realitätsnahe Untersuchung derartiger Tragwerke sind räumliche Berechnungsmodelle notwendig. Auch bei der detaillierten Betrachtung des Mauerwerkverbandes sind dreidimensionale Spannungszustände in Stein und Mörtel vorzufinden. Aus diesen Gründen sollen die zu entwickelnden Materialmodelle ebenfalls räumlich formuliert werden. Da die derzeit verfügbaren experimentellen Daten nur begrenzte Aussagen zum räumlichen Materialverhalten von Mauerwerk zulassen, werden hierfür entsprechende Idealisierungen und Analogiebetrachtungen erforderlich.

Entscheidend für die Qualität und Zuverlässigkeit der Berechnungsergebnisse sind die numerische und physikalische Leistungsfähigkeit des Berechnungsmodells. Daher sollen bei der Formulierung und Umsetzung der Materialmodelle folgende Schwerpunkte berücksichtigt werden:

- Zur Minimierung numerischer Pfadabhängigkeiten ist eine konsistente numerische Umsetzung der Materialmodelle erforderlich.
- Die Festigkeitsbeschreibung soll primär an experimentell abgesicherten Modellen erfolgen. Im Rahmen der Makromodellierung soll eine Versagensbedingung verwendet werden, welche in der Lage ist, die mauerwerksspezifischen Versagensmechanismen und Versagensarten abzubilden.
- Die Materialmodelle sollen räumlich formuliert sein und die Anisotropie der Steifigkeit und Festigkeit berücksichtigen.
- Die Simulation des nichtlinearen Spannungs-Dehnungsverhaltens und der Rissbildung soll durch eine entsprechende Materialver- und entfestigung, die weitgehend auf experimentellen Daten basiert, erfolgen.
- Zur Sicherung der Prognosefähigkeit sollen die Berechnungsmodelle mit praktisch gut bestimmbar bzw. für den Ingenieur gut einschätzbaren Materialparametern

formuliert werden.

- Die Berechnungsmodelle sollen für verschiedene Mauerwerkarten gültig und mit verfügbaren Versuchsergebnissen verifizierbar sein.
- Am Beispiel praktischer Aufgabenstellungen soll die Eignung des Kontinuumsmodells zur Untersuchung komplexer Mauerwerkstrukturen nachgewiesen werden.

1.3 Methodik

Im Kapitel 2 werden in Auswertung verfügbarer Versuchsdaten die Grundlagen des mechanischen Materialverhaltens von Mauersteinen, Mörtel und Mauerwerk dargelegt. Dabei werden insbesondere die für die Modellierung des Materialverhaltens wichtigen Hypothesen zur Festigkeit, zum Verformungsverhalten sowie zu den einzelnen Versagens- und Entfestigungsmechanismen zusammengestellt.

Die Grundlagen der numerischen Modellbildung werden im Kapitel 3 behandelt. Dabei kann naturgemäß nur in begrenztem Umfang auf einige für die Arbeit wesentlich erscheinende Themen eingegangen werden. Nach einer Einordnung der verwendeten numerischen Methoden wird die Lösung der Bewegungsgleichung in impliziten und expliziten Zeitintegrationsschemen erörtert. In einem weiteren Abschnitt werden die in dieser Arbeit als Basis der Materialformulierungen dienenden plastizitätstheoretischen Grundlagen hergeleitet. Die Besonderheiten der für die Beschreibung zusammengesetzter Fließkriterien auftretenden mehrflächigen Plastizität werden herausgearbeitet. Abschließend werden die numerischen Modellierungsstrategien für Mauerwerk sowie der Stand vorangegangener Forschungsarbeiten vorgestellt und diskutiert.

Einen Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit bildet die Entwicklung der im Kapitel 4 vorgestellten Makromodelle für verschiedene Mauerwerkarten. Hier werden zunächst einige Besonderheiten der homogenen Betrachtung des Mauerwerkverbandes aufgezeigt und Schlussfolgerungen für die eigene Entwicklungsarbeit gezogen. Anschließend werden Aspekte der verschmierten Riss- und Entfestigungsmodellierung betrachtet. Es folgt die ausführliche Herleitung und Dokumentation eines Makromodells für regelmäßige Mauerwerkarten, welches einer umfangreichen Verifikation unterzogen wird. Weitere Vorschläge werden zur Makromodellierung regelloser und mehrschaliger Mauerwerkgefüge vorgestellt. Die Implementierung der Makromodelle in die implizite Finite Elemente Methode wird ausführlich erläutert.

Das Kapitel 5 ist der detaillierten Mikromodellierung des Mauerwerkverbandes gewidmet. Hierfür wird ein aus drei Materialmodellen für Stein, Mörtel und deren Verbund bestehendes nichtlineares Berechnungsmodell entwickelt. Ausführlich wird auf die Herleitung des Mörtel- und des Steinmaterialmodells eingegangen. Für eine möglichst breite Absicherung werden sowohl die einzelnen Materialmodelle als auch das gesamte Berechnungsmodell an verfügbaren Versuchsdaten verifiziert.

Als dritte Modellierungsstrategie wird im Kapitel 6 die auf diskontinuumsmechanischen Grundsätzen beruhende vereinfachte Mikromodellierung behandelt. Hierbei wird unter

Verwendung verfügbarer Software die Leistungsfähigkeit der Distinkt Element Methode für derartige Modellierungstechniken untersucht. Neben der Erörterung einiger theoretischer Grundlagen erfolgt der Nachweis der Eignung dieser Methode zur Simulation von Mauerwerk mit Hilfe der Verifikation an Versuchsergebnissen. Studien zum Schubversagen regelmäßigen Mauerwerks unterstreichen das Vermögen des gewählten Berechnungsmodells, Einflüsse der Verbandsausbildung auf das Materialverhalten von Mauerwerk zu beschreiben.

Die im Kapitel 7 durchgeführten Untersuchungen komplexer Mauerwerkstrukturen dienen dem Nachweis der praktischen Anwendbarkeit, Leistungsfähigkeit und numerischen Robustheit der vorgestellten Berechnungsmodelle. Dabei werden im Kapitel 7.1 die Konsequenzen aus der Modellierung des Mauerwerks als homogenes Kontinuum oder Diskontinuum aufgezeigt. Die Probleme der Tragfähigkeitsbewertung gemauerter Bogenbrücken werden im Kapitel 7.2 diskutiert und Berechnungen mit verschiedenen numerischen Werkzeugen ausgewertet und analysiert. Auf die Möglichkeiten zur Bewertung vorhandener Rissbildungen und Schädigungen an historischen Mauerwerkstrukturen wird im Kapitel 7.3 eingegangen. Den Abschluss bilden im Kapitel 7.4 Traglastberechnungen an gemauerten Stützen.

Es wird versucht, ausgehend von den stofflichen und numerischen Grundlagen bis hin zur Praxistauglichkeit, die Entwicklung verschiedener numerischer Berechnungsmodelle zu dokumentieren und die Möglichkeiten der einzelnen Modellierungsstrategien für Mauerwerk aufzuzeigen und zu diskutieren.

2 Materialverhalten von Stein, Mörtel und Mauerwerk

Das Materialverhalten von Mauerwerk wird durch die beiden Bestandteile Mauerstein und Mauermörtel sowie deren Interaktion und Verarbeitung im Verband bestimmt. Daher werden zunächst die wesentlichen mechanischen Eigenschaften der Einzelkomponenten Stein und Mörtel und im Anschluss das Verhalten des Mauerwerks dargelegt.

Entsprechend der geringen bzw. fehlenden Haftzugfestigkeit der Fugen sind Mauerwerkstrukturen vorwiegend auf Druck und Schub beanspruchte Tragstrukturen. Im Regelfall weist der Mauermörtel gegenüber dem Stein eine deutlich größere Verformbarkeit auf. Wie Hilsdorf [45] als Erster nachwies, wird aufgrund dieses Steifigkeitsunterschieds zwischen Stein und Mörtel das Versagen von druckbeanspruchtem Mauerwerk durch dreiaxiale Spannungszustände in den Steinen und im Mörtel hervorgerufen. Durch die Behinderung der Querdehnung des Mörtels entstehen im Mörtel selbst Querdruckspannungen und im Stein Querkzugspannungen, welche zum Aufspalten des Steins in Richtung der äußeren Druckbelastung führen. Der Mörtel in der Lagerfuge unterliegt damit im überwiegenden Teil einem dreiaxialen Druckspannungszustand, während im Stein ein Druck-Zug-Zug Spannungszustand vorherrscht. Aus diesen einführenden Betrachtungen wird deutlich, dass für die Beschreibung des Materialverhaltens von Mauerwerk das Verhalten der Komponenten Stein und Mörtelfugen in räumlichen Spannungszuständen berücksichtigt werden muss.

2.1 Mechanische Eigenschaften von Mauersteinen

Die grundlegende Einteilung der Mauersteine erfolgt nach deren Entstehung in künstlich hergestellte Steine und Natursteine. Als künstliche Steine werden vor allem Ziegel, Kalksandsteine, Porenbetonsteine sowie Beton- und Leichtbetonsteine verwendet. Natursteine werden nach ihrer geologischen Entstehung den Hauptgruppen Erstarrungsgesteine, Sedimentgesteine und metamorphe Gesteine zugeordnet. Sie sind vorwiegend in historischen Mauerwerkstrukturen anzutreffen. Dabei steht die Verwendung der einzelnen Gesteinsarten in der Regel mit dem regionalen Vorkommen sowie weiteren erwünschten Eigenschaften wie Dauerhaftigkeit, Festigkeit, gute Bearbeitbarkeit im Zusammenhang. Besondere Verbreitung haben in Deutschland Sandsteine, Kalksteine, Tuffgesteine sowie Schiefer und Gneise.

Für die Mauerwerkfestigkeit sind vor allem die Steindruckfestigkeit, die Steinzugfestigkeit sowie die Steifigkeitskennwerte E-Modul und Querdehnzahl von Bedeutung. Dementsprechend konzentrieren sich die in der Literatur dokumentierten Versuchsergebnisse von Mauersteinprüfungen auf diese Kennwerte. Umfangreiche Angaben zu den Eigenschaftswerten verschiedener Mauersteine finden sich in [109], [74], [50], [70], [125], [96]. Übersichten über die Prüfverfahren zur Bestimmung der mechanischen Eigenschaftswerte von Mauersteinen sind in [111], [114] und [74] enthalten.

2.1.1 Richtungsabhängigkeit des Materialverhaltens

Die Richtungsabhängigkeit des Materialverhaltens wird bei künstlichen Steinen im Wesentlichen durch den Herstellungsprozess (z.B. Ausrichtung des Grundmaterials bei Ziegeln durch die Strangpresse, Einflüsse aus dem Brennprozeß) [33], [53] sowie durch die Querschnittsgestaltung (Steinlochung) [100], [102] und bei Natursteinen durch deren geologische Entstehung beeinflusst [132], [96].

Von Kasten [53] wurden umfangreiche Versuche an Mauerziegeln, Kalksandsteinen, Porenbeton- und Leichtbetonsteinen hinsichtlich einer Richtungsabhängigkeit der Druckfestigkeit und Spaltzugfestigkeit durchgeführt. Alle Probekörper waren aus Vollsteinen gewonnene Würfel, so dass Einflüsse aus einer Steinlochung bzw. unterschiedlicher Prüfkörperschlankheit ausgeschlossen wurden und nur die herstellungsbedingte Anisotropie zum Tragen kam. Die größten Festigkeitsunterschiede zwischen den Richtungen in Steinhöhe, -länge und -breite wurden an Mauerziegeln nachgewiesen, so dass ihnen ein orthotropes Materialverhalten unterstellt werden kann. Die maximale Druckfestigkeit der Ziegel ergab sich bei der Prüfung in Steinhöhe (Herstellungsrichtung), während in Richtung der Steinbreite nur ca. 30 % und in Richtung der Steinlänge ca. 60-80 % des Maximalwertes gemessen wurden. Bei den Zugfestigkeiten betragen die Verhältnisse zwischen Minimalwert in Steinlängsrichtung und dem Maximalwert in Steinhöhenrichtung ca. 0,51-0,67. Bei den anderen Steinarten fiel die Abhängigkeit der Druck- bzw. Zugfestigkeit von der Prüfrichtung deutlich geringer aus. Die Festigkeitsunterschiede lagen hier durchgängig unter 30 % des jeweiligen Maximalwerts, oftmals (wie z.B. für Kalksandstein) auch deutlich darunter. Diese Werte werden durch die Angaben von Schubert [109], Schubert / Hoffmann [117] und Glitza [40] bestätigt.

Neben den herstellungsbedingten Auswirkungen auf das Grundmaterial verstärkt eine Steinlochung die Richtungsabhängigkeit der Materialeigenschaften. Hier sind insbesondere der Lochanteil sowie die Lochanordnung von Bedeutung [100], [102]. Nach Schubert [109] gilt bei Hochlochziegeln für das Verhältnis von Zugfestigkeit in Richtung der Steinbreite zur Zugfestigkeit in Richtung der Steinlänge ein Wert von ca. 0,3. Zum Vergleich ermittelte Kasten [53] für das gleiche Verhältnis an Vollziegeln einen Wert von ca. 0,75, woraus der große Einfluss der Steinlochung erkennbar wird. Glitza [40] gibt für die Druckfestigkeiten gelochter Steine in Richtung Steinlänge (bzw. Steinbreite) bei Ziegeln 18 % (bzw. 39 %), bei Kalksandstein 38 % und bei Leichtbetonsteinen 88 % der Druckfestigkeit in Steinhöhe an. Diese Werte liegen auch in dem von Schubert und Hoffmann [117] angegebenen Bereich von 0,3-0,7 (im Extremfall 0,1) für das Verhältnis von Steinlängs- zu Normdruckfestigkeit (ohne Formfaktor) in Richtung Steinhöhe.

Für Natursteine kann nach Wittke [132] prinzipiell zwischen richtungslosen, flächigen und linearen Korngefügen unterschieden werden. Gesteine mit richtungslosem Korngefüge (vorwiegend magmatische Gesteine und Sedimentgesteine) zeigen keine Richtungsabhängigkeit. Dagegen sind Gesteine mit flächigem Korngefüge (z.B. Sedimentgesteine mit plattigen Kornformen und kristalline Schiefer) oder mit linearem Korngefüge (vorwiegend bei Erstarrungs- und metamorphen Gesteinen) stark anisotrop.

2.1.2 Verhalten unter einaxialer Druckbeanspruchung

Der Einfluss der Prüfkörpergröße auf die im Versuch gemessene Druckfestigkeit ist seit längerem bekannt [57], [101], [103]. Hauptursachen hierfür sind einerseits eine Gestaltabhängigkeit und andererseits die Querdehnungsbehinderung durch die gebräuchliche Lasteintragung mittels starrer Lastplatten in Abhängigkeit der Prüfkörperschlankheit. In der deutschen und europäischen Normung im Mauerwerksbau wird diesen Einflüssen durch die Einführung von Formfaktoren Rechnung getragen. Damit wird die gemessene Druckfestigkeit auf ein Referenzformat (z.B. 2 DF nach deutscher Normung) bezogen, so dass auch die Steindruckfestigkeiten der unterschiedlichen Steinformate vergleichbar werden. Zwei weitere wichtige Einflussgrößen auf die Steindruckfestigkeit sind die Rohdichte und die Steinfeuchte. Die Größe der Rohdichte kann oft als ein Maß für die Festigkeit eines Steins angesehen werden [125]. Ein zunehmender Feuchtegehalt hat zumeist eine Verringerung der Steindruckfestigkeit zur Folge.

Das Spannungs-Dehnungsverhalten von Mauersteinen wurde u.a. von Marzahn [74] und Schubert / Glitza [116] untersucht. Die von Marzahn [74] erhaltenen Spannungs-Dehnungslinien für Kalksandstein sind in Bild 2.1 und für Porenbetonstein in Bild 2.2 dargestellt.

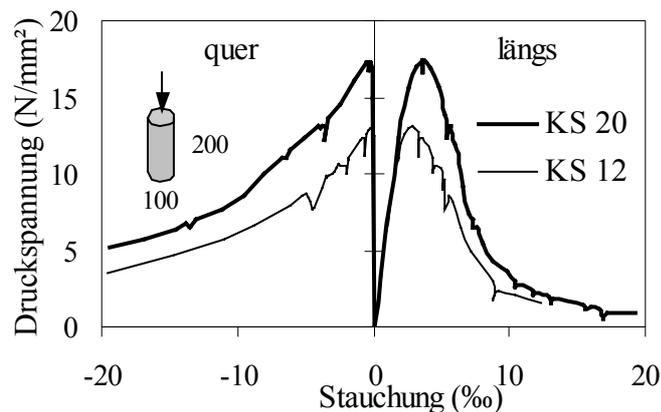


Bild 2.1 Spannungs-Dehnungslinien für Kalksandstein, links Querdehnung, rechts Längsstauchung aus [74]

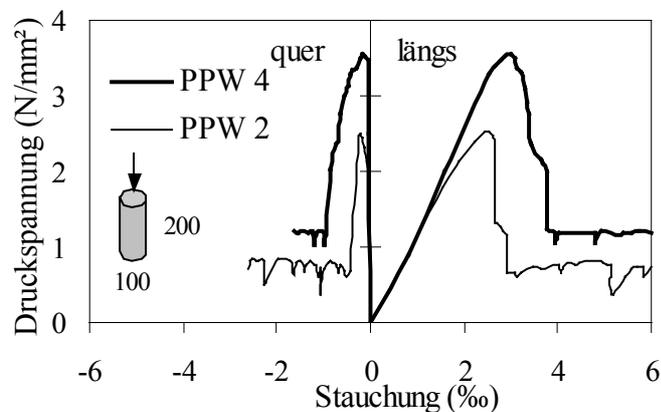


Bild 2.2 Spannungs-Dehnungslinien für Porenbetonstein, links Querdehnung, rechts Längsstauchung aus [74]

Obwohl sich die Spannungs-Dehnungslinien (Längsstauchungen) beider Mauersteinarten deutlich voneinander unterscheiden, ist ihr qualitativer Verlauf ähnlich. Wie auch vom Beton bekannt, lassen sich prinzipiell folgende Bereiche identifizieren:

1. Ein linear elastischer Bereich, der meist bis zum Erreichen von ca. einem Drittel der Druckfestigkeit reicht.
2. Ein sich anschließender, zunehmend gekrümmter Verlauf bis zum Erreichen der Druckfestigkeit. Die nichtlineare Beziehung zwischen Spannung und Dehnung wird durch sich zunächst einzeln bildende Mikrorisse, die sich bei höheren Spannungsniveaus vereinigen, verursacht. Das Erreichen der Druckfestigkeit ist mit der Bildung von Bruchflächen und Rissen, die parallel zur größten Hauptspannung ausgerichtet sind, verbunden.
3. Der Entfestigungsbereich, der durch einen abfallenden und eventuell auf ein geringes Restspannungsniveau mündenden Ast gekennzeichnet wird. Die Neigung des abfallenden Asts ist ein Maß für die Sprödigkeit des Materials. Darüber hinaus lässt sich die Sprödigkeit des Materials durch die Energie als das Integral der Spannungs-Dehnungslinie charakterisieren. Das sich eventuell einstellende Restspannungsniveau ist nach Marzahn [74] auf die einsetzende Reibung innerhalb der Scherfuge zurückzuführen. Generell setzt die Untersuchung des Entfestigungsbereichs eine verformungsgeregelte Versuchsdurchführung voraus.

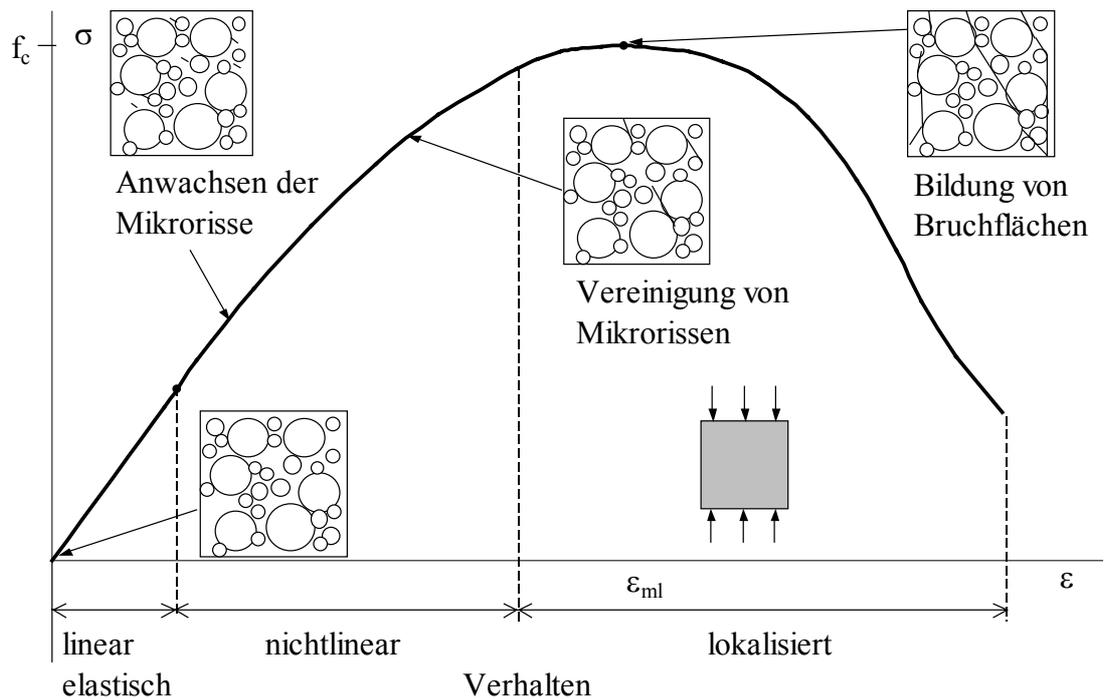


Bild 2.3 Prinzipielles Verhalten unter einaxialer Druckbeanspruchung am Beispiel für Beton (nach [50])

Für beide Steinarten wird aus den Bildern 2.1 und 2.2 deutlich, dass mit höherer Druckfestigkeit auch der Anstieg der Spannungs-Dehnungslinie, also der Elastizitätsmodul zunimmt und der abfallende Ast im Entfestigungsbereich etwas steiler verläuft. Damit steht innerhalb einer Steinart die Festigkeitszunahme auch mit einer Steifigkeitszunahme und einer leichten Versprödung im Zusammenhang.

Die Unterschiede im Verlauf der Spannungs-Dehnungslinien äußern sich vorrangig in der geringeren Krümmung des ansteigenden Asts und des stärkeren Abfalls der Festigkeit nach Erreichen der Höchstspannung beim Porenbetonstein gegenüber dem Kalksandstein. Die gemessenen Stauchungen bei Höchstspannung betragen beim Kalksandstein ca. 3 % und beim Porenbetonstein 2,5 – 3 %. Somit ist die Völligkeit der Arbeitslinie des Porenbetonsteins geringer und die Sprödigkeit deutlich größer als beim Kalksandstein. In allen Fällen wurde bei steigender Druckspannung eine Volumenabnahme beobachtet. Eine Volumenzunahme, wie vom Normalbeton bei einsetzender starker Rissbildung bekannt, konnte nicht beobachtet werden. Es ist zu vermuten, dass diese Beobachtung ähnlich dem Verhalten von Leichtbeton auf das Zusammenbrechen von Hohlräumen in der relativ porösen Steinmatrix zurückzuführen ist.

2.1.3 Verhalten unter einaxialer Zugbeanspruchung

Aufgrund des eingangs beschriebenen dreiaxialen Druck-Zug-Zug Spannungszustands im Stein und der zugehörigen Versagensmechanismen des druckbelasteten Mauerwerkverbandes ist die Zug- bzw. Querzugfestigkeit des Mauersteins ein ausschlaggebendes Kriterium für die Druckfestigkeit des gesamten Mauerwerks. Die unter 2.1.1 beschriebene Richtungsabhängigkeit der Steinzugfestigkeit kann die auftretenden Rissverläufe beeinflussen.

Wie die Versuche von Schubert [112] an Mauerziegeln, Kalksandsteinen und Betonsteinen zeigen, liegt die horizontal (parallel zur Lagerfuge) gerichtete Zugfestigkeit im Bereich zwischen 3 bis 10 % der Steindruckfestigkeit. Für die Zugfestigkeit von Natursteinen wird von [96] die Größenordnung zwischen 3 – 5 % der Druckfestigkeit angegeben. Aufgrund der leichteren Bestimmbarkeit wird auch häufig die Spaltzugfestigkeit des Steins zur Beurteilung der Mauerwerkdruckfestigkeit herangezogen.

Bild 2.4 zeigt die von Alfes [2] für verschiedene Sandsteine in weggesteuerten Zugversuchen ermittelten bezogenen Spannungs-Verformungslinien. Der qualitative Verlauf dieser Kurven ist für quasi spröde Materialien typisch und wurde auch bei künstlich hergestellten Mauersteinarten [90] nachgewiesen. Kennzeichnend ist neben der geringen Verformung bei Erreichen der Zugfestigkeit der weitgehend exponentielle Verlauf der Entfestigungskurve. Zur Charakterisierung der Sprödigkeit wird die Bruchenergie G_f als das Integral der Spannungs-Verformungslinie und die charakteristische Länge l_{ch} herangezogen. Die Bruchenergie gibt die Energiemenge pro Einheitsfläche an, die für die Bildung eines Risses erforderlich ist. Die charakteristische Länge wird von Peterson [87] durch die Beziehung

$$l_{ch} = \frac{G_f^I E}{f_t^2} \quad (2.1)$$

mit

G_f^I	Bruchenergie im Mode I (Zugversagen)
E	Elastizitätsmodul
f_t	Zugfestigkeit

als ein Maß für die Duktilität des Werkstoffs definiert. Sie nimmt mit zunehmender Sprödigkeit geringere Werte an und liegt nach [87], [88] für:

- Zementstein zwischen 5 und 15 mm,
- Mörtel zwischen 100 und 200 mm und
- Beton zwischen 200 und 600 mm.

Alfes [2] ermittelte beim Sandstein Werte für die Bruchenergie zwischen 0,04 bis 0,12 Nmm/mm² bei Zugfestigkeiten im Bereich von 1,25 bis 3,7 N/mm². Die charakteristische Länge wird mit 120 bis 450 mm angegeben. Auch die von van der Pluijm [90] in verschiedenen Steinrichtungen an Vollziegeln und Kalksandsteinen gemessenen Werte der Bruchenergie zwischen 0,06 bis 0,13 Nmm/mm² bei Zugfestigkeiten von 1,5 bis 3,5 N/mm² liegen in der gleichen Größenordnung.

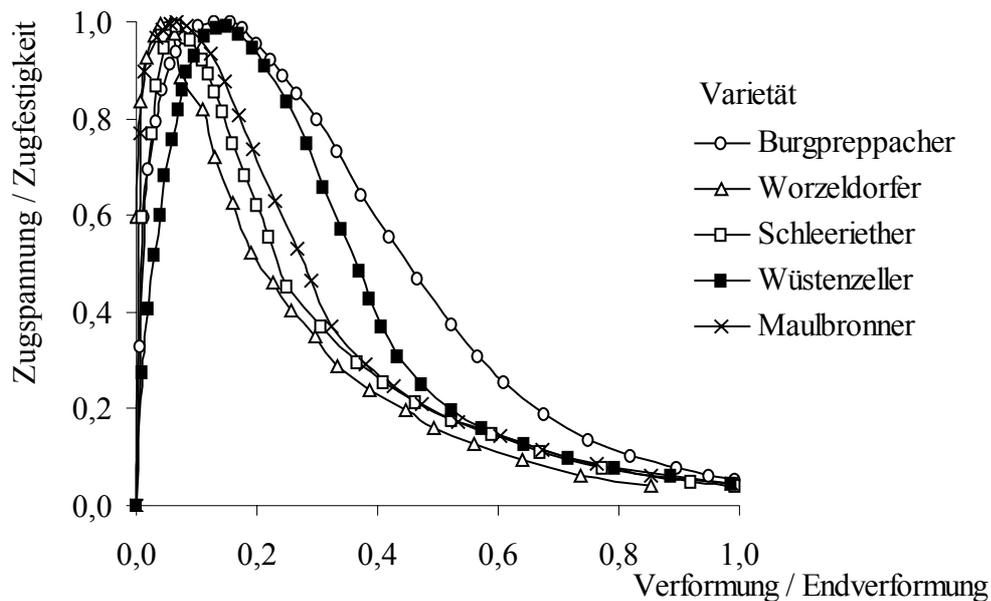


Bild 2.4 Spannungs-Verformungs-Linien für verschiedene Sandsteinvarietäten [2]

2.1.4 Verhalten unter mehraxialer Beanspruchung

Systematische Versuche an Mauersteinen in mehraxialen Spannungszuständen sind nicht bekannt. Daher wird zur Beurteilung derartiger Beanspruchungen zumeist auf die Erkenntnisse für Beton [23], [83] Bezug genommen. Für den zweiaxialen Druck-Zug-Spannungszustand von Mauerziegeln wurde als erstes von Hilsdorf [45] eine geradlinige Bruchkurve zwischen einaxialer Druck- und Zugfestigkeit angegeben. Diese Beziehung wurde mit den experimentellen Untersuchungen von Khoo / Hendry [54] bzw. Atkinson et al. [4] sowie weiteren theoretischen Arbeiten u.a. von Ohler [81] und Schulenberg [118] weiter verfeinert. Generell kann jedoch nach Marzahn [74] die von Hilsdorf vorgeschlagene Beziehung als Näherung dienen.

2.2 Mechanische Eigenschaften des Mörtels

Eine wesentliche Funktion des Mörtels bei der Herstellung von Mauerwerk liegt im Ausgleich von Unregelmäßigkeiten der Steingeometrie und der Homogenisierung des Kräfteflusses im Mauerwerkverband. Im Weiteren soll die Betrachtung des

Materialverhaltens auf Normalmörtel beschränkt bleiben. Umfassende Zusammenstellungen zu den Eigenschaftswerten verschiedener Mörtelarten sind in [109], [19], [144] veröffentlicht. Angaben zu den Prüfverfahren werden vor allem in [111], [114] und [113] gemacht.

2.2.1 Wesentliche Einflüsse auf die Mörtelfestigkeit

Entsprechend ihrer Zusammensetzung werden in DIN 1053-1 [139] fünf Mörtelgruppen für Normalmörtel unterschieden. Neben der Zuschlagart, der Korngrößenverteilung sowie dem Mischungsverhältnis ist das Bindemittel ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal. Für moderne Mörtel werden als Bindemittel Luftkalk, Wasserkalk, hydraulischer sowie hochhydraulischer Kalk und Zement verwendet. Historische Mörtel enthalten oft Luft- oder Wasserkalk sowie Gips [50]. Die Art und Menge der Bindemittel beeinflusst maßgeblich den Verlauf der Erhärtung und die Druckfestigkeit. So ist die Festigkeitsentwicklung von kalkgebundenen Mörteln im Mauerwerk in Abhängigkeit von den Umgebungsbedingungen häufig erst nach Jahren abgeschlossen [50], [113].

Wie u.a. aus den Versuchen von Bierwirth [19] hervorgeht, wird die Größe der Druckfestigkeit wesentlich durch die Erhärtungsbedingungen des Mörtels in der Lagerfuge bestimmt. Dabei erreicht der Normalmörtel bei Erhärtung in der Lagerfuge eine bis zu 4-fach größere Druckfestigkeit als bei Herstellung in einer Stahlschalung, wie dies z.B. bei der Güteprüfung nach DIN 1053-1 bzw. DIN 18555-3 gefordert wird. Von maßgeblicher Bedeutung ist hierbei die vorhandene Stein-Mörtel Kombination, die vor allem durch

- die Saugfähigkeit der Steine,
- das Wasserrückhaltevermögen des Mörtels sowie durch
- die Porosität und die Rohdichte des Mörtels

gekennzeichnet wird.

Durch die Saugfähigkeit der Steine wird der anfänglich hohe Wasser/Zement-Wert des Mörtels von üblicherweise $w/z > 0,7$ deutlich reduziert. Bedeutsam sind hierbei insbesondere die Stärke und die Dauer des Wassertransports aus dem Frischmörtel zu den Steinen. Das Saugverhalten der Mauersteine wird direkt durch die Größe der saugfähigen Kapillarporen bestimmt. Kapillarporen mit großem Durchmesser führen zu einem schnellen Wassertransport mit jedoch geringer Saughöhe. Geringere Kapillarporendurchmesser erhöhen dagegen die Saugkraft und verlängern die Saugzeiten [19], [113]. Wie von Bierwirth [19] gezeigt wurde, führt ein relativ schnelles Saugvermögen des Steins (z.B. eines Hochlochziegels) bis zum Erstarrungsbeginn des Mörtels zu einer Verdichtung der durch den Wasserentzug entstehenden Hohlräume und damit zu einer Festigkeitssteigerung. Wird jedoch dadurch der Wasser/Zement-Wert des Mörtels zu stark (unter den für die vollständige Hydratation erforderlichen Wert $w/z \approx 0,4$) reduziert, tritt deswegen ein Festigkeitsverlust bzw. eine Verringerung der durch die Verdichtung erhaltene Festigkeitssteigerung ein. Ein Absinken des w/z -Werts unter w/z nach dem Erstarrungsbeginn des Mörtels infolge von langen Saugzeiten des Steins (z.B. eines trockenen Kalksandsteins) führt zu einem größeren Festigkeitsverlust, da dann

neben der unvollständigen Hydratation auch keine Verdichtungseffekte mehr stattfinden können. Generell wird der Wassertransport durch ein geringeres Wasserrückhaltevermögen des Mörtels begünstigt.

2.2.2 Verhalten unter ein- und mehraxialer Druckbeanspruchung

Zur Untersuchung des Materialverhaltens von Mörtel in mehraxialen Druckspannungszuständen führte Bierwirth [19] ein- und dreiaxiale Druckversuche für Normalmörtel der Mörtelgruppen IIa und III durch. Die Versuche wurden an zylindrischen Mörtelproben $d / h = 30 / 14$ mm, die aus Lagerfugen von Mauerwerk verschiedener Stein-Mörtel Kombinationen entnommen wurden, durchgeführt. Das Versuchsprogramm beinhaltete die Prüfung der Mörtelproben unter den vier Spannungsverhältnissen von Radial- zu Vertikalspannung $\sigma_r / \sigma_v = 0; 0,05; 0,15; 0,30$.

Insgesamt ist das Verhalten des Mörtels mit dem des Betons vergleichbar. Bild 2.5 zeigt den charakteristischen Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung für Normalmörtel am Beispiel der Versuchserie B/2t (Mörtel MG IIa, ursprünglich vermauert mit Hochlochziegeln HLzA) aus [19].

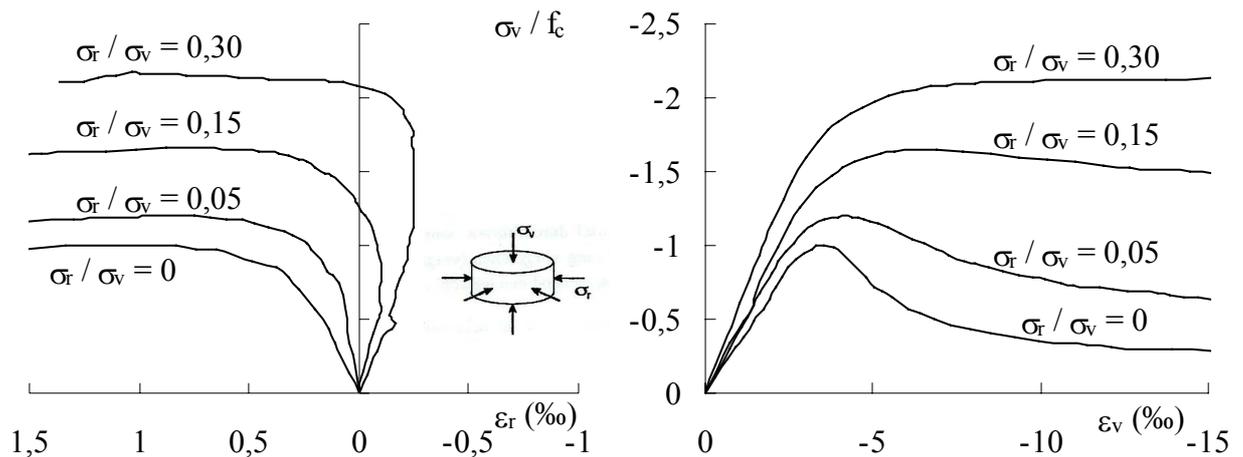


Bild 2.5 Mittlere Spannungs-Dehnungslinien von Mörtelserie B/2t aus [19]
links: Radialdehnungen ε_r , rechts: Vertikalstauchungen ε_v
(Vertikalspannungen auf die einaxiale Druckfestigkeit bezogen)

Erwartungsgemäß ist der Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung vom vorhandenen Druckspannungsverhältnis abhängig. Deutlich erkennbar ist der aus der mehraxialen Druckbeanspruchung resultierende Festigkeitszuwachs, der jedoch etwas geringer ausfällt als vom Beton bekannt ist. Hauptursache hierfür sind die Unterschiede im Korngerüst, welches im Mörtel durch einen höheren Bindemittelanteil und eine geringere Abstufung der Korndurchmesser gegenüber dem Beton gekennzeichnet ist. Neben der Zunahme der Festigkeit kann mit steigendem Druckspannungsverhältnis σ_r / σ_v auch

- eine starke Zunahme der Bruchstauchungen ε_{ml} (die im einaxialen Versuch Werte zwischen 3,1 – 3,5 ‰ annehmen),
- eine leichte Zunahme der Steigung der Spannungs-Dehnungslinie im Bereich geringer Vertikalstauchungen sowie
- ein flacherer Verlauf des fallenden Astes

festgestellt werden. Für $\sigma_r / \sigma_v = 0,3$ konnte in den meisten Versuchen kein fallender Ast der Spannungs-Dehnungslinie erreicht werden. Die Versuche wurden bedingt durch die Prüfeinrichtung bei Vertikalstauchungen von 25 % abgebrochen.

Die Verläufe der für die Mauerwerkdruckfestigkeit bedeutsamen Quer- bzw. Radialverformungen werden ebenfalls deutlich durch die aufgetragenen Querdruckspannungen beeinflusst. Für höhere Spannungsverhältnisse $\sigma_r / \sigma_v > 0,15$ wird im Anfangsbereich der Radialverformungen der Querdehnungsanteil aus der Vertikalspannung durch die Radialspannung überdrückt, wodurch zunächst Querstauchungen gemessen werden. Der an Mörtelproben aus Lagerfugen ermittelte Anfangswert der Querdehnzahl beträgt für die Mörtelgruppe IIa etwa $\mu = 0,07$. Er ist damit erheblich geringer als der am (in Stahlschalungen hergestellten) Normprisma ermittelte Wert von $\mu = 0,18$. Damit wird wiederum der bereits unter 2.2.1 beschriebene große Einfluss der Erhärtingsbedingungen auf die Eigenschaftswerte von Mörtel sichtbar.

Im Gegensatz zur Druckfestigkeit liegen die ermittelten Werte des E-Moduls an Mörtelproben aus Lagerfugen und am Normprisma im gleichen Bereich. Dieser Widerspruch konnte bisher nicht vollständig geklärt werden.

Der Verlauf der Volumendehnung des Normalmörtels in Abhängigkeit der auf die einaxiale Druckfestigkeit bezogenen Vertikalspannung ist in Bild 2.6 dargestellt.

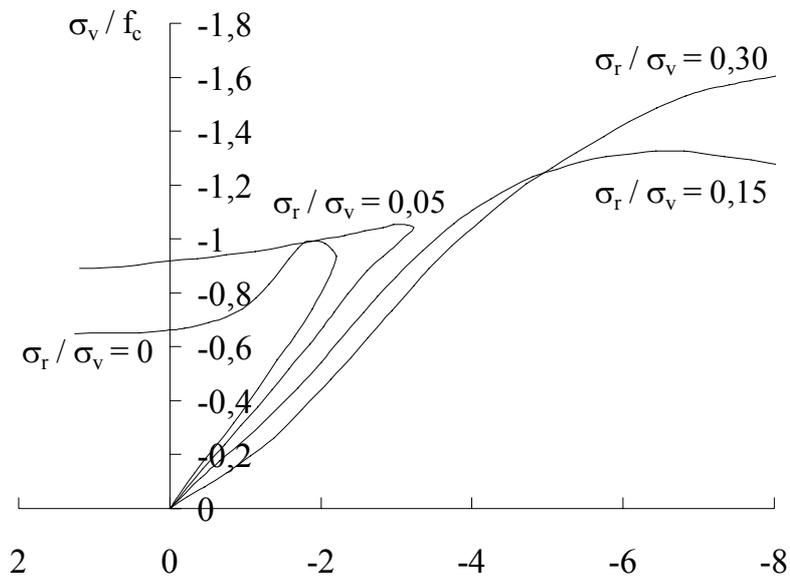


Bild 2.6 Volumendehnung des Normalmörtels (MG IIa, Serie B/2f aus [19])

In Auswertung der Volumendehnung und der in Bild 2.5 gezeigten Spannungs-Dehnungslinien können nach [19] folgende Bereiche unterschieden werden:

- Der Anfangsbereich zeigt ein linear elastisches Materialverhalten und einen geradlinigen Verlauf der Volumendehnung.
- Ein folgender nichtlinearer Bereich ist durch die zunehmende Krümmung der Spannungs-Dehnungslinie und unterproportionale Abnahme des Mörtelvolumens gekennzeichnet. Dieser Bereich endet für $\sigma_r / \sigma_v \geq 0,05$ bei Erreichen von etwa 60 % der Druckfestigkeit und bei einaxialer Druckbelastung bei 90 % der

Duckfestigkeit.

- Ein dritter Bereich wird durch die überproportionale Abnahme des Mörtelvolumens infolge des Zusammenbrechens von Hohlräumen in der Mörtelmatrix charakterisiert. Die Normalmörtel besitzen wegen der Zugabe von Luftporenbildnern einen sehr viel höheren Luftporengehalt als Beton.

Unter geringer Querdruckbelastung folgt nach dem Erreichen eines Volumenminimums die vom Normalbeton bekannte schnelle Zerstörungsphase, die durch überproportionale Dehnungszunahmen in Richtung der betragsmäßig kleinen Hauptspannungen gekennzeichnet ist.

2.2.3 Versagenskriterium für Normalmörtel

Die aus den Versuchen von Bierwirth [19] erhaltenen Bruchkurven sind im Bild 2.7a und b für die beiden untersuchten Mörtelgruppen IIa und III dargestellt. Sie bilden den Verlauf des Druckmeridians in einer auf die einaxiale Mörteldruckfestigkeit bezogenen Darstellung ab. Damit wird der zahlenmäßige Unterschied der erreichten Absolutwerte der Festigkeiten eliminiert.

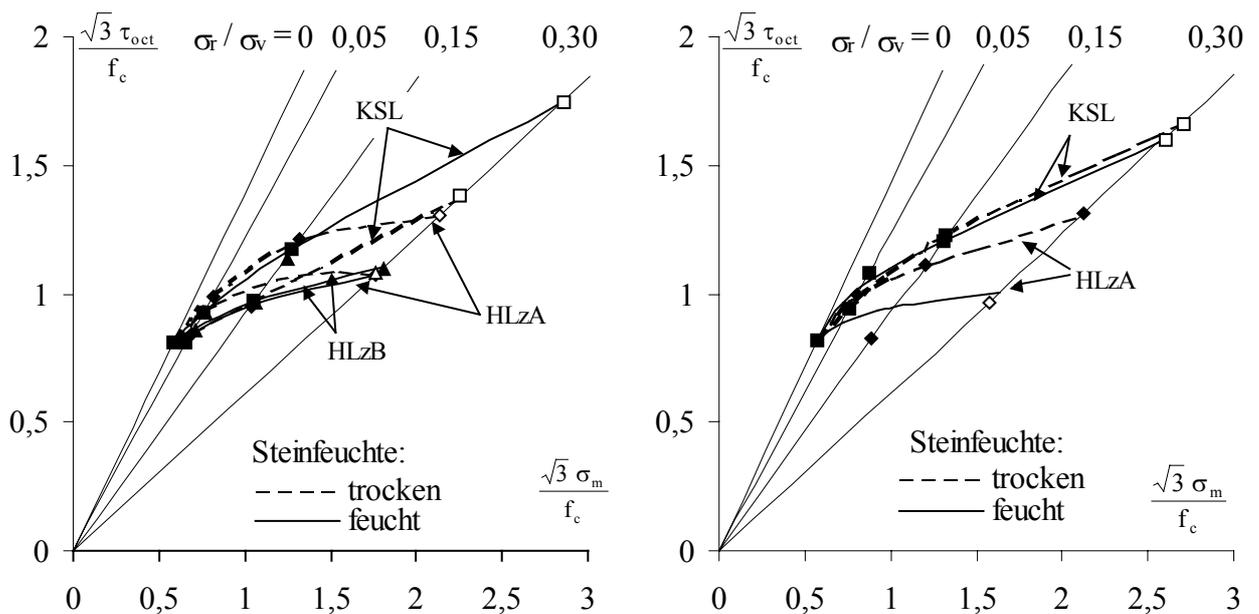


Bild 2.7 Bruchkurven von Normalmörtel unter dreiaxialer Druckbelastung aus [19]
a) MG IIa, b) MG III

Folgende Aussagen können nach [19] getroffen werden:

- Die untersuchten Mörtelgruppen weisen ein sehr ähnliches Verhalten auf. Alle Kurven liegen in einer engen Bandbreite und zeigen einen Anstieg des deviatorischen Spannungsanteils mit steigender hydrostatischer Spannung.
- Es ist kein deutlicher Einfluss der Mörtel-Stein-Kombination oder des Feuchtezustands der Steine auf den Verlauf der Bruchkurven feststellbar.
- Die Bruchkurven zeigen einen nur leicht konvex gekrümmten Verlauf. Vereinfacht kann die Festigkeitszunahme durch die Gleichung $|\sigma_{v,u}| = R_D + 2 |\sigma_{r,u}|$ beschrieben werden.

Diese Ergebnisse legen die Schlussfolgerung nahe, dass für die mathematische Beschreibung des Festigkeitsverhaltens von Normalmörtel ein vom Beton bekanntes Versagenskriterium geeignet ist. Die Herleitung eines entsprechenden elastoplastischen Materialmodells für Mörtel erfolgt im Kapitel 5.1.

2.2.4 Anmerkungen zum Verhalten historischer Mörtel

Historische Mörtel, die nach DIN 1053-1 [139] der MG I zugeordnet werden, sind häufig Kalk- oder seltener Gipsmörtel. Zur Untersuchung des mechanischen Verhaltens historischer Mörtel sind ausschließlich einaxiale Druckprüfungen z.B. [99], [129] bekannt. Bild 2.8 zeigt einen typischen Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung von historischem Kalkmörtel im Vergleich zu einem modernen Kalkzementmörtel.

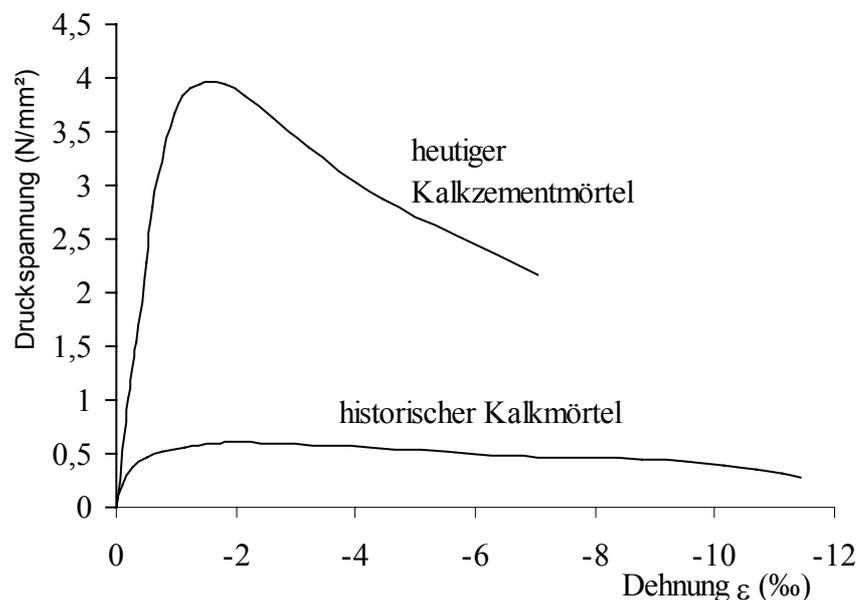


Bild 2.8 Typischer Verlauf der Spannungs-Dehnungslinie für Kalkmörtel unter einaxialer Druckbeanspruchung [129]

Vergleichbar mit den Feststellungen in Kap. 2.2.2 für Mörtel der Mörtelgruppen IIa und III schließt sich auch hier einem zunächst weitgehend linear elastischem Bereich ab ca. 30 bis 40 % der einaxialen Druckfestigkeit bis zum Erreichen der Höchstspannung ein ausgeprägt nichtlinearer Bereich an. Nach dem Erreichen der einaxialen Druckfestigkeit verhält sich der Kalkmörtel im Gegensatz zu den Mörteln der MG IIa und III nahezu ideal plastisch. Die Spannung fällt mit zunehmender Stauchung nur langsam ab. Neben der deutlich geringeren Druckfestigkeit und den größeren Vertikalstauchungen zeigen Kalkmörtel auch ein ausgeprägteres Querverformungsverhalten. Die Querdehnzahl erhöht sich von anfänglich $\mu \approx 0,1$ bis $0,2$ auf $\mu \geq 0,5$ [50], [17] wohingegen die Mörtel der MG IIa und III wesentlich geringere Maximalwerte von etwa $\mu = 0,3$ [19] erreichen. Hierin liegt auch vorrangig die niedrigere Mauerwerkdruckfestigkeit von Mauerwerk mit Kalkmörtel der MG I begründet.

Die Bruchkurven von [19] zeigen, dass (wie beim Beton) der Festigkeitsgewinn durch einen mehraxialen Druckspannungszustand bei Mörteln geringerer einaxialer

Druckfestigkeit etwas ausgeprägter ist als bei Mörteln höherer Festigkeit. Somit ist anzunehmen, dass der prinzipielle Verlauf des Festigkeitszuwachses auch für Kalkmörtel der Mörtelgruppe I zutreffend ist. Diese Annahme wird durch die Arbeit von Huster [50] bestätigt, der für die Simulation des Materialverhaltens von Mörteln der MG I ein Betonmodell verwendet und dabei zufriedenstellende Ergebnisse in der Berechnung der Mauerwerkdruckfestigkeit erhält.

2.3 Materialverhalten von Mauerwerk

Neben den beiden Komponenten Stein und Fuge hat die Ausbildung des Verbandes einen dominierenden Einfluss auf das Materialverhalten von Mauerwerk. Grundsätzlich kann zwischen regelmäßigen und regellosen Verbänden unterschieden werden. Regelmäßige Verbände treten bei allen Mauerwerkarten aus künstlich hergestellten Steinen und entsprechend bearbeiteten Natursteinen (z.B. im Schichten- oder Quadermauerwerk) auf. Durch die regelmäßige Ausrichtung der Fugen (Lagerfuge, Stoßfuge, Längsfuge) ist ein ausgeprägtes, auf die Fugenrichtungen bezogenes orthotropes Materialverhalten gegeben, welches durch die unter 2.1.1 beschriebene Richtungsabhängigkeit der Steine noch verstärkt wird [80]. Üblicherweise stellen die Fugen Ebenen verminderter Festigkeit dar. Die einzelnen Fugenarten unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Anordnung und Festigkeit. Während die Lagerfugen durchgängig verlaufen, sind die Stoß- und Längsfugen im Verband versetzt angeordnet. Allgemein ist die Zug- und Schubfestigkeit der vertikalen Fugen durch die fehlende Normaldruckspannung sowie die Zerstörung des Haftverbundes infolge des Mörtelschwindens weitgehend aufgehoben. In vielen Fällen werden sie (planmäßig oder unplanmäßig) nicht bzw. nur zum Teil vermörtelt ausgeführt. Regellose Verbände sind durch das Fehlen bevorzugter Fugenrichtungen gekennzeichnet. Ihr Bruch- und Verformungsverhalten kann daher durch ein isotropes Werkstoffmodell zutreffender beschrieben werden.

Umfassendere Zusammenstellungen verfügbarer Versuchsergebnisse von mechanischen Eigenschaftswerten für Mauerwerk ist u.a. in [109], [97], [125] und [17] veröffentlicht. In [113] und [114] werden die wichtigsten Prüfverfahren für Mauerwerk ausführlich vorgestellt.

2.3.1 Materialverhalten regelmäßiger Mauerwerkverbände

2.3.1.1 Einachsige Druckbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge

Die einaxiale Druckfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge wird häufig als der entscheidende Indikator für die Qualität und Tragfähigkeit des Mauerwerks angesehen. Dementsprechend gibt es eine große Anzahl von Arbeiten, die sich mit dem Materialverhalten unter einaxialer Druckbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge beschäftigen. Wie eingangs unter 2 beschrieben, wurde zuerst von Hilsdorf [45] nachgewiesen, dass es infolge des Steifigkeitsunterschieds zwischen Stein und Mörtel und der daraus entstehenden Querdehnungsbehinderung zu großen Querzugspannungen im Stein kommt, welche zum Zugversagen derselben führen, während der Mörtel einem verfestigendem dreiachsigen Druckspannungszustand ausgesetzt ist. Die Rissbildung in Stein beginnt bei regelmäßigen Verbänden in Abhängigkeit der Steinlochung,

Mörtelqualität und Fugendicke bei ca. 50 - 90 % [15], [9], bei unregelmäßigem Bruchstein- bzw. Schichtenmauerwerk schon ab 40 - 50 % [125] der Mauerwerkdruckfestigkeit. Das einaxiale Mauerwerkdruckversagen wird also letztlich durch ein horizontales Steinzugversagen hervorgerufen. Die Mauerwerkdruckfestigkeit stellt sich daher gewöhnlich unterhalb der Steindruckfestigkeit und oberhalb der Mörteldruckfestigkeit ein. Mit zunehmender Mörtelsteifigkeit und abnehmender Lagerfugendicke reduzieren sich diese Materialzwängungen, wodurch die Querspannungen im Stein abnehmen und die Mauerwerkdruckfestigkeit gesteigert wird. Bei Mörteln geringer Steifigkeit und Festigkeit kommt es aufgrund der starken Querdehnung vor Erreichen der Mauerwerkdruckfestigkeit zum Herausdrücken bzw. Ausbruch des Mörtels an den Fugenrändern (Bild 2.9). Wie Berndt [17] feststellt, führt die dadurch bedingte ungleichmäßige Spannungsverteilung in der Mörtelfuge zu einer zusätzlichen Spaltzugbeanspruchung im Stein, welche sich mit der Querspannung überlagert. Ähnliche Angaben machen Schubert/Bohne/Berndt [115] für Mauerwerk aus Hochlochziegeln. Die Steinlochung führt zu Spannungskonzentrationen unter den Kreuzungspunkten der Längs- und Querrippen und damit wiederum zu einer ungleichmäßigen Verteilung der lotrechten Druckspannungen in Stein und Mörtel, was Spaltzugbeanspruchungen im Stein verursacht. Mann [69] beobachtete, dass die Verwendung von Lochsteinen nur zur 0,8 bis 0,9-fachen Mauerwerkdruckfestigkeit von Vollsteinen gleicher Druckfestigkeit führt. Er erklärt dies mit einer Reduzierung der horizontalen Zugfestigkeit durch die Steinlochung.

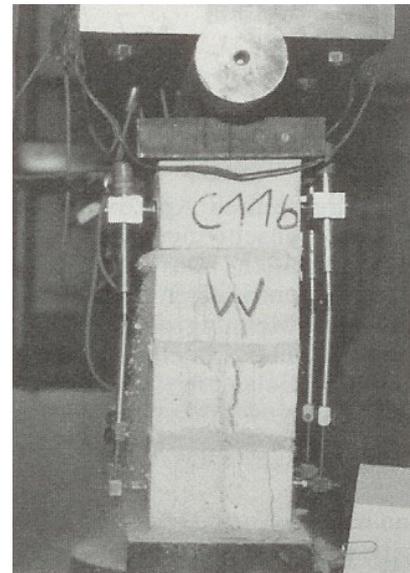
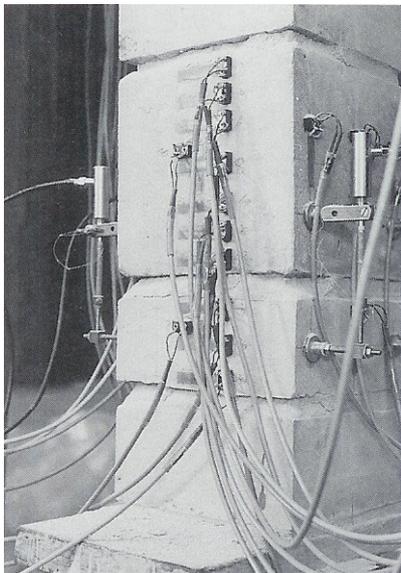


Bild 2.9 Ausbruch des Mörtels an den Rändern der Lagerfuge [16], [41]

In Bild 2.10 ist das von Binda et al. [20] experimentell ermittelte Spannungs-Dehnungsverhalten von Mauerwerk bei variiertem Mörtelqualität dargestellt. Es wird deutlich, dass neben dem Festigkeitsgewinn bei höherer Mörtelqualität auch die Sprödigkeit des Mauerwerkdruckversagens zunimmt. Der angegebene qualitative Verlauf der Spannungs-Dehnungslinien wird durch die umfangreichen Versuche an verschiedenen Mauerwerkarten von Meyer / Schubert [78] sowie Graubner et. al [41] bestätigt und kann daher für Mauerwerk als typisch angesehen werden.

Für die Prüfung der Mauerwerkdruckfestigkeit und -steifigkeit ist der in Bild 2.11 abgebildete RILEM - Prüfkörper in DIN 18554 [140] genormt. Häufig wird jedoch bei

der Untersuchung bestehender Bauwerke aus unterschiedlichen Gründen (Kosten, Materialverfügbarkeit) die Bestimmung dieser Materialkennwerte an anderen, nicht im Verband hergestellten z.B. Drei-Stein-Prüfkörpern vorgenommen. Dabei sind die Konsequenzen aus der Veränderung des Prüfkörpers derzeit nicht vollständig geklärt [72]. Ansätze zur Berücksichtigung einer veränderten Prüfkörperschlankheit wurden von Mann [69] vorgestellt.

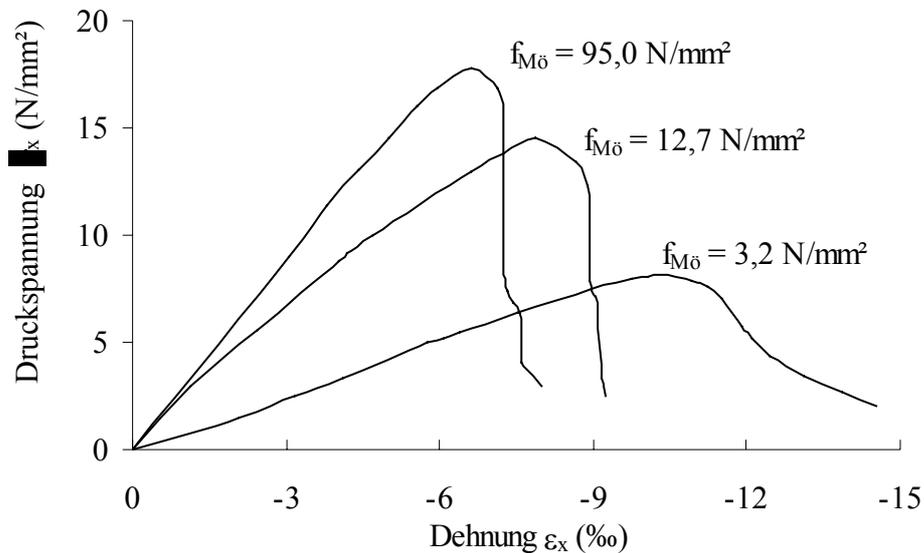


Bild 2.10 Spannungs-Dehnungslinien von Mauerwerk unter einaxialer Druckbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge bei Variation der Mörteldruckfestigkeit nach Binda et al. [20]

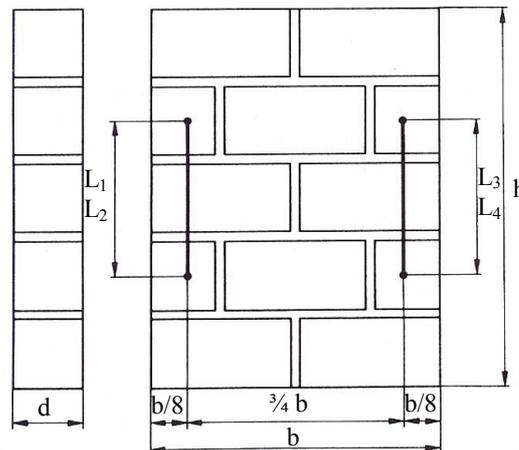


Bild 2.11 Genormter Prüfkörper zur einaxialen Druckprüfung [140]

Der Einfluss der Verbandsausbildung auf die Mauerwerkdruckfestigkeit wurde an verschiedenen Mauerwerkarten von Kirtschig und Hirsch [47] untersucht. Die Versuchsergebnisse belegten, dass zwischen Läufer- und Binderverbänden, die beide als Einsteinsmauerwerk zu bezeichnen sind, kaum Unterschiede festzustellen sind. Differenzen ergaben sich beim Vergleich zwischen Einsteinsmauerwerk und Verbandsmauerwerk (mehr als ein Stein dick, z.B. Kreuzverband), die jedoch von der verwendeten Steinart abhingen. Während beim Hochlochziegelmauerwerk die

Druckfestigkeit des Kreuzverbandes um 10 % unter der des Läufer- bzw. Binderverbandes lag, bestätigte sich diese Abweichung beim Kalksandsteinmauerwerk nicht. In der europäischen Normung wird der Herstellung von Verbandsmauerwerk und der Verwendung von Hochlochsteinen durch eine Reduzierung der charakteristischen Mauerwerkdruckfestigkeit Rechnung getragen.

2.3.1.2 Druckbeanspruchung parallel zur Lagerfuge

Wie die Versuche von Schubert / Hoffmann [117], Barth / Marti [9] sowie Ganz / Thürlimann [37] zeigen, wird die Druckfestigkeit und das Spannungs-Dehnungsverhalten von parallel zur Lagerfuge beanspruchtem Mauerwerk vor allem durch die Steinlängsdruckfestigkeit und durch die Ausführung der Stoßfuge (vermörtelt, unvermörtelt) beeinflusst.

Auf die aus der Steinkomponente herrührende Richtungsabhängigkeit wurde bereits im Kapitel 2.1.1 Bezug genommen. Sie wird von der Steinlochung dominiert. Grundsätzlich nimmt die Mauerwerkdruckfestigkeit mit der Steinlängsdruckfestigkeit (z.B. Läuferverband) zu. Werden beim Verbandmauerwerk die Steine in einzelnen Schichten abwechselnd in Richtung der Steinlänge und -breite beansprucht, kann dies wegen der teilweise geringeren Steindruckfestigkeit in Richtung der Steinbreite und des erhöhten Vertikalfugenanteils zu einer weiteren Reduzierung der horizontalen Mauerwerkdruckfestigkeit führen [117].

Aus einer fehlenden Stoßfugenvermörtelung resultiert gegenüber dem Mauerwerk mit vermörtelten Stoßfugen eine deutlich geringere Längsdruckfestigkeit und ein erheblich flacherer Verlauf der Spannungs-Dehnungslinie (Bild 2.12b). Dies ist auf den veränderten Kraftfluss im Mauerwerkverband zurückzuführen. Während die Stoßfugenvermörtelung einen direkten Drucklastabtrag über Stein und Stoßfuge ermöglicht, kann die Kraftübertragung bei offenen Stoßfugen nur von Stein zu Stein über die Lagerfugen erfolgen. Damit wird im Falle unvermörtelter Stoßfugen die Mauerwerkdruckfestigkeit parallel zur Lagerfuge von der Haftscherfestigkeit und dem Verbund zwischen Stein und Lagerfugenmörtel maßgeblich bestimmt. Barth und Marti [9] untersuchten mit Druckversuchen an Hochlochziegelmauerwerk den Einfluss der Stoßfugenvermörtelung an den drei Fällen:

- Serie YA - unvermörtelte Stoßfuge mit Luftspalt 1 cm,
- Serie YB - unvermörtelte Stoßfuge, knirsch ausgebildet und
- Serie YC - Stoßfuge voll vermörtelt.

Wegen der vertikal durchgängig verlaufenden Lagerfugen kann es bei Mauerwerk mit vermörtelten Stoßfugen durch Versagen des Haftverbundes in den Lagerfugen zu einem vorzeitigen Ausknicken einzelner Schichten kommen [37], [117]. Deshalb wird in der Schweizer Mauerwerknorm das Aufbringen einer geringen Spannung senkrecht zur Lagerfuge von 10 % der Mauerwerkdruckfestigkeit f_{mx} vorgegeben. Sie beeinträchtigt das Versuchsergebnis nicht [9]. Bild 2.12 zeigt die gemessenen Spannungs-Dehnungslinien. Deutlich erkennbar ist das charakteristische Last-Schlupf-Verhalten der Serie YA. Nach Überwindung des Verbundes in der Lagerfuge wurden die offenen Stoßfugen in Teilabschnitten jeweils zusammengeschoben. Dabei konnte die Last nicht wesentlich gesteigert werden. Nach dem Zusammenschluss aller Stoßfugen war ein

deutlicher Steifigkeitsanstieg zu verzeichnen. Der in Bild 2.13 dargestellte Bruch trat in allen Serien unabhängig von der Stoßfugenausbildung durch Ausknicken der äußeren Steinlamellen ein.

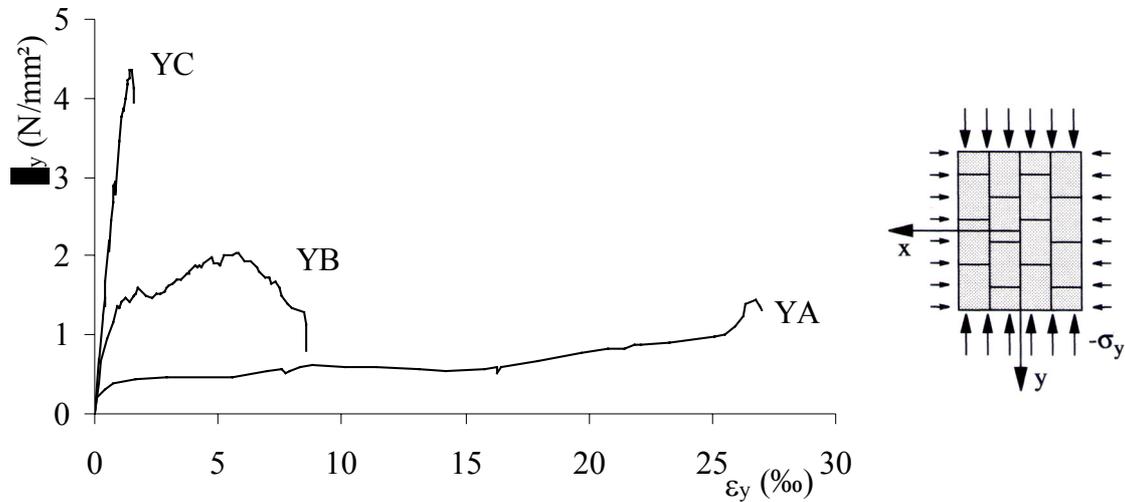


Bild 2.12 Prüfung der Mauerwerkdruckfestigkeit parallel zur Lagerfuge [9]: Spannungs-Dehnungslinien

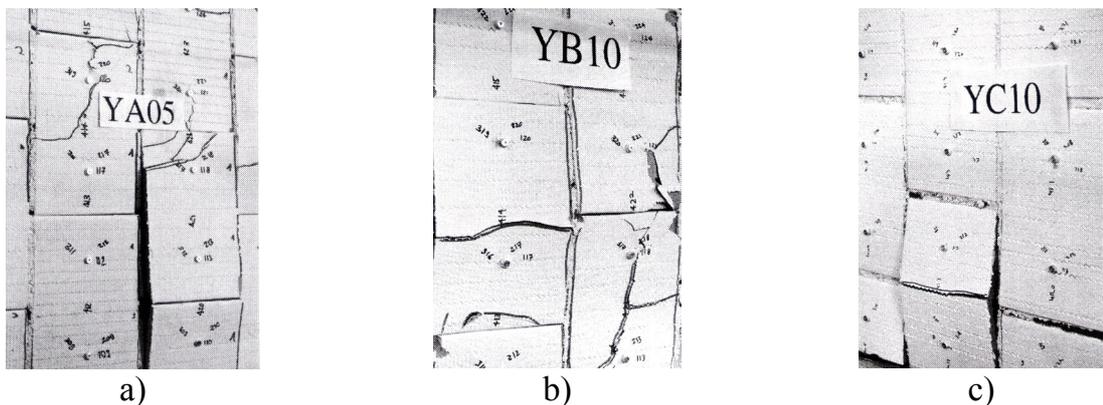


Bild 2.13 Typische Bruchbilder [9]:
a) Serie YA unvernörtelte Stoßfuge mit Luftspalt;
b) Serie YB - unvernörtelte Stoßfuge, knirsch ausgebildet;
c) Serie YC - Stoßfuge voll vernörtelt

In Auswertung der Versuchsergebnisse an verschiedenen Mauerwerkarten [117], [9], [37] erreicht Druckfestigkeit parallel zur Lagerfuge zwischen 20 bis 80 % der Druckfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge. Glitza [40] schlägt als grobe Richtwerte der Abminderung der horizontalen Druckfestigkeit und des horizontalen E-Moduls gegenüber den Werten senkrecht zur Lagerfuge die Faktoren 0,75 für Mauerwerk aus Vollsteinen und 0,5 für Mauerwerk aus Lochsteinen vor.

2.3.1.3 Einachsige Zugbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge

Normalerweise ist für das Zugversagen senkrecht zur Lagerfuge die Haftzugfestigkeit maßgebend, da ihre Werte zumeist deutlich geringer sind als die Zugfestigkeiten von Stein und Mörtel [110]. Dementsprechend sind die entstehenden Rissbildungen

vornehmlich in den Lagerfugen konzentriert. Ausdruck der häufigen Geringfügigkeit, starken Streuung und schwierigen Prüfbarkeit der Haftzugfestigkeit ist der in der Normung [139] verankerte generelle Verzicht einer Berücksichtigung dieser Festigkeit bei der Standsicherheitsbewertung von Mauerwerk.

Van der Pluijm [91] führte an 2- und 3-Steinprüfkörpern (Bild 2.14) aus Vollziegeln bzw. Kalksandsteinen und verschiedenen Mörtelarten verschiebungsgesteuerte Zugversuche zur Untersuchung des Haftverbundes zwischen Stein und Mörtel durch. Wie in Bild 2.14 dargestellt, ergaben die Versuche eine exponentielle Entfestigungskurve. Die Bruchenergie G_f^I nahm Werte von 0,005 bis 0,02 Nmm/mm² bei gemessenen Haftzugfestigkeiten zwischen 0,3 und 0,9 N/mm² an. Schubert [109] gibt für verschiedene Stein-Mörtel-Kombinationen Werte von 0,07 bis 0,67 N/mm² für die Haftzugfestigkeit an.

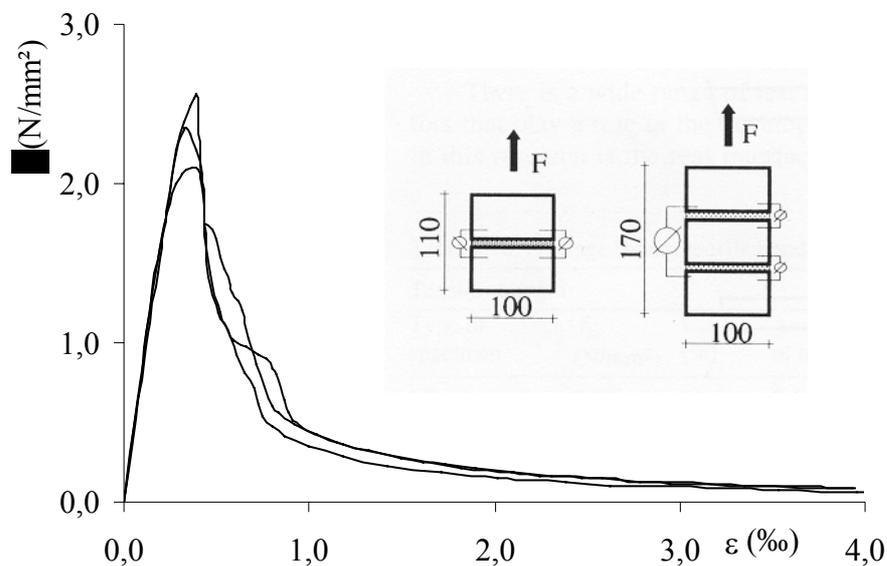


Bild 2.14 Haftzugversuche [91]
typischer Verlauf der gemessenen Spannungs-Dehnungslinie

Außerdem machten die Untersuchungen [91] deutlich, dass die tatsächlich wirksame Haftverbundfläche deutlich kleiner ist als die Querschnittsfläche des Probekörpers. Für alle untersuchten Probekörper ergab sich die Haftverbundfläche im Mittel nur zu 35% der Querschnittsfläche. Die Hauptursachen hierfür werden in Schwindeinflüssen an den Proberändern gesehen. In Bild 2.15 sind Beispiele für die festgestellten Haftverbundflächen dargestellt. Damit wird klar, dass die Größe der gemessenen Haftzugfestigkeit stark von der sich einstellenden Haftverbundfläche abhängt.

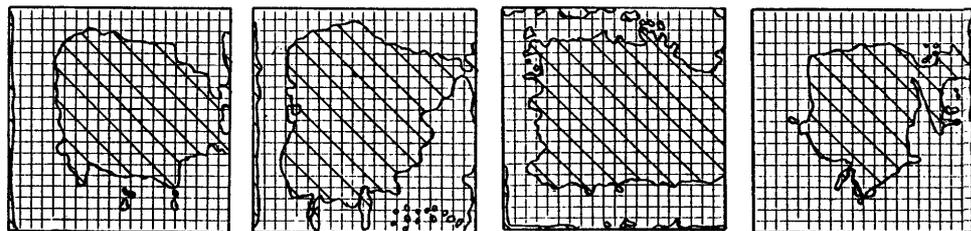


Bild 2.15 Beispiele für die tatsächlich wirksame Haftverbundfläche [91]

2.3.1.4 Schubbeanspruchung

Die Schubfestigkeit von Mauerwerk ist vom vorhandenen Spannungszustand und der Ausführung des Verbandes abhängig. Prinzipiell sind die zwei Versagensarten Fugenversagen und Steinversagen zu unterscheiden. Bei geringer, normal zur Lagerfuge gerichteter Druckspannung σ_x tritt infolge steigender Schubbeanspruchung nach Überwindung der Haftscherfestigkeit (bzw. Kohäsion) ein Versagen auf Reibung in der Lagerfuge auf. Die Steine bleiben im Regelfall intakt, der Bruch erfolgt ohne Vorankündigung. Bild 2.16a zeigt den hierfür typischen treppenförmigen Rissverlauf. Dieses Rissbild macht eine wesentliche Eigenschaft von Mauerwerk sofort deutlich, nämlich dass die Mauerwerkfestigkeit nicht nur von den Materialparametern selbst, sondern auch von der Struktur des Verbandes, d.h. vom Format der Steine, dem Überbindemaß und der Fugendicke abhängig ist. Mit steigender Druckspannung σ_y verändert sich der abgetreppte Rissverlauf zu einem eher geradlinigen, auf einzelne Lagerfugen beschränkten Verlauf (Gleitebenen) [38]. Eine Steigerung der Normaldruckspannung σ_x bewirkt nach anfänglichem Fugenversagen ein Heranziehen benachbarter Steine, wodurch ein gemischtes Rissbild durch Fugen und Steine entsteht. Ab einer gewissen Größe der Normaldruckspannung σ_x tritt kein Reibungsversagen in der Lagerfuge auf, vielmehr erfolgt der Bruch ausschließlich durch die Steine. Das hierfür charakteristische Rissbild ist in Bild 2.16b abgebildet. Die Risse verlaufen nahezu geradlinig durch die Stoßfugen und Steine.

Bild 2.17 zeigt den von Dialer [29] untersuchten Einfluss der Stoßfugenvermörtelung auf das Bruch- und Verformungsverhalten von schubbeanspruchten Mauerwerkscheiben. Während die Versagenslast weitgehend unbeeinflusst blieb, verursachte die fehlende Vermörtelung der Stoßfuge eine deutliche Vergrößerung der Verformungen. Der Grund hierfür ist in der zunehmenden Steinrotation zu suchen (Bild 2.17b). Aufgrund der geringen, oft fehlenden Schubfestigkeit der Stoßfugen ist zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts am Einzelstein ein ungleichmäßiger (getreppter) Normalspannungsverlauf in der Lagerfuge notwendig, welcher zu Steinrotationen führt und im Versagenzustand das in Bild 2.16a gezeigte Rissbild verursacht.

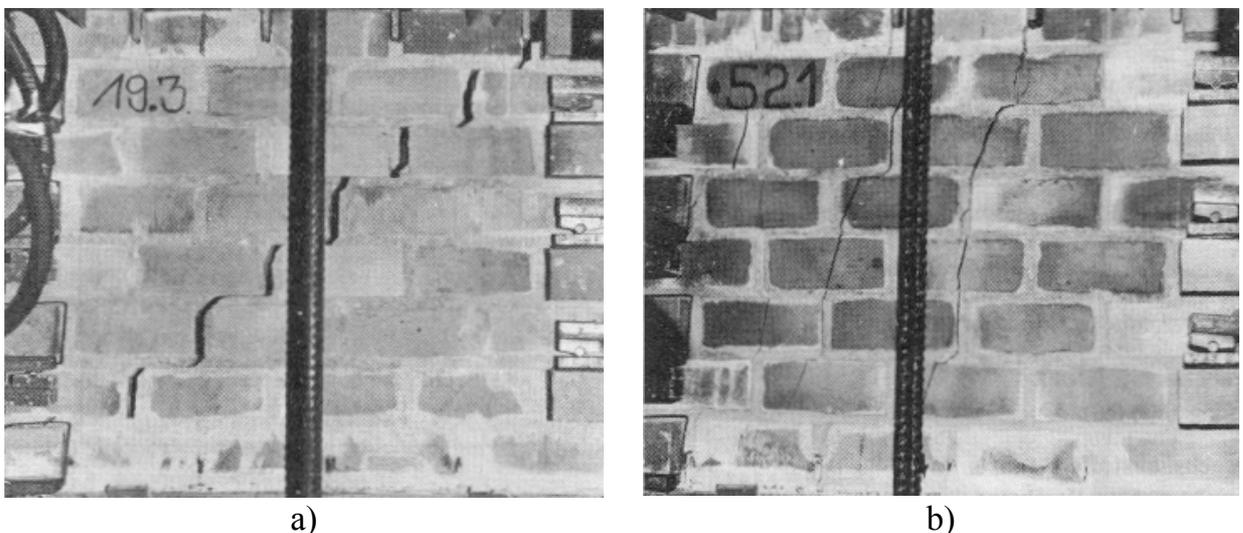
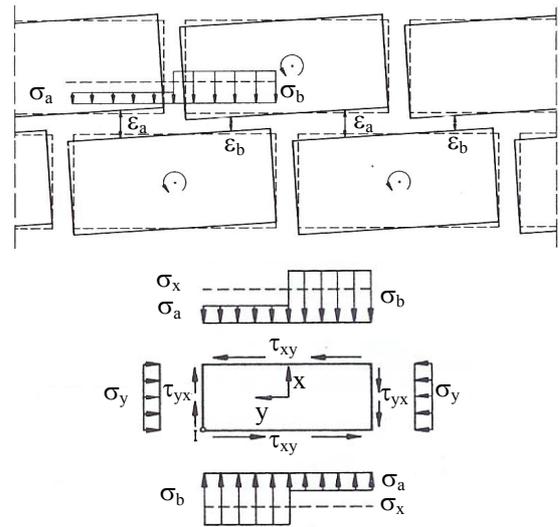
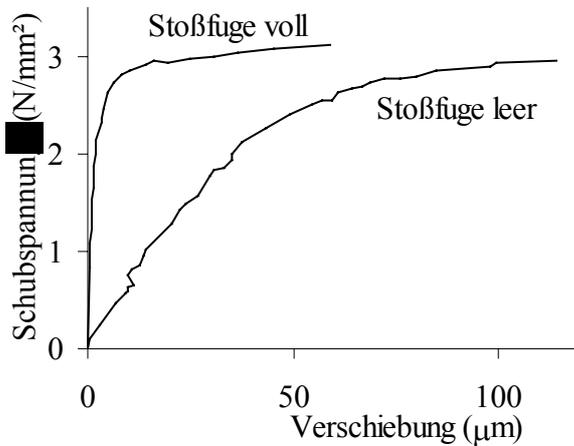


Bild 2.16 Typische Rissverläufe infolge Schubversagens aus [73]
 a) Fugenversagen b) Steinversagen



a)

b)

Bild 2.17 Steinrotationen aufgrund der fehlenden Schubfestigkeit der Stoßfugen:
 a) Einfluss der Stoßfugenvermörtelung auf das Verformungsverhalten;
 b) Gleichgewicht am Einzelstein

Zum Schubversagen der Fugen führte van der Pluijm [91], [92] umfangreiche Versuche für verschiedene Stein-Mörtel-Kombinationen (Vollziegel und Kalksandsteine) durch. Die Ergebnisse zeigen erwartungsgemäß, dass sich die Schubfestigkeit der Fugen mit dem Mohr-Coulombschen Schubbruchkriterium zutreffend beschreiben lässt. Bild 2.18 zeigt den prinzipiellen Versuchsaufbau und die gemessenen Schubspannungs-Schubverformungs-Beziehungen für verschiedene Normalspannungsniveaus.

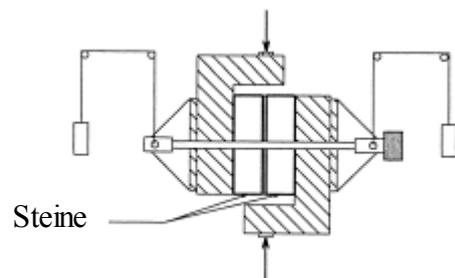
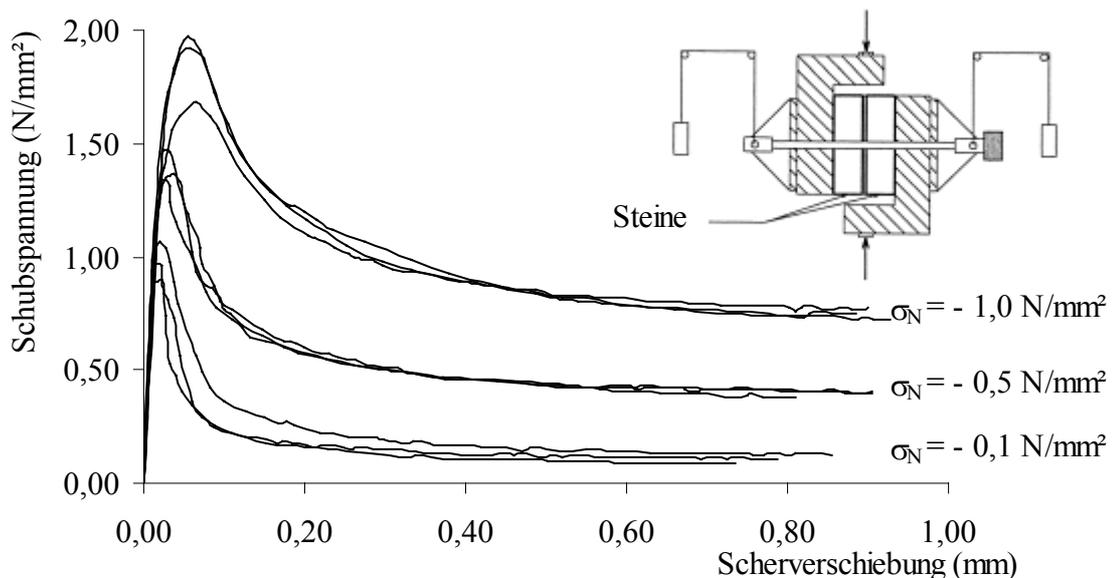


Bild 2.18 Fugen-Schubversuche [92]
 typischer Verlauf der gemessenen Schubspannungs-Schubverformungs-
 beziehungen für verschiedene Normalspannungsniveaus

In Bild 2.19 ist das Versuchsergebnis in einer Prinzipdarstellung zusammengefasst. Die

von der Normalspannung abhängige Schubfestigkeit wird durch die beiden Parameter Haftscherfestigkeit c und Reibungswinkel ϕ beschrieben. An das Erreichen der Schubfestigkeit schließt sich die exponentielle Entfestigung der Haftscherfestigkeit an. Nach der vollständigen Degradation der Haftscherfestigkeit und einer Reduzierung des Anfangsreibungswinkels auf einen Restwert ϕ_r wird eine Restschubspannung erreicht. Die durch die Spannungs-Verformungslinie und das Restspannungsniveau eingeschlossene Fläche wird als Bruchenergie G_{fJ}^{II} (Mode II Fugenversagen) definiert. Für die Bruchenergie wurden Werte zwischen 0,01 bis 0,25 Nmm/mm² bei Haftscherfestigkeiten von 0,1 bis 0,18 N/mm² ermittelt. Wie in Bild 2.20 dargestellt, ist die Größe der Bruchenergie vom Normalspannungsniveau abhängig.

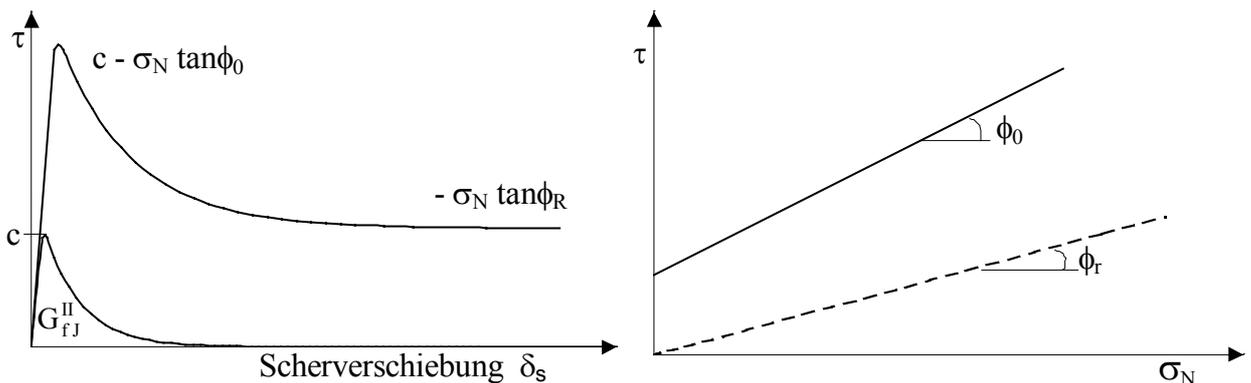


Bild 2.19 Prinzipielle Darstellung des Versuchsergebnisses zum Fugenversagen [92]

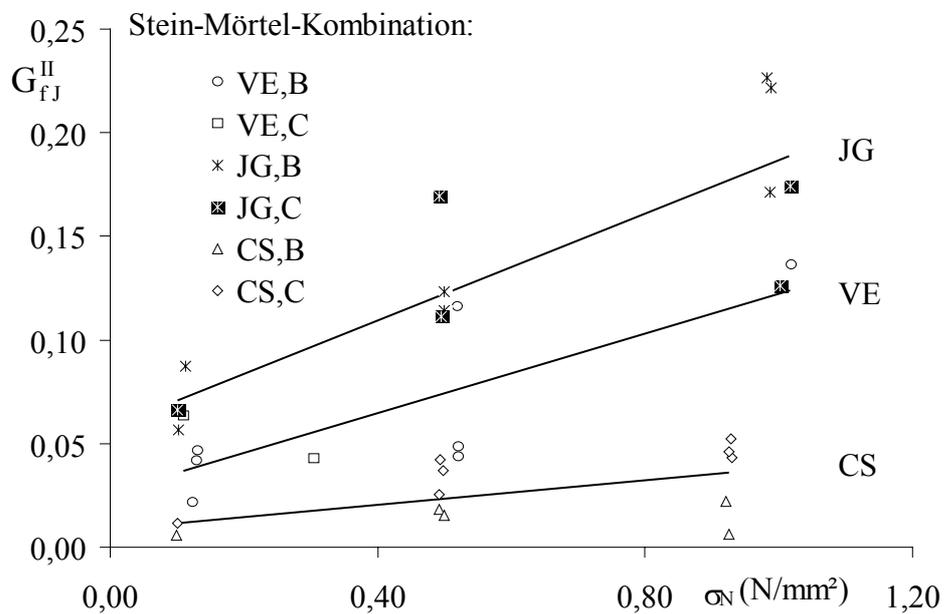


Bild 2.20 Bruchenergie (Mode II-Versagen) in Abhängigkeit der Normalspannung VE, JG – Ziegel; CS – Kalksandstein; B, C – Kalkzementmörtel [92]

Die Anfangswerte des Reibungsbeiwerts $\tan \phi$ schwanken zwischen 0,7 und 1,2. Der Restreibungsbeiwert $\tan \phi_r$ stellt sich normalerweise bei 70 - 80 % des Anfangswerts ein. Die Versuchsergebnisse für den Dilatanzwinkel ψ sind in Bild 2.21 dargestellt. Demnach ist der Dilatanzwinkel abhängig vom Normalspannungsniveau. Eine Steigerung der Normalspannung führt zu einer Verringerung des Dilatanzwinkels. Ebenso wird der

Dilatanzwinkel mit zunehmender Scherverschiebung abgebaut.

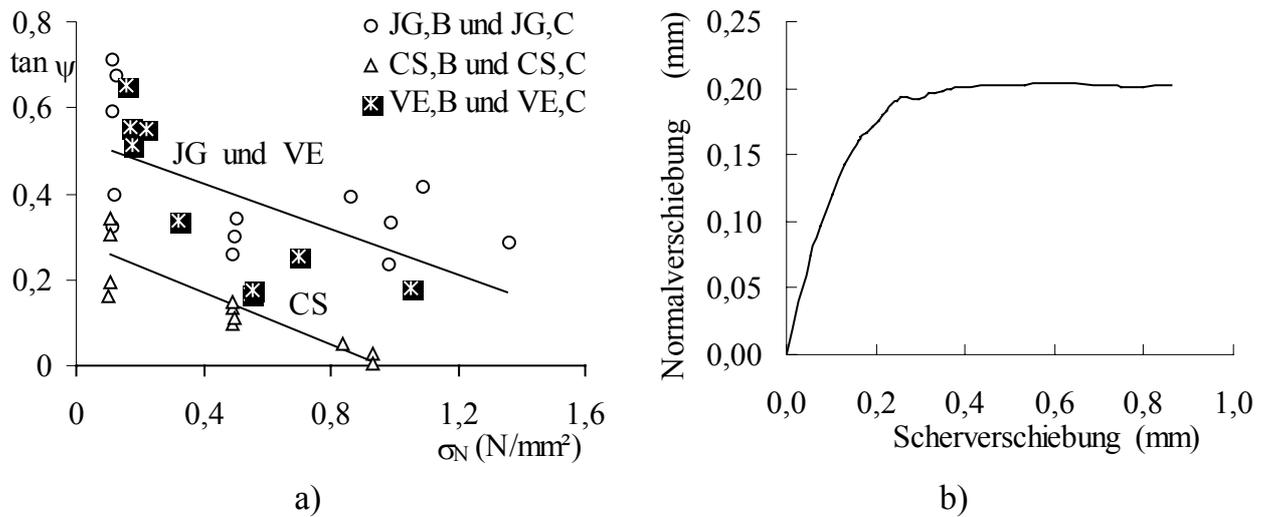


Bild 2.21 a) Abhängigkeit des Dilatanzwinkels vom Normalspannungsniveau [92]
 VE, JG – Ziegel; CS – Kalksandstein; B, C – Kalkzementmörtel
 b) Abbau des Dilatanzwinkels mit zunehmender Scherverschiebung

2.3.1.5 Zugbeanspruchung parallel zur Lagerfuge

Umfangreiche Versuche zur Zugbeanspruchung von Mauerwerk parallel zur Lagerfuge wurden von Backes [6] durchgeführt. Er zeigt, dass in Analogie zum vorstehend beschriebenen Verhalten die zwei Versagensmechanismen Fugen- und Steinversagen unterschieden werden können. In Bild 2.22 sind die typischen Spannungs-Verschiebungsbeziehungen und Rissverläufe für beide Versagensarten dargestellt.

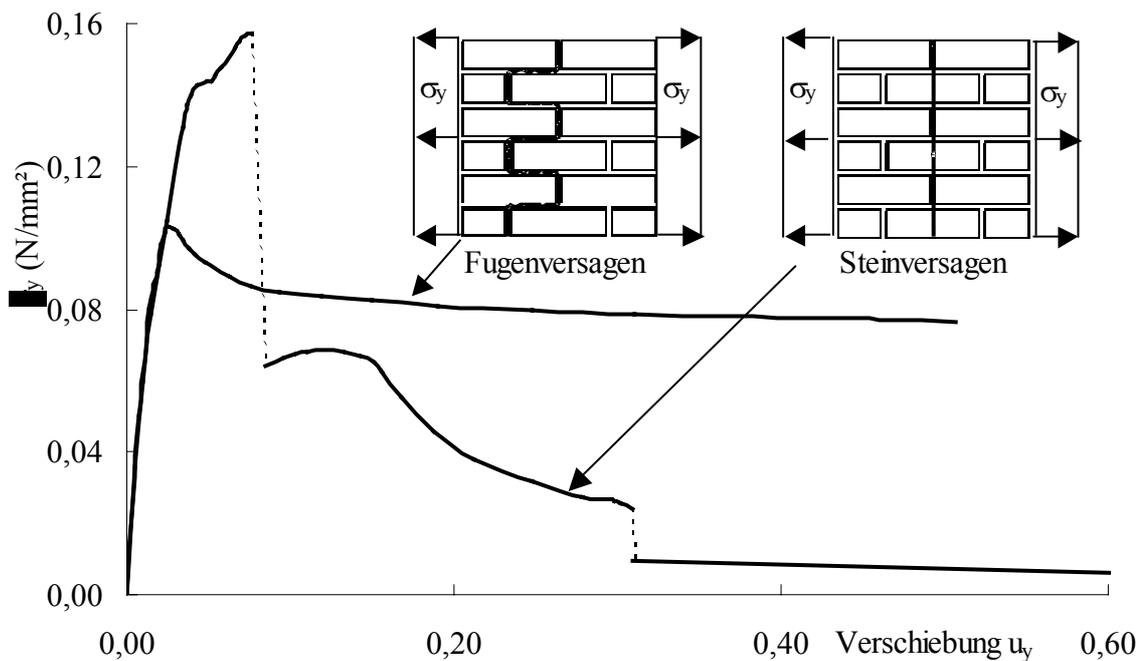


Bild 2.22 Horizontale Mauerwerkzugversuche [6]:
 Typische Spannungs-Verschiebungsbeziehungen und zugehörige Rissbilder

Bei geringerer Normaldruckspannung σ_x kommt es infolge steigender Zugbeanspruchung zum Schubversagen der Lagerfuge und zu einem Aufreißen der Stoßfugen, denen jedoch aus den bereits unter 2.3 genannten Gründen keine nennenswerte Haftzugfestigkeit unterstellt werden kann. Dieser Versagensmechanismus entspricht damit dem unter 2.3.1.4 beschriebenen Fugenversagen, was auch aus der Spannungs-Verschiebungslinie in Bild 2.22 ersichtlich wird. Das zugehörige Rissbild zeigt einen sprunghaften Verlauf entlang der Lager- und Stoßfugen. Die Festigkeit wird vorwiegend durch die Schubfestigkeit der Lagerfuge (Haftscherfestigkeit c , Reibungswinkel φ) und durch die Ausbildung des Verbandes (Steinformat, Überbindemaß, Fugendicke) gekennzeichnet. Das Entfestigungsverhalten kann durch die Bruchenergie G_{fj}^{II} charakterisiert werden. Bei großen Normaldruckspannungen σ_x führt die Steigerung der Zugbeanspruchung σ_y zum relativ spröden Steinversagen, welches hauptsächlich von der horizontalen Steinzugfestigkeit und der zugehörigen Bruchenergie (Mode I Versagen) abhängt.

2.3.1.6 Versagensbedingung für regelmäßiges Mauerwerk unter mehraxialer Beanspruchung

Wie die vorstehenden Betrachtungen zum Materialverhalten zeigen, ist das Versagen von Mauerwerk durch mehrere, vom Beanspruchungszustand abhängige Versagensmechanismen gekennzeichnet. Die Mauerwerkfestigkeit hängt dabei nicht nur von einzelnen Festigkeitsparametern (Druckfestigkeit, Zugfestigkeit ect.) ab, sondern wird ebenfalls durch Kenngrößen der Verbandsausbildung (Steinhöhe, Steinlänge, Überbindemaß) bestimmt. Eine allgemein gültige Versagensbedingung für Mauerwerk ist daher nicht durch eine geschlossene, stetige Hüllkurve beschreibbar, sondern muss sich aus mehreren einzelnen Fließkriterien zusammensetzen.

Aufgrund der vorwiegenden Verwendung von Mauerwerk in flächenhaften Tragstrukturen existieren derzeit ausschließlich auf den ebenen Spannungszustand bezogene Versagensbedingungen. Die Erweiterung auf den räumlichen Spannungszustand wird anhand einfacher Analogiebetrachtungen im Kapitel 4 diskutiert. Im Folgenden soll auf einige wesentliche Arbeiten eingegangen werden. Umfassendere Übersichten werden von Dialer [29] und Vratsanou [127] gegeben.

Im Gegensatz zu isotropen Materialien (Kap. 2.2) lässt sich die Versagensbedingung eines anisotropen Werkstoffs wie Mauerwerk nicht mehr nur in Hauptspannungen bzw. Spannungsinvarianten veranschaulichen. Für die Darstellung werden entweder ein raumfestes Koordinatensystem ausgewählter Komponenten des Spannungsvektors (σ_x , σ_y , τ_{xy}) oder der Hauptspannungsraum (σ_1 , σ_2) mit Angabe eines Winkels θ zwischen einer Hauptspannungsrichtung und einer Materialachse (Lagerfugenrichtung) benutzt.

Letzteres wendeten Page et al. [84], [85] durch das Herstellen von Probekörpern mit geneigter Lagerfuge für die Versuchsdurchführung zweiachsiger Druck-Druck- und Druck-Zug-Versuche an. Dabei verwendeten sie Modellmauerwerk aus Vollziegeln im Maßstab 1:2. Die Probekörper wurden als quadratische Scheiben mit 36 cm Seitenlänge ausgebildet. Die Lasteintragung erfolgte in beiden Richtungen proportional. Durch die Neigung der Lagerfuge wurden im Mauerwerkverband selbst ebene Spannungszustände erzeugt. Bild 2.23 zeigt die beobachteten Rissbilder. Sie widerspiegeln die in den vorangegangenen Kapiteln (2.3.1.1 - 2.3.1.5) beschriebenen Versagensmechanismen. Grundsätzlich wird das Versagen vom Winkel zwischen den eingetragenen

Hauptspannungen und der Lagerfugenrichtung sowie vom Hauptspannungsverhältnis selbst beeinflusst. Geringe Normaldruckspannungen führen bei geneigten Lagerfugen (relativ hohen Schubspannungen) wegen des geringen Reibungsanteils eher zum Fugenversagen. Ein großes Normalspannungsniveau erzeugt dagegen häufiger ein Steinversagen. Die zweiachsigen Druckversuche führten unabhängig von der Lagerfugeneigung infolge der unter 2.3.1.1 beschriebenen Querdehnungsinteraktion zwischen Stein- und Mörtel zum mittigen Aufspalten in der Scheibenebene. Im Bild 2.24 sind die experimentell erhaltenen Bruchhüllflächen dargestellt. Bild 2.25 zeigt die daraus abgeleitete Versagensbedingung [27].

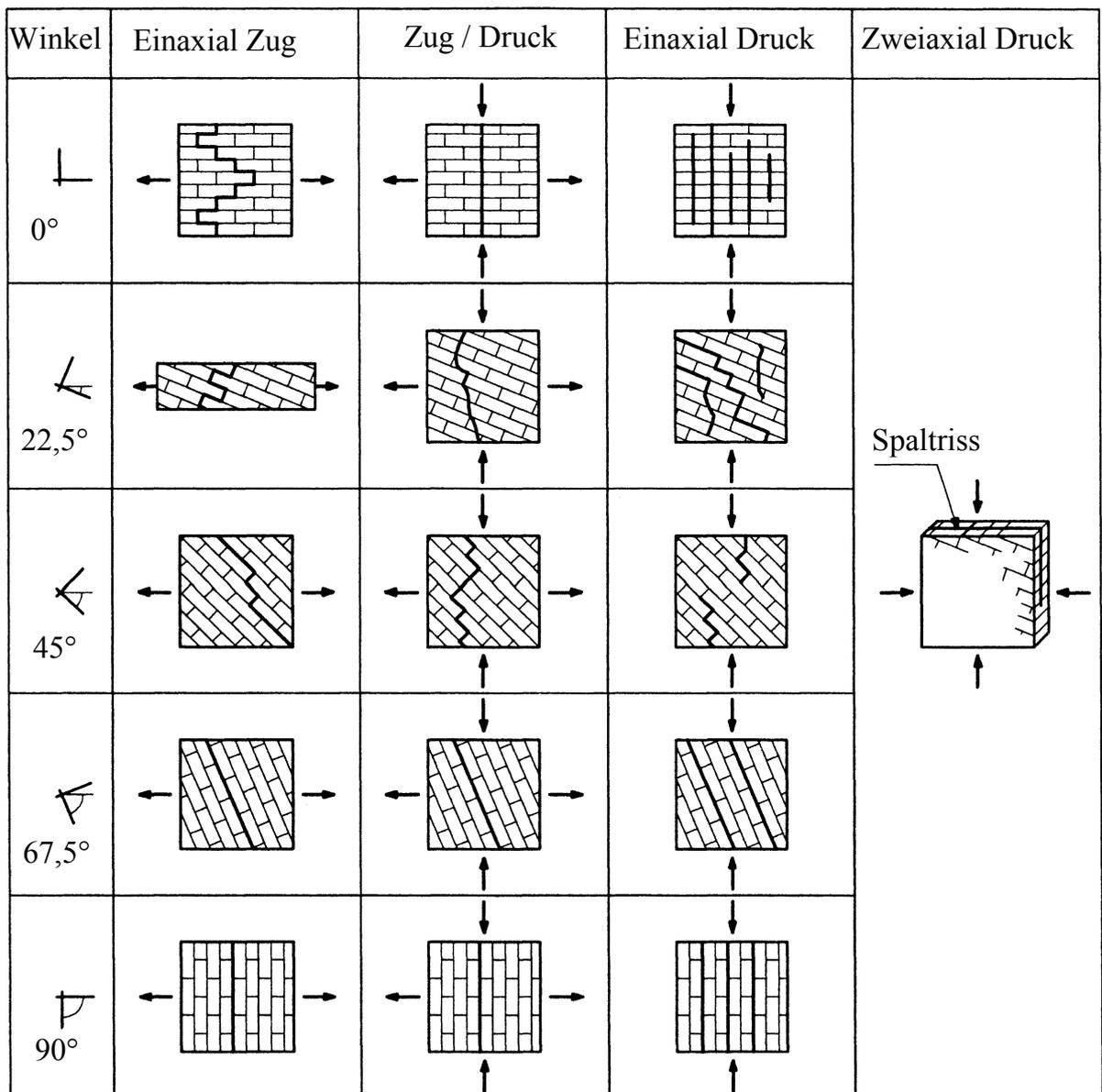


Bild 2.23 Rissbilder aus den ein- und zweiachsialen Versuchen an Ziegelmauerwerk von Page et al. [27], [62]

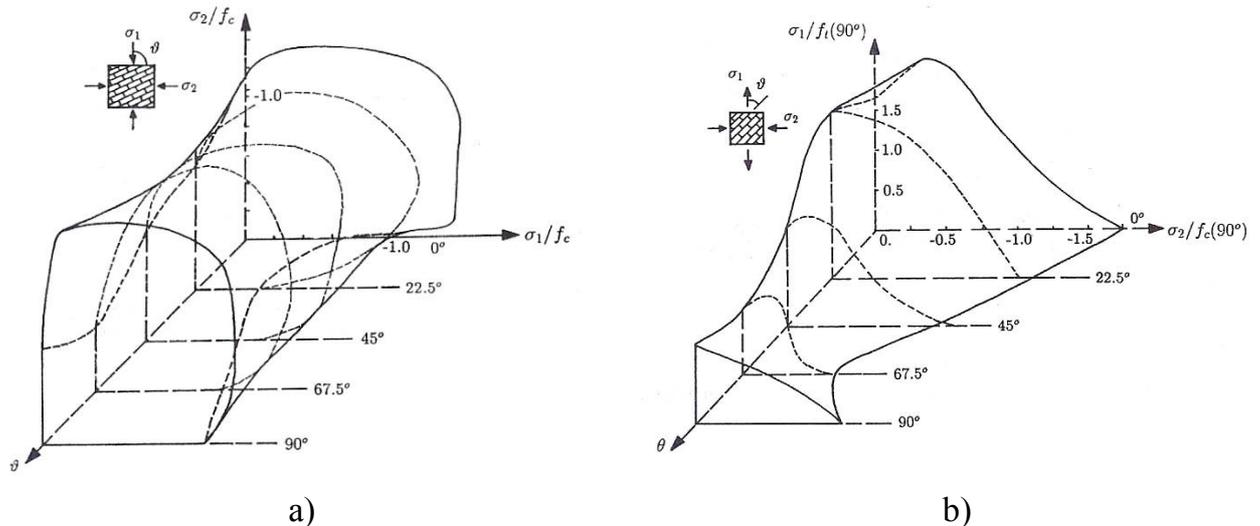


Bild 2.24 Experimentelle Bruchhüllflächen von Page et al. [84], [85]
a) Druck-Druck Beanspruchung; b) Zug-Druck Beanspruchung

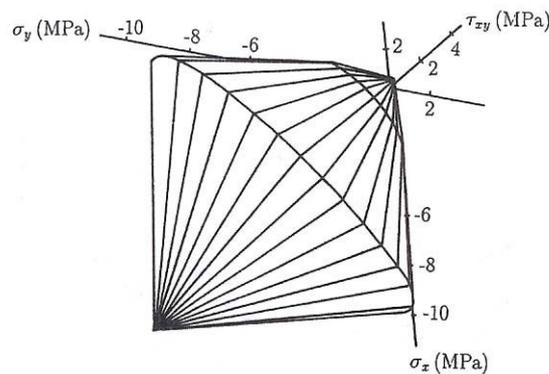


Bild 2.25 Aus den Versuchen von Page et al. abgeleitete Versagensbedingung [27]

Die der deutschen Norm zugrunde liegende Versagensbedingung wurde von Mann und Müller [67] hergeleitet. Dabei wird davon ausgegangen, dass in den Stoßfugen keine Spannungen übertragen werden können, wodurch die Versagensbedingung auf den zweidimensionalen Spannungszustand (σ_x , τ_{xy}) beschränkt ist. Zur Sicherung des Gleichgewichts wurde den Lagerfugen der in Bild 2.26a dargestellte abgetreppte Normalspannungsverlauf unterstellt. Die Versagensbedingung wird in Bild 2.26b gezeigt. Sie enthält die 4 Versagenskriterien:

- Zugversagen senkrecht zur Lagerfuge
- treppenförmiges Schubversagen durch Lager- und Stoßfugen
- Schubversagen - Steinversagen infolge schiefer Hauptzugspannungen
- Druckversagen des Mauerwerks

Zur Verifikation der theoretisch hergeleiteten Versagensbedingung wurde an Mauerwerkswänden ein auf verschiedene Stein- und Mörtelfestigkeiten (mit bzw. ohne Stoßfugenvermörtelung) ausgedehntes Versuchsprogramm durchgeführt [67]. Der Vergleich mit Versuchsergebnissen brachte eine zufriedenstellende Übereinstimmung

zwischen Experiment und Theorie. In [68] stellten Mann und Müller eine erweiterte Versagensbedingung unter Berücksichtigung der Spannungen in den Stoßfugen vor. Wie in [29] und [119] dargelegt, ist diese Erweiterung jedoch von der beiden meist unbekannt und nicht gesicherten Schubfestigkeit (c , μ) der Stoßfuge stark abhängig, weswegen sie keinen Eingang in die DIN 1053 gefunden hat.

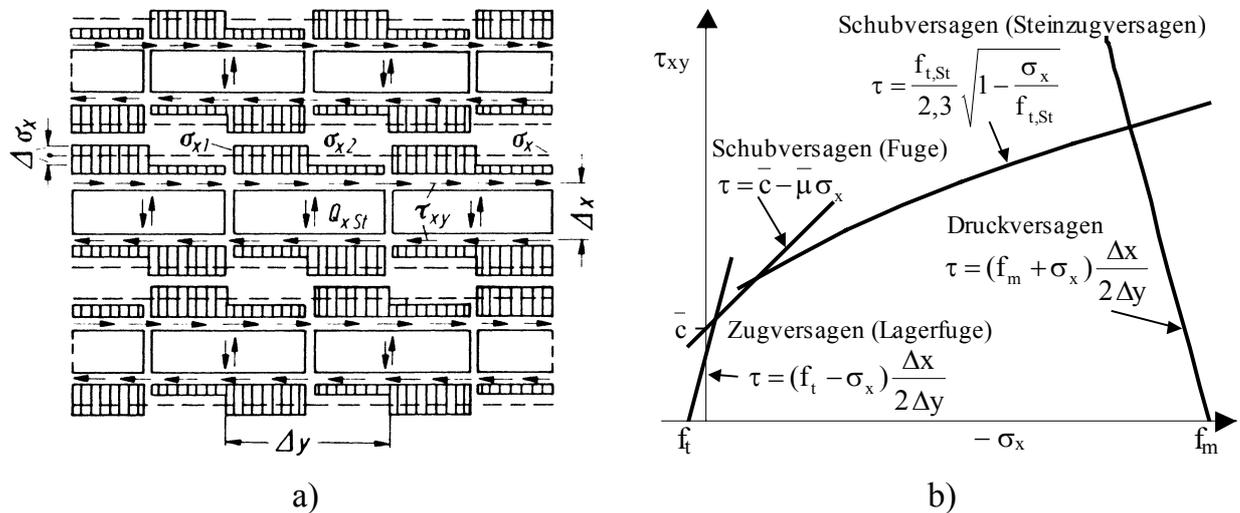


Bild 2.26 Versagensbedingung von Mann / Müller [67]:
 a) Spannungsverteilung im Mauerwerkverband, b) Versagenkriterien

Berndt [16] stellt nach Auswertung zahlreicher Versuche im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 315 und des Wiederaufbaus der Dresdner Frauenkirche [17] eine Versagensbedingung für regelmäßiges Sandsteinmauerwerk vor. Die abgeleiteten Versagensmechanismen (Fugenversagen, Steinversagen) sind denen von Mann und Müller ähnlich bzw. in Teilbereichen gleich. Unterschiede bestehen in der Herleitung des Steinversagens unter großen Druck- und Schubbeanspruchungen. Hier führt die von Berndt vorgeschlagene Überlagerung der auftretenden Querkzug- und Spaltzugspannungen im Stein zum Wegfall der Schubfestigkeitssteigerung infolge steigender Auflast.

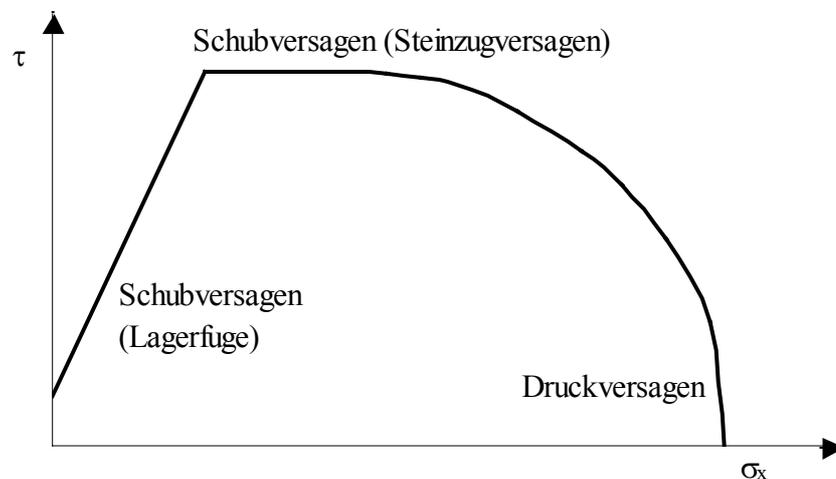


Bild 2.27 Versagensbedingung von Berndt [16]

Mann und Ganz, wobei er eine bessere Übereinstimmung mit der Versagensbedingung von Ganz feststellte. Aufgrund der hauptsächlichlichen Vorzüge wie:

- große Allgemeingültigkeit,
- anisotrope Formulierung,
- gute Übereinstimmung bzw. Absicherung mit Versuchsergebnissen verschiedener Mauerwerkarten und
- ausschließliche Verwendung praxisnaher, gut bestimmbarer Materialparameter

wird die Versagensbedingung von Ganz im Weiteren als Grundlage für das eigene elastoplastische Kontinuumsmodell für Mauerwerk herangezogen. Auf die hierfür notwendigen Modifikationen und die sinnvoll erscheinenden Erweiterungen wird in Kapitel 4 eingegangen.

2.3.2 Materialverhalten regelloser Mauerwerkgefüge

Regellose Mauerwerkgefüge sind gewöhnlich dem historischen Natursteinmauerwerk zuzuordnen. Kennzeichnend für derartige Gefüge ist meist eine geringe oder fehlende Steinbearbeitung. Beispiele hierfür sind das Feldstein- und das Zyklopenmauerwerk, welche vor allem an älteren Kirchen, Burgen, Stau- oder Begrenzungsanlagen vorzufinden sind. Auch mehrschalige, historische Wandstrukturen beinhalten oft regellose Schichten. So bestehen dreischalige Wände häufig aus relativ regelmäßigen Außenschalen (Wetter-, Raumschale) mit behauenen Steinen und einer Innenschicht, welche aus den Bruchstücken der Steinbearbeitung im regellosen Gefüge erstellt wurde. Umfassendere Recherchen zum Vorkommen regelloser Mauerwerkarten und deren zeitliche Zuordnung sind z.B. in [129] und [31] dokumentiert.



a)



b)

Bild 2.29 Regellose Mauerwerkgefüge: a) einschaliges Zyklopenmauerwerk; b) mehrschalige Wandstruktur mit regelloser Innenschicht

Das Verformungsverhalten und die Festigkeit werden entscheidend von der Art des Mauerwerkverbandes (Hohlraum-, Mörtelgehalt) sowie von den Festigkeiten der Steine und des Mörtels beeinflusst. Eine zunehmende Regellosigkeit des Verbandes geht mit

einer sinkenden Druckfestigkeit und Steifigkeit des Mauerwerks einher. Dies liegt zum einen an dem höheren Mörtelanteil der nach Warnecke [129] bei regellosen Gefügen durch unterschiedliche Steingrößen und unebene Steinoberflächen zwischen 30 und 50 Vol-% betragen kann. Zum anderen kommt es bei unregelmäßigen Steingeometrien durch den vertikalen Lastabtrag über die Seitenflächen der Steine zu der in Bild 2.30 dargestellten Tendenz des Auseinandersprengens des Verbandes, was zu sehr niedrigen Mauerwerkdruckfestigkeiten trotz ggf. hoher Steifestigkeiten führt. In derartigen Fällen kann die Mauerwerkdruckfestigkeit sogar unterhalb der einaxialen Mörteldruckfestigkeit liegen [129].

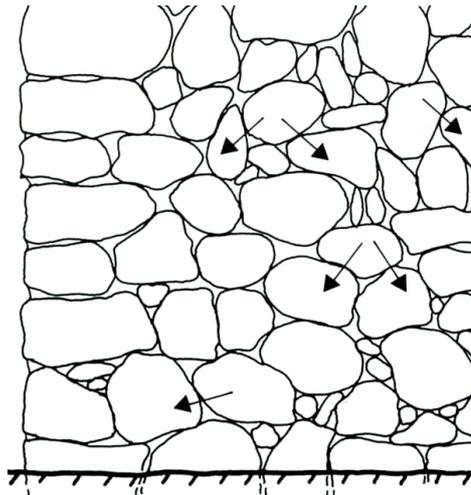


Bild 2.30 Verminderung der Mauerwerkdruckfestigkeit durch eine unregelmäßige Steingeometrie [95]

Experimentelle Untersuchungen zum Materialverhalten von regellosem Mauerwerk sind nur in sehr begrenztem Umfang verfügbar. Vorhandene Arbeiten wurden in [129] und [125] dargestellt. In allen Fällen handelt es sich dabei um einaxiale Druckprüfungen an kleineren oder wandartigen Probekörpern.

Mann und Rustmeier [70] machen das Mörtelversagen, welches sie mit Hilfe des Mohr-Coulombschen Bruchkriteriums erfassen, für das Druckversagen des regellosen Mauerwerks verantwortlich. Diese Auffassung wird durch einige Versuchsreihen mit sehr großen Fugendicken bestätigt.

Warnecke [129] untersuchte in seinen Druckversuchen an Sandsteinmauerwerk unter Verwendung des gleichen Mörtelgemischs (Kalkmörtel MG I) den Einfluss der Regelmäßigkeit des Verbandes. Bild 2.31a zeigt die im einaxialen Druckversuch ermittelten Spannungs-Dehnungsbeziehungen für regelmäßiges Schichtenmauerwerk und Bruchsteinmauerwerk. Durch die unregelmäßigere Verbandsausführung sinkt die Druckfestigkeit auf ca. 50 % und der Elastizitätsmodul auf ca. 80 % des jeweiligen Vergleichswertes des regelmäßigen Schichtenverbandes. Das Druckversagen aller Versuchsserien kündigt sich ab ca. 50 % der Bruchlast durch Ausbrüche des oberflächennahen Fugenmörtels an. Bei weiterer Laststeigerung treten lokale vertikale Spaltrisse im Stein auf, die sich lagenweise ausbreiten (Bild 2.31b). Diese Ergebnisse werden durch die Untersuchungen von Stiglat [125] bestätigt.

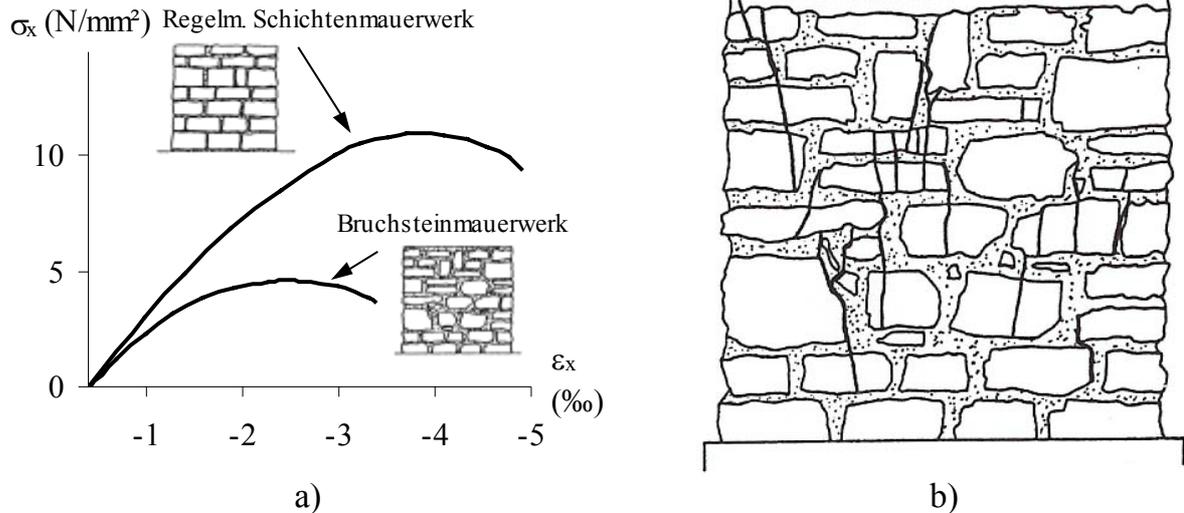


Bild 2.31 Druckversuche an einschaligem Sandsteinmauerwerk [129]:
 a) Vergleich regelmäßiges Schichtenmauerwerk mit Bruchsteinmauerwerk
 b) Rissbild in Bruchnähe beim Bruchsteinverband

Die Vielfältigkeit der Erscheinungsformen regelloser Mauerwerkgefüge erschwert die Vergleichbarkeit der Ergebnisse und die Identifizierung wesentlicher Einflussparameter. Es erscheint daher aussichtslos, ein "exaktes" Berechnungsmodell herleiten zu wollen. Vielmehr werden umfangreiche Idealisierungen und Vereinfachungen bei der Formulierung eines Materialmodells erforderlich. Das Fehlen einer bevorzugten Fugenrichtung führt zu der Annahme eines isotropen Materialverhaltens. Für die Festigkeitsbeschreibung wird in Übereinstimmung mit den Herleitungen von Warnecke [129] im Weiteren das Bruchkriterium von Mohr-Coulomb verwendet.

3 Grundlagen der numerischen Modellbildung

3.1 Einordnung der verwendeten numerischen Methoden

Im Bauingenieurwesen werden in zunehmendem Maße numerische Berechnungsverfahren zur Analyse komplexer Tragstrukturen benutzt. Dabei lassen sich die für strukturmechanische Berechnungen verwendeten Methoden prinzipiell hinsichtlich

- der mechanischen Problembeschreibung,
- der Ortsdiskretisierung (räumliche Diskretisierung der Struktur) und
- der Zeitdiskretisierung (Integrationschema zur Lösung der Bewegungsgleichung)

klassifizieren [56], [131].

Für die mechanische Formulierung kann zwischen kontinuumsmechanischen und diskontinuumsmechanischen Ansätzen unterschieden werden. Während die Kontinuumsmechanik von stetigen Deformationsverläufen und dem Zusammenhalt der Gesamtstruktur im verformten Zustand ausgeht, erlaubt die Diskontinuumsmechanik unstetige Verschiebungsverläufe und ist damit nicht an den Zusammenhalt der Gesamtstruktur bei einer Formänderung gebunden. Folglich resultieren aus der mechanischen Formulierung einerseits Konsequenzen bezüglich der nachvollziehbaren Bewegungen und Versagensmechanismen sowie andererseits Anforderungen an die numerischen Lösungsverfahren. In der vorliegenden Arbeit werden zur Abbildung des Mauerwerkverbandes in der Kontinuumsmechanik homogene (verschmierte) sowie diskrete und in der Diskontinuumsmechanik diskrete Modellierungen verwendet.

Für die Ortsdiskretisierung haben sich im Wesentlichen Differential- und Integralverfahren etabliert. Im Rahmen der hier verwendeten Differentialverfahren, zu denen die Finite Elemente Methode (FEM) und die Finite Differenzen Methode (FDM) gehören, erfolgt die Ortsdiskretisierung der zu berechnenden Struktur mit Hilfe eines aus einzelnen Knotenpunkten bestehenden Elementnetzes. Dabei wird ein algebraisches Gleichungssystem, welches im statischen Fall die Knotenkräfte und Knotenverschiebungen über eine Steifigkeitsmatrix verbindet, gelöst. Mit Hilfe von Interpolations- bzw. Formfunktionen wird das Deformationsverhalten der Elemente beschrieben.

Die Art der Zeitdiskretisierung steht im Zusammenhang mit der Frage der effektiven numerischen Lösung der Bewegungsgleichungen. Prinzipiell kann zwischen impliziten und expliziten Integrationschemata unterschieden werden. In der vorliegenden Arbeit werden zur Modellierung von Mauerwerk das implizite FEM-Programm ANSYS [135], sowie die expliziten DEM-Programme UDEC [137] und 3DEC [136] verwendet. Die Grundlagen der dabei verwendeten Zeitintegrationsverfahren sollen nachfolgend dargelegt werden.

3.2 Lösung der Bewegungsgleichung

Gewöhnlich wird für die Berechnung von Festkörpern und Strukturen die Lagrangesche Betrachtungsweise in raumfesten Koordinaten verwendet. Dabei kann zwischen der totalen und der umgeformten Lagrangeschen Formulierung unterschieden werden [11]. Während bei der total Lagrangeschen Formulierung alle dynamischen und kinematischen Variablen auf die Ausgangskonfiguration zur Zeit t_0 bezogen werden, beinhaltet die umgeformte Lagrangesche Formulierung den Bezug auf die letzte Gleichgewichtslösung t .

In der Strukturmechanik lassen sich die Gleichgewichtsbedingungen eines Systems in Form der Bewegungsgleichung aufstellen. Es gilt

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F_R \quad (3.1)$$

mit: M Massenmatrix
 C Dämpfungsmatrix
 K Steifigkeitsmatrix
 \ddot{u} Beschleunigungsvektor
 \dot{u} Geschwindigkeitsvektor
 u Verschiebungsvektor
 F_R Vektor der äußeren Kräfte

Alternativ kann Gleichung (3.1) auch als Gleichgewicht der inneren und äußeren Kräfte zum Zeitpunkt t

$$F_I(t) + F_D(t) + F_E(t) = F_R(t) \quad (3.2)$$

mit: $F_I(t) = M\ddot{u}$ Trägheitskräfte
 $F_D(t) = C\dot{u}$ Dämpfungskräfte
 $F_E(t) = Ku$ Verformungskräfte

betrachtet werden. Für die schrittweise Lösung dieser allgemein nichtlinearen Differentialgleichung stehen im Wesentlichen zwei Methoden zur Verfügung: die implizite und die explizite Zeitintegration.

3.2.1 Implizite Zeitintegration

Implizite Zeitintegrationsverfahren (wie z.B. Newmark-, Houbolt-, Wilson-Methode) lösen unter Verwendung der globalen Matrizen (M, C, K) ein Differentialgleichungssystem. Dabei wird die Bewegungsgleichung (3.1) im zunächst noch unbekanntem Zustand $(t+\Delta t)$ ausgewertet

$$M^{t+\Delta t}\ddot{u} + C^{t+\Delta t}\dot{u} + K^{t+\Delta t}u = {}^{t+\Delta t}F_R. \quad (3.3)$$

Weil die globalen Systemmatrizen die Interaktion aller Diskretisierungspunkte beschreiben, ist bei Vernachlässigung der Trägheits- und Dämpfungskräfte eine Reduktion auf die statische Lösung möglich. Aus Gleichung (3.3) folgt dann

$$\mathbf{K}^{t+\Delta t} \mathbf{u} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}_R. \quad (3.4)$$

Für lineare Problemstellungen sind implizite Integrationsschemata unbedingt stabil und numerisch effizient. Da in diesem Fall die Systemmatrizen für den gesuchten Zeitpunkt bekannt sind, ist pro Zeitschritt nur ein einmaliges Lösen eines linearen Gleichungssystems erforderlich. Durch die Einbeziehung von Nichtlinearitäten müssen die Systemmatrizen iterativ bestimmt werden. Infolge dissipativer Mechanismen wird die Lösung pfadabhängig. Das richtige Abschreiten des Lösungspfades erfordert dann eine inkrementelle Vorgehensweise. Aus diesen Gründen werden implizite Zeitintegrationsmethoden auch als inkrementell-iterative Verfahren bezeichnet. Zur Sicherung einer effizienten, konvergierenden Berechnung existieren verschiedene Kurvenverfolgungsalgorithmen (wie z.B. Newton-Raphson-Verfahren, Bogenlängenverfahren, Line Search) [135]. In der vorliegenden Arbeit wird zum Abbau der Residualkräfte im impliziten FEM-Programm ANSYS das Newton-Raphson-Verfahren verwendet.

Wesentliche Nachteile impliziter Zeitintegrationsverfahren sind der erhöhte Rechenaufwand bei vielfacher Lösung des Differentialgleichungssystems und der Speicherbedarf durch die erforderliche Verwaltung der globalen Systemmatrizen. Insbesondere komplexes, nichtlineares Werkstoffverhalten sowie die notwendige Inkrementierung erhöhen den numerischen Aufwand. Der richtigen Wahl der Zeitschrittweite kommt eine große Bedeutung zu. Sie beeinflusst neben dem Konvergenzverhalten auch das Ergebnis. Grundsätzlich kann der Berechnungszeitschritt deutlich größer als bei der expliziten Zeitintegration gewählt werden. Seine Wahl hängt sowohl von der genauen Integrierbarkeit als auch von der Restriktion seitens des nichtlinearen Materialmodells ab. Der Aufwand, die erforderliche Stabilität und Genauigkeit zu gewährleisten, steigt mit zunehmender Pfadabhängigkeit der Lösung stark an. Zur Vermeidung bzw. Minimierung unerwünschter numerischer Pfadabhängigkeiten ist eine konsistente numerische Umsetzung des Materialmodells eine wichtige Voraussetzung [131].

Umfassende Darstellungen der Finite-Elemente-Methode bei Verwendung impliziter Zeitintegrationsverfahren sind in der Literatur [11], [133] enthalten, so dass hier auf weitere Ausführungen verzichtet werden kann.

3.2.2 Explizite Zeitintegration

Explizite Integrationsverfahren sind bedingt stabile Lösungsverfahren. Die Stabilität wird über einen kritischen Zeitschritt gesichert. Wird der Berechnungszeitschritt kleiner als ein kritischer Zeitschritt der Struktur, so können alle Systemmatrizen als entkoppelt bzw. diagonalisiert betrachtet werden. Die Lösung der Bewegungsgleichung (3.1) erhält man dann durch die Betrachtung zum Zeitpunkt t

$$\mathbf{M}^t \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}^t \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}^t \mathbf{u} = {}^t \mathbf{F}_R. \quad (3.5)$$

Als Gleichgewichtsbedingung kann aus (3.2) unter Berücksichtigung der diagonalisierten Massenmatrix geschrieben werden

$$M^{-1} \ddot{u} + {}^t F_D + {}^t F_E - {}^t F_R = 0. \quad (3.6)$$

Hieraus ergibt sich bei Betrachtung eines Diskretisierungspunktes das Newtonsche Gesetz der Bewegung

$$\ddot{u} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} = \frac{\sum F}{m} \quad (3.7)$$

mit: \dot{u} Geschwindigkeit des Diskretisierungspunktes
 \ddot{u} Beschleunigung des Diskretisierungspunktes
 m Masse des Diskretisierungspunktes

Für die Integration der Bewegungsgleichung wird meist die zentrale Differenzenmethode verwendet. Die linke Seite aus Gleichung (3.7) ergibt damit zu

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial t} = \frac{\dot{u} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) - \dot{u} \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right)}{\Delta t} \quad \text{für } \Delta t \rightarrow 0. \quad (3.8)$$

Aus Gleichung (3.7) und (3.8) lassen sich die Geschwindigkeiten und Verschiebungen unter Berücksichtigung der Dämpfung folgendermaßen berechnen

$$\dot{u} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) = \frac{2 - c^{(t)} \Delta t}{2 + c^{(t)} \Delta t} \dot{u} \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right) + \frac{2 \Delta t}{m(2 + c^{(t)} \Delta t)} \sum F \quad (3.9)$$

$$u^{(t+\Delta t)} = u^{(t)} + \dot{u} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \Delta t \quad (3.10)$$

mit: u Verschiebung des Diskretisierungspunktes
 $c^{(t)}$ Dämpfung des Diskretisierungspunktes zum Zeitpunkt t

Zwischen den einzelnen Zeitschritten findet die Informationsausbreitung im gewählten Diskretisierungsschema durch Kopplung der Knotenpunkte innerhalb des Elements statt. Die Ortsdiskretisierung (Kap. 3.1) wird in UDEC bzw. 3DEC im Rahmen der FDM realisiert.

Die Vorteile der expliziten Zeitintegration liegen in der ausschließlichen Verwendung von Vektoren, wodurch die aufwendige Verwaltung der globalen Systemmatrizen entfällt. Nichtlinearitäten z.B. im Werkstoffgesetz oder Kontaktprobleme erzeugen kaum numerischen Mehraufwand.

Demgegenüber steht die bedingte Stabilität und die damit erforderliche Einhaltung eines kritischen Zeitschritts Δt_{crit} , der durch die Beziehung

$$\Delta t_{\text{crit}} = \frac{T_{\text{min}}}{\pi} \quad (3.11)$$

mit: T_{min} kleinste Eigenperiode des Systems
 Δt_{crit} kritischer Zeitschritt der Struktur

gegeben ist. Bei Verwendung eines größeren Zeitschritts als Δt_{crit} wird die Integration instabil, das heißt, dass jeder durch die numerische Integration oder Rundung im Rechner verursachte Fehler anwächst und die berechnete Lösung wertlos macht. Für die exakte Ermittlung des kritischen Zeitschritts nach (3.11) wäre eine dynamische Systemanalyse, die das Aufstellen der Systemmatrizen beinhaltet, notwendig. Um diesen Aufwand zu umgehen, wird in expliziten Programmen der kritische Zeitschritt in der Regel abgeschätzt. Dabei wird der physikalischen Bedeutung des Stabilitätskriteriums, nämlich dass die physikalische Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Information zwischen zwei Diskretisierungspunkten begrenzt ist, Rechnung getragen. Für die Abschätzung des kritischen Zeitschritts kann die Schallausbreitungsgeschwindigkeit im Kontinuum V_p herangezogen werden [56]. Diese hängt von der Steifigkeit und der Dichte des untersuchten Mediums ab.

$$V_p = \sqrt{\frac{K_p + \frac{4G}{3}}{\rho}} \quad (3.12)$$

mit: G Schubmodul
 K_p Kompressionsmodul
 ρ Dichte

Der kritische Zeitschritt kann dann allgemein durch

$$\Delta t_{\text{crit}} < \frac{\Delta s}{V_p} \quad (3.13)$$

mit: Δs minimaler Knotenpunkt Abstand des Elements

näherungsweise bestimmt werden. Zur Gewährleistung der Stabilität bei nichtlinearen Berechnungen wird der kritische Zeitschritt häufig noch mit einem Abminderungsfaktor (z.B. 0,9 in UDEC und 3DEC) reduziert. Anders als bei der impliziten Zeitintegration ist die Reduktion auf eine statische Lösung (3.4) nicht möglich. Daher muss in expliziten Zeitintegrationsverfahren stets eine dynamische Berechnung durchgeführt werden. In quasistatischen Problemstellungen werden deswegen unerwünschte Schwingungen nach dem Verfahren der dynamischen Relaxation kritisch abgedämpft. Prinzipiell kann zwischen massen- und steifigkeitsproportionaler Dämpfung unterschieden werden.

$$C = \alpha^c M + \beta^c K \quad (3.14)$$

mit: α^c massenproportionale Dämpfungskonstante
 β^c steifigkeitsproportionale Dämpfungskonstante

In den Relaxationsverfahren werden dabei zumeist viskose Dämpfungen verwendet, die zur Vermeidung des Aufstellens von Systemmatrizen i.d.R. näherungsweise bestimmt werden [43], [137], [136]. Insbesondere bei nichtlinearen Berechnungen steigt die Sensibilität der Lösung gegenüber der Dämpfung an, da hier z.B. Einflüsse auf den Plastizierungsverlauf oder auf das erreichbare Spannungsniveau vermieden bzw. minimiert werden müssen [25].

Für ausführliche Erläuterungen zur Umsetzung der expliziten Zeitintegrationsverfahren im Rahmen der hier verwendeten Programme wird bezüglich der Distinkt Elemente Methode auf [137], [136], [56] verwiesen.

3.3 Grundlagen der Plastizitätstheorie

Die Beschreibung des nichtlinearen Materialverhaltens von Mauerwerk erfolgt in der vorliegenden Arbeit durch die Verwendung elastoplastischer Materialmodelle. Im Folgenden sollen die hierfür erforderlichen plastizitätstheoretischen Grundlagen zusammengestellt werden. Der Bezug zum Baustoff Mauerwerk macht dabei insbesondere die Einbeziehung der Ver- bzw. Entfestigung, die Betrachtung assoziierter und nichtassoziierter Plastizität sowie die Berücksichtigung der Besonderheiten mehrflächiger Fließbedingungen erforderlich. Weitergehende Ausführungen zur numerischen Implementation sind in Kapitel 4.5 enthalten.

3.3.1 Elastoplastisches Materialverhalten

Die Annahme eines elastoplastischen Stoffmodells setzt voraus, dass sich der Vektor der Gesamtdehnungen in einen elastischen und einen plastischen (irreversiblen) Anteil zerlegen lässt.

$$\varepsilon = \varepsilon^{\text{el}} + \varepsilon^{\text{pl}} \quad (3.15)$$

Im elastischen Bereich werden die Spannungen und Dehnungen gemäß dem Hookeschen Gesetz verknüpft. Die differentielle Spannungs-Dehnungs-Beziehung ergibt sich aus

$$d\sigma = D d\varepsilon^{\text{el}} = D (d\varepsilon - d\varepsilon^{\text{pl}}), \quad (3.16)$$

wobei D als Elastizitätsmatrix bezeichnet wird. Die Grenze zwischen dem elastischen und dem plastischen Bereich wird allgemein durch die Fließbedingung F als eine skalarwertige Funktion in Abhängigkeit von dem Spannungszustand σ und dem Verfestigungsparameter κ definiert.

$$F(\sigma, \kappa) = 0. \quad (3.17)$$

Während die Darstellung der Fließbedingung (Fließfigur) für isotrope Materialien im Hauptspannungsraum erfolgen kann, ist für anisotrope Materialien wie regelmäßiges Mauerwerk der Bezug auf ein raumfestes, anisotropiebezogenes Koordinatensystem notwendig. Der Verfestigungsparameter κ berücksichtigt die Abhängigkeit der

Fließbedingung von der Belastungsvorgeschichte und von der Größe auftretender plastischer Dehnungen. So kann es bei Plastifizierungen zu einer Gestaltänderung, d.h. Vergrößerung bzw. Verkleinerung (Verfestigung bzw. Entfestigung) oder zu einer Verschiebung (kinematische Verfestigung) der Fließfigur im Spannungsraum kommen. Für die Bestimmung des Verfestigungsparameters gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten. Bei der im Weiteren verwendeten dehnungsgesteuerten Ver- bzw. Entfestigung (strain hardening / softening) wird der Verfestigungsparameter $d\kappa$ als ein Maß der äquivalenten plastischen Dehnung $d\varepsilon_{eq}^{pl}$ ausgedrückt.

$$d\kappa = d\kappa(\varepsilon^{pl}) = d\varepsilon_{eq}^{pl} \quad (3.18)$$

Die Wahl des äquivalenten plastischen Dehnungssinkrements erfolgt in Abhängigkeit der jeweiligen Fließbedingung. Sie kann in der Form

$$d\kappa = d\varepsilon_{eq}^{pl} = \sqrt{\{d\varepsilon^{pl}\}^T d\varepsilon^{pl}} \quad (3.19)$$

oder mit Hilfe einer Vergleichsspannung σ_e und des Gleichsetzens der plastischen Arbeit pro Einheitsvolumen

$$dW^{pl} = \{\sigma\}^T d\varepsilon^{pl} = \sigma_e d\varepsilon_{eq}^{pl} \quad (3.20)$$

zu

$$d\kappa = d\varepsilon_{eq}^{pl} = \frac{1}{\sigma_e} \{\sigma\}^T d\varepsilon^{pl} \quad (3.21)$$

bestimmt werden.

Als weitere Möglichkeit kann der Verfestigungsparameter mit der auftretenden plastischen Arbeit in Beziehung gebracht werden (Arbeitsverfestigung).

$$d\kappa = dW^{pl} = \{\sigma\}^T d\varepsilon^{pl} \quad (3.22)$$

Für die Modellierung von Mauerwerk ist die Entscheidung für eine der beiden Varianten zur Ermittlung von $d\kappa$ nicht zuletzt wegen der relativ geringen Anzahl verfügbarer Versuchsdaten von untergeordneter Bedeutung. Deshalb werden in der Folge anschauliche, an Versuchsergebnisse angepasste bzw. einfach zu implementierende Formulierungen verwendet. Für den Verfestigungsparameter gilt allgemein

$$d\kappa \geq 0. \quad (3.23)$$

Während elastische Spannungszustände durch

$$F(\sigma, \kappa) < 0 \quad (3.24)$$

charakterisiert sind, liegen beim Auftreten plastischer Dehnungen die zugehörigen Spannungszustände immer auf der Fließfläche. Durch weitere Belastungssteigerungen ($\sigma + d\sigma$) werden weitere plastische Dehnungen $d\varepsilon^{pl}$ hervorgerufen, welche wiederum zur Veränderung des Verfestigungsparameters ($\kappa + d\kappa$) und damit zur bereits beschriebenen Gestaltsänderung der Fließfläche führen. Aus der Forderung, dass der neue Spannungszustand ($\sigma + d\sigma$) auf der veränderten Fließfläche liegen muss, folgt

$$F(\sigma + d\sigma, \kappa + d\kappa) = 0 \quad \text{bzw.} \quad dF(\sigma, \kappa) = 0. \quad (3.25)$$

Hieraus leitet sich die Konsistenzbedingung der Elastoplastizität ab

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \kappa} \right\} d\kappa = 0. \quad (3.26)$$

Aus den beiden Postulaten von Drucker [30] zur Sicherung eines stabilen Werkstoffverhaltens

$$(\sigma_{i+1} - \sigma_i^*) \cdot d\varepsilon^{pl} \geq 0 \quad (3.27)$$

sowie

$$d\sigma \cdot d\varepsilon^{pl} \geq 0, \quad (3.28)$$

welche aussagen, dass die dissipierte plastische Arbeit sowohl im Großen (3.27) als auch im Kleinen (3.28) nicht negativ sein darf, lassen sich die Konvexität der Fließfigur im Spannungsraum und die Orthogonalitätsbedingung des plastischen Dehnungszuwachses $d\varepsilon^{pl}$ ableiten.

Die plastischen Dehnungszuwächse werden mit Hilfe der Fließregel

$$d\varepsilon^{pl} = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (3.29)$$

berechnet. Die partielle Ableitung des plastischen Potentials Q nach den Komponenten des Spannungsvektors σ bestimmt die Richtung des plastischen Dehnungszuwachses. Für den Fall einer assoziierten Fließregel entspricht das plastische Potential der Fließbedingung

$$Q(\sigma, \kappa) = F(\sigma, \kappa). \quad (3.30)$$

Das plastische Dehnungszuwachse $d\varepsilon^{pl}$ ist dann senkrecht zur Fließfigur gerichtet, womit die Druckerschen Postulate erfüllt sind. Die Anwendung assoziierter Fließregeln hat sich z.B. bei der Beschreibung des Materialverhaltens von Stahl mit der von-Mises-Fließbedingung durchgesetzt. Für die Modellierung von Mauerwerk, Fels oder Beton kann dagegen die Annahme assoziierter Plastizität unzutreffend sein, da dann eine Dilatation beschrieben wird, die durch Versuchsergebnisse nicht zu bestätigen ist. In diesen Fällen werden zur besseren Anpassung an das gemessene Materialverhalten phänomenologisch begründete, nicht assoziierte Fließregeln verwendet für die gilt

$$Q(\sigma, \kappa) \neq F(\sigma, \kappa). \quad (3.31)$$

Die plastischen Dehnungsinkremente stehen dann nicht senkrecht auf der Fließfigur, wodurch die von Drucker postulierte Orthogonalitätsbedingung verletzt wird. In der Folge nimmt auch die plastische Verformungsenergie kein Minimum mehr an, was durch die Beschreibung weiterer Energiedissipationen infolge von Schädigungen und Gefügeauflockerungen erklärbar ist. Der plastische Multiplikator $d\lambda$ dient als positiver Skalierungsfaktor zwischen dem Gradienten des plastischen Potentials und dem plastischen Dehnungszuwachs. Aus dem Einsetzen von Gl. (3.29) in (3.16) folgt

$$d\sigma = D \left(d\varepsilon - d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right). \quad (3.32)$$

Wird nun Gl. (3.32) in Gl. (3.26) eingeführt, so folgt daraus

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D d\varepsilon - \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} - h d\lambda = 0 \quad (3.33)$$

mit $h = -\frac{\partial F}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{d\lambda}$ (Verfestigungsmodul)

und der plastische Multiplikator kann mit

$$d\lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D d\varepsilon}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q}{\partial \sigma} + h} \quad (3.34)$$

berechnet werden. Die elastoplastische Tangente D_{EP} stellt die Verknüpfung zwischen den differentiellen Spannungs- und Dehnungszuwächsen dar

$$d\sigma = D_{EP} d\varepsilon. \quad (3.35)$$

Sie ergibt sich durch Einsetzen von (3.34) in (3.32) zu

$$D_{EP} = D - D_{PL} \quad (3.36)$$

mit: D_{PL} - Änderung der Deformationsmatrix

$$D_{PL} = \frac{D \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D^T}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q}{\partial \sigma} + h}. \quad (3.37)$$

Die Bildung der elastoplastischen Tangente wird zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens bei der Umlagerung der Ungleichgewichtskräfte mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens in impliziten Berechnungsstrategien benötigt. Infolge der Einführung nichtassoziierter Fließregeln werden die elastoplastischen Tangentenmatrizen unsymmetrisch. Der hiermit verbundene erhöhte numerische Aufwand bzw. das Versagen der Lösungsalgorithmen wird dann häufig durch eine Symmetrisierung der betreffenden Matrizen umgangen [131].

3.3.2 Mehrflächige Plastizität

Die Berücksichtigung unterschiedlicher Versagensarten bzw. Versagensmechanismen eines Materials ist durch eine aus mehreren Fließkriterien zusammengesetzte Fließbedingung möglich. Im Spannungsraum entsteht dann eine mehrflächige Fließfigur, für die auch hier die Forderung nach der Konvexität gilt. Der Übergang zwischen den einzelnen Fließkriterien kann, wie in Bild 3.1 dargestellt, sowohl kontinuierlich als auch durch diskontinuierlich ausgebildet sein.

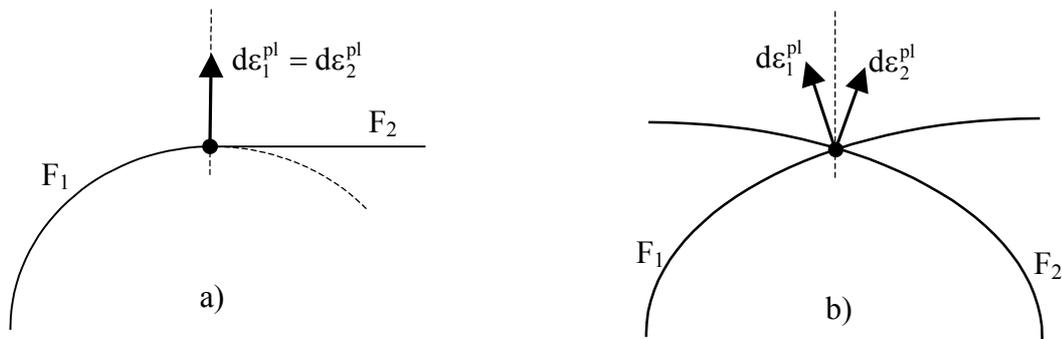


Bild 3.1 Übergang zwischen zwei Fließkriterien F_1 und F_2
a) kontinuierlich; b) Schnittkante

Im Fall des kontinuierlichen Übergangs (Bild 3.1a) sind die plastischen Dehnungssinkremente der beiden Fließkriterien im Schnittbereich gleich und es gilt

$$d\varepsilon^{\text{pl}} = d\varepsilon_1^{\text{pl}} = d\varepsilon_2^{\text{pl}}. \quad (3.38)$$

Schneiden sich die Fließkriterien in einer Schnittkante (Bild 3.1b), stimmen die plastischen Dehnungssinkremente im Schnittbereich nicht mehr überein.

$$d\varepsilon^{\text{pl}} \neq d\varepsilon_1^{\text{pl}} \neq d\varepsilon_2^{\text{pl}}. \quad (3.39)$$

Für die numerische Behandlung solcher Eckbereiche existieren in der Literatur verschiedene Lösungsvorschläge. Prinzipiell kann zwischen einer unabhängigen und einer abhängigen Bearbeitung unterschieden werden [131]. Bei der unabhängigen Bearbeitung [132], [134] erfolgt die Ermittlung der plastischen Dehnungssinkremente für die überschrittenen Fließkriterien getrennt voneinander oder es werden Bearbeitungsreihenfolgen festgelegt. Interaktionen der Fließkriterien untereinander werden nicht berücksichtigt. Die abhängige Bearbeitung [121], [131] ist davon gekennzeichnet, dass die zusammengesetzte Fließbedingung in ihrer Gesamtheit

betrachtet wird und damit auch die Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Fließkriterien berücksichtigt werden. Die plastischen Multiplikatoren werden in Analogie zu Gl. (3.33) aus einem Gleichungssystem ermittelt. Für das Beispiel von zwei gleichzeitig überschrittenen Fließkriterien bedeutet das

$$\left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T D d\varepsilon = \left[\left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} - \frac{\partial F_1}{\partial \kappa_1} \frac{\partial \kappa_1}{\partial \lambda_1} \right] d\lambda_1 + \left[\left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} - \frac{\partial F_1}{\partial \kappa_1} \frac{\partial \kappa_1}{\partial \lambda_2} \right] d\lambda_2 \quad (3.40)$$

$$\left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T D d\varepsilon = \left[\left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} - \frac{\partial F_2}{\partial \kappa_2} \frac{\partial \kappa_2}{\partial \lambda_1} \right] d\lambda_1 + \left[\left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} - \frac{\partial F_2}{\partial \kappa_2} \frac{\partial \kappa_2}{\partial \lambda_2} \right] d\lambda_2.$$

Die Lösung des Gleichungssystems erzeugt die Spannungsrückführung in die Schnittmenge der beiden Fließkriterien. Im Gegensatz zur einflächigen Plastizität ist nun die Überschreitung des Fließkriteriums allein keine hinreichende Bedingung mehr. Simo [121] führt zusätzlich noch eine Aktivitätsbedingung ein, welche sichert, dass die Spannungsrückführung in die gemeinsame Schnittmenge beider Fließkriterien und das Auftreten der zugehörigen plastischen Dehnungsinkremente auch physikalisch sinnvoll ist. Daraus folgend gilt für die nach (3.40) ermittelten plastischen Multiplikatoren

$$d\lambda_{1,2} \geq 0. \quad (3.41)$$

Eine geometrische Interpretation dieser Aktivitätsbedingung ist in Bild 3.2 dargestellt. Die resultierende plastische Dehnung ergibt sich aus der Addition der plastischen Dehnungsvektoren zweier aktiver Fließkriterien. Folglich sind nur positive plastische Multiplikatoren zulässig, da ein negativer plastischer Multiplikator einen Richtungswechsel des zugehörigen Anteils des plastischen Dehnungsinkrements hervorrufen würde (Bild 3.2d). Hierbei müsste Energie aufgewendet werden, um einen zulässigen Spannungszustand auf der zusammengesetzten Fließfläche in die Schnittmenge der beiden Fließkriterien zu zwingen [131]. Eine Aktivität beider Fließkriterien wäre dann nicht sinnvoll. Verallgemeinert kann damit für $n = j$ aktive Fließkriterien

$$\left\{ \frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right\}^T D d\varepsilon = \sum_{j=1}^{\text{Anz. aktiver F.}} \left[\left\{ \frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} - \frac{\partial F_n}{\partial \kappa_n} \frac{\partial \kappa_n}{\partial \lambda_j} \right] d\lambda_j \quad (3.42)$$

$$d\lambda_j \geq 0 \quad (3.43)$$

geschrieben werden. Das plastische Dehnungsinkrement $d\varepsilon^{\text{pl}}$ setzt sich dann analog zu Gl. (3.29) aus der Linearkombination der Anteile aktiver Fließkriterien zusammen.

$$d\varepsilon^{\text{pl}} = \sum_{j=1}^{\text{Anz. aktiver F.}} d\lambda_j \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \quad (3.44)$$

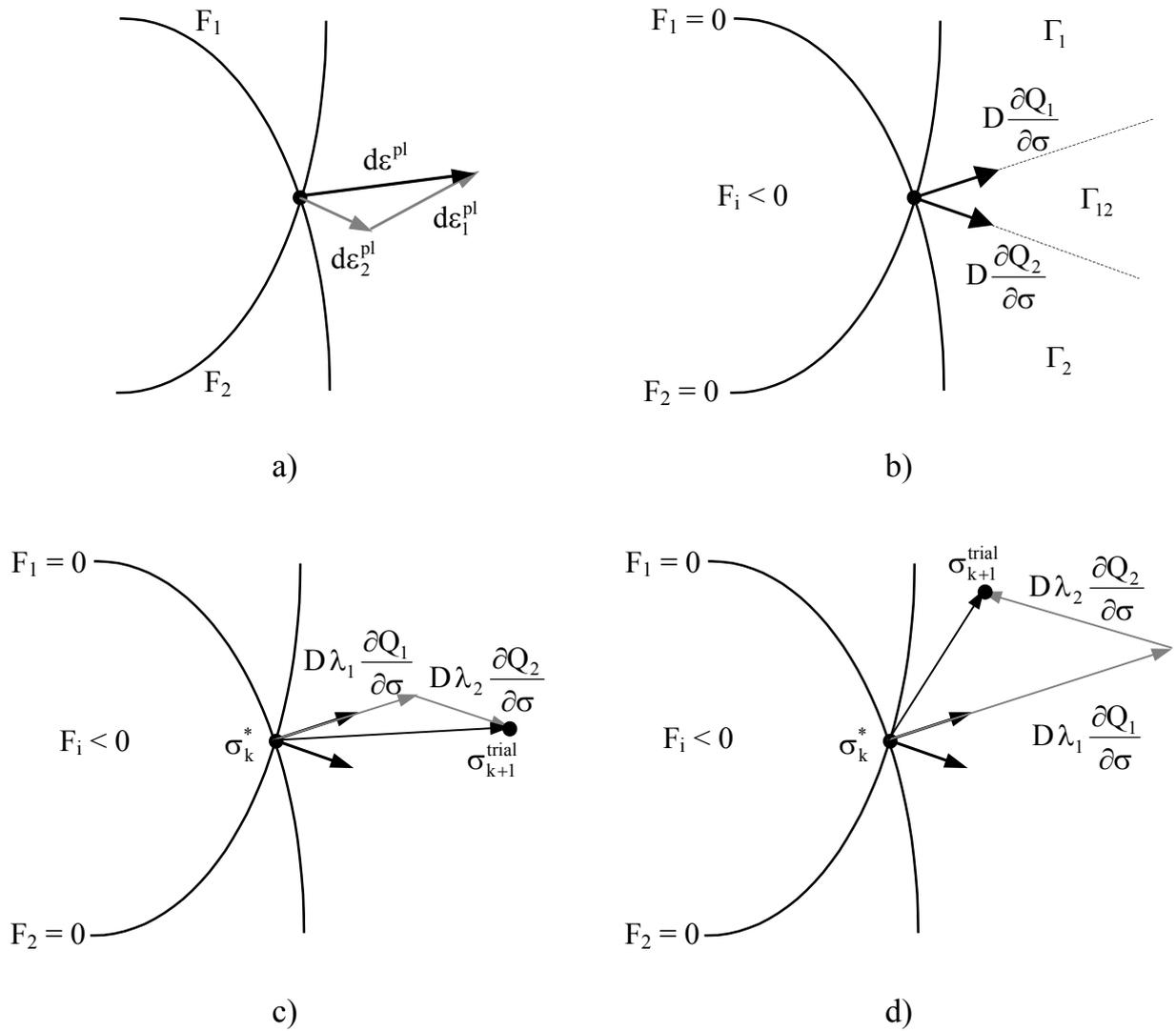


Bild 3.2 Geometrische Interpretation der Aktivitätsbedingung (3.41)
 a) resultierende plastische Dehnung zweier aktiver Fließkriterien;
 b) Definition der Bereiche Γ_1 , Γ_2 und Γ_{12} ;
 c) beide Fließkriterien sind aktiv, $d\lambda_1$ und $d\lambda_2 > 0$ (Bereich Γ_{12});
 d) Aktivität beider Fließkriterien ist nicht sinnvoll, $d\lambda_1 > 0$ jedoch $d\lambda_2 < 0$ (Bereich Γ_1)

3.4 Mechanische Modellierung von Mauerwerk

Das vom Zusammenwirken der Steinen und Fugen bestimmte Materialverhalten des Mauerwerks zeigt sowohl Phänomene eines Kontinuums als auch eines Diskontinuums. In Abhängigkeit von der zu untersuchenden Problemstellung kann daher die Modellierung des Mauerwerks mit kontinuumsmechanischen oder diskontinuumsmechanischen Mitteln sinnvoll bzw. notwendig sein. Dabei ist zu beachten, dass aus der Wahl der mechanischen Formulierung in der Kontinuums- oder Diskontinuumsmechanik Konsequenzen für die Nachvollziehbarkeit von Bewegungen bzw. Verformungen und Versagensmechanismen resultieren.

3.4.1 Modellierung im Rahmen der Kontinuumsmechanik

Innerhalb der Kontinuumsmechanik können klassische und erweiterte Kontinuumsformulierungen unterschieden werden.

Klassische Kontinuumsformulierungen sind durch die Voraussetzung der paarweisen Gleichheit der Schubspannungen sowie abhängiger Rotationsfreiheitsgrade (Saint Venantsche / Boltzmannsche Kontinua) und einen symmetrischen Verzerrungstensor charakterisierbar [11], [131]. Innerhalb eines Kontinuumsbereiches werden Rotationen durch Verschiebungen beschrieben und Starrkörperrotationen können nicht dargestellt werden. Der räumliche Spannungszustand reduziert sich dabei auf drei unbekannte Normal- und drei unbekannte Schubspannungen. Die Steifigkeitsmatrizen sind symmetrisch.

Erweiterte Kontinuumsformulierungen sind durch die Einführung unabhängiger (Cosseratscher) Rotationsfreiheitsgrade der Diskretisierungspunkte gekennzeichnet. Die Verdrehung des Berechnungspunktes ist dann von der Verschiebung unabhängig, wodurch sich unsymmetrische Verzerrungstensoren ergeben. Die paarweise Gleichheit der Schubspannungen (Boltzmannsches Axiom) wird nicht mehr vorausgesetzt und zur Beschreibung des räumlichen Spannungszustands werden drei Normal- und sechs Schubspannungen benötigt. Zu den verschiebungsabhängigen kommen noch verschiebungsunabhängige Momentenspannungen hinzu. Aus der Einführung unabhängiger Rotationsfreiheitsgrade resultieren unsymmetrische Steifigkeitsmatrizen. Für die umfassende Beschreibung des Cosserat Kontinuums wird auf die Literatur [26], [7] verwiesen. Wie die kurze Charakterisierung jedoch verdeutlicht, ist die Einführung unabhängiger Rotationsfreiheitsgrade mit einem erheblichen numerischen Mehraufwand verbunden. Erste kleinere Referenzbeispiele zur Untersuchung von geklüftetem Fels [26] und Mauerwerk [75] zeigen das grundsätzliche Vermögen, Blockrotationen und daraus entstehende Dilatationseffekte abbilden zu können. Bis zur praktischen Anwendbarkeit dieser Theorie auf komplexe räumliche Mauerwerkstrukturen scheint jedoch noch ein hoher Forschungsbedarf zu bestehen.

Für die Modellierung von Mauerwerk in der Kontinuumsmechanik werden derzeit klassische Kontinuumsformulierungen bevorzugt [119], [62], [39], [21], [128], [124], [34]. Sie werden auch in dieser Arbeit verwendet. Neben den Einschränkungen klassischer Kontinuumsformulierungen hinsichtlich der fehlenden Nachvollziehbarkeit von Steinrotationen unterliegen alle, sowohl klassische als auch erweiterte

Kontinuumsformulierungen, der Restriktion des kontinuierlichen Zusammenhalts der Gesamtstruktur. Wird dieser Zusammenhalt durch Unstetigkeiten im Verschiebungsverlauf (Öffnen oder Gleiten einzelner Fugen) oder durch größere Steinrotationen gestört, werden diskontinuumsmechanische Ansätze notwendig, um das Verhalten des Mauerwerkverbandes zutreffend zu beschreiben.

3.4.2 Modellierung im Rahmen der Diskontinuumsmechanik

Diskontinuumsmechanische Methoden bilden die Struktur mit Hilfe einzelner, durch Kontaktbedingungen miteinander korrespondierender Blöcke ab. Es werden keine stetigen Verschiebungsverläufe und kein Zusammenhalt der Gesamtstruktur gefordert. Vielmehr werden Mehrkörpersysteme unabhängiger Einzelblöcke, welche sich durch Translation und Rotation frei bewegen und in beliebiger Art und Weise durch Kontakt miteinander kommunizieren können, beschrieben. Die einzelnen Blöcke können Starrkörper oder deformierbare Körper sein. Das entscheidende Charakteristikum für Diskontinuumsformulierungen ist die Einbeziehung leistungsstarker Lösungsalgorithmen, die eine automatische Verwaltung der Kontaktbedingungen (Kontaktaufnahme, Kontaktaufhebung) sowie die Beschreibung der kinematischen Bewegungsformen (Rotation, Translation) der Einzelblöcke sichern. Im Gegensatz zur Kontinuumsmechanik lassen sich mit diskontinuumsmechanischen Formulierungen Effekte wie beliebige Blockrotationen, Verblockungserscheinungen, Größeneinflüsse und Hohlraumbildungen sehr gut nachvollziehen. Für die effektive numerische Verarbeitung diskontinuumsmechanischer Methoden werden explizite Zeitintegrationsverfahren in Verbindung mit umgeformten Langrangeschen Koordinatenformulierungen bevorzugt [137], [136]. Implizite Zeitintegrationsverfahren erreichen oftmals vor allem wegen der erheblichen Konvergenzprobleme bei der Lösung diskontinuumsmechanischer Problemstellungen schnell numerische Grenzen. Ein weiterer Vorzug der expliziten Zeitintegration liegt in der Unempfindlichkeit gegenüber nichtlinearem Verhalten begründet. Jedoch erfordert das Fehlen globaler Gleichgewichtssiterationen ein besonderes Augenmerk auf die Kontrolle der Energiebilanzen des Gesamtsystems.

Die vollständige, leistungsfähige Umsetzung der Diskontinuumsmechanik in einer speziell hierfür entwickelten Programmphilosophie wurde erstmals von Cundall [24] mit der von ihm benannten Distinkt Element Methode vorgestellt. Die nähere Beschreibung der wesentlichen Grundzüge dieser expliziten Berechnungsmethode, welche in der vorliegenden Arbeit in den Programmen UDEC und 3DEC verwendet wird, ist im Kapitel 6 enthalten.

3.4.3 Homogene und diskrete Modellierungsstrategien für Mauerwerk

Bei der Modellierung des Mauerwerkverbandes kann grundsätzlich zwischen der homogenen Modellierung (Makromodellierung) und der diskreten Modellierung (Mikromodellierung) unterschieden werden. Das Makromodell beschreibt das Mauerwerk mit seinen makroskopischen Eigenschaften als verschmiertes Ersatzkontinuum. Mikromodelle berücksichtigen durch die Modellierung der einzelnen Steine und Fugen die Struktur des Mauerwerkverbandes. In Abhängigkeit vom Detaillierungsgrad der Modellierung können die in Bild 3.3 dargestellten

Modellierungsstrategien des Mauerwerkverbandes unterschieden werden.

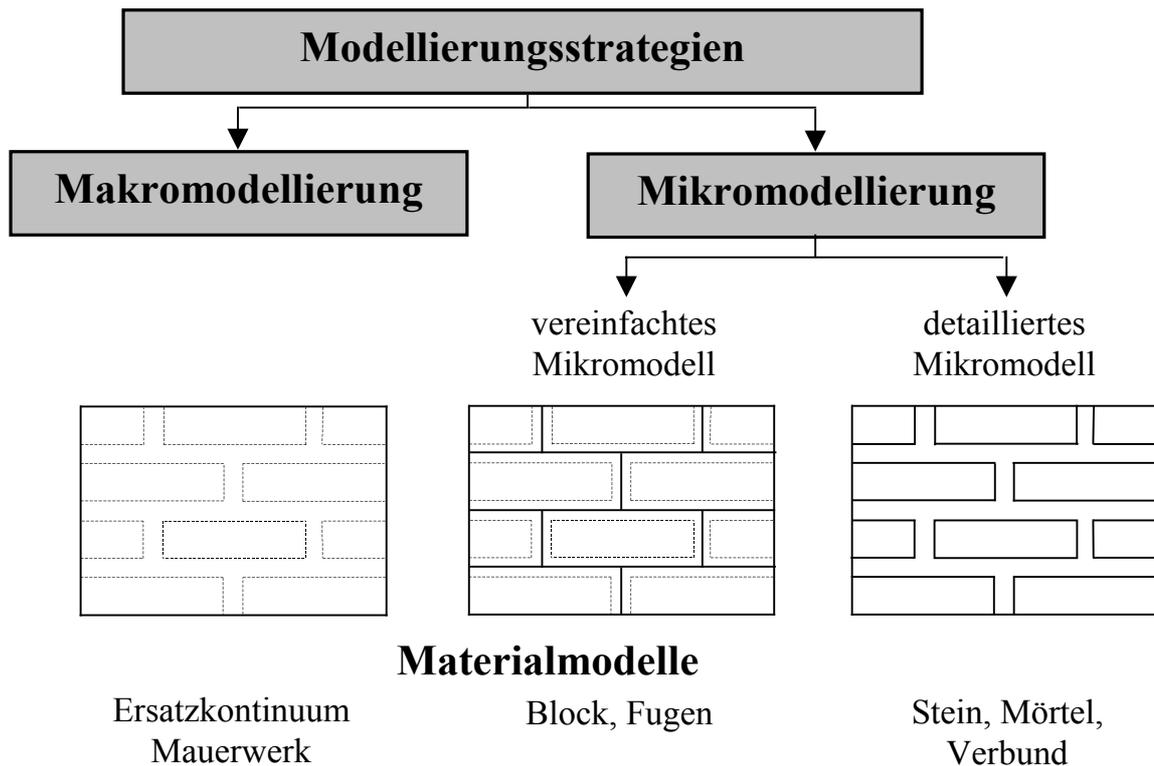


Bild 3.3 Darstellung der verschiedenen Modellierungsstrategien für Mauerwerk

Makromodelle idealisieren das Mauerwerk als homogenen Werkstoff und werden stets mit kontinuumsmechanischen Mitteln umgesetzt. Aus der Vernachlässigung vorhandener Diskontinuitäten resultierend wird mit mittleren, homogenen Spannungen und Dehnungen gerechnet. Eine Voraussetzung für die Zulässigkeit dieser Idealisierung ist, dass die Abmessungen der einzelnen Steine bzw. des Fugenrasters im Verhältnis zur Geometrie der zu untersuchenden Struktur bzw. zur Größe des Berechnungsausschnitts klein genug sind und somit die auftretenden Diskontinuitäten "verschmiert" werden können. Verglichen mit den Entwicklungen in der Geotechnik und im Betonbau ist der Umfang an Forschungsarbeiten zur Makromodellierung von Mauerwerk gering. Prinzipiell können in der Literatur zwei Ansätze unterschieden werden. Middleton / Pande [79], Papa [86] und Pietruszczak / Niu [89] verwenden zweistufige Homogenmodelle, die auf der Theorie periodisch geschichteter Stoffe (layered materials) beruhen und das Mauerwerk mit den Materialeigenschaften der beiden Komponenten Stein und Mörtel beschreiben. In der ersten Homogenisierungsstufe werden mit Hilfe entsprechender Strukturmatrizen die äquivalenten Spannungen und Dehnungen des Mauerwerkverbandes berechnet. In der zweiten Homogenisierungsstufe erfolgt die Abfrage der Festigkeitskriterien und die Umlagerung der Spannungen auf das zulässige Niveau. Dabei muss die ideale Ausbildung der Mörtelfugen, d.h. auch die volle Tragfähigkeit der Stossfugen, die im Regelfall jedoch nicht gegeben ist, vorausgesetzt werden. Wie Lourenco [62] außerdem nachweist, sind diese Modelle bei der Einbeziehung des Entfestigungsverhaltens stark fehleranfällig. Deshalb werden diese Homogenisierungstechniken hier nicht weiter verfolgt.

Der zweite, in dieser Arbeit verwendete Ansatz basiert auf der makroskopischen Beschreibung des Mauerwerkgefüges mit Hilfe eines elastoplastischen Materialmodells. Mit der Einführung multilaminarer Materialmodelle [134], [44], [132] haben derartige Ansätze auch in der Geotechnik zur Modellierung von geklüftetem Fels als verschmiertes Ersatzkontinuum eine weite Verbreitung gefunden. Wesentliche Beiträge zu dieser Vorgehensweise bei der Modellierung von Mauerwerk stammen von Seim [119] und Lourenco et al. [63], [62], wobei beide Modelle auf den ebenen Spannungszustand beschränkt sind. Seim [119] verwendet zur Festigkeitsbeschreibung die Versagensbedingung von Ganz [38], auf welche auch in der vorliegenden Arbeit (Kapitel 4) Bezug genommen wird, in einer vereinfachten Form. Lourenco et al. [63] schlagen eine aus Hill- und Rankine-Kriterien zusammengesetzte Fließbedingung vor. Jagfeld [52] beschreibt ein eigenes stark vereinfachtes Materialmodell zur Untersuchung gemauerter Gewölbe. Die Auswirkungen der Verbandsausbildung (z.B. Steingeometrie, Überbindemaß) auf die Festigkeitskriterien werden in diesen Modellen vernachlässigt. Die in dieser Arbeit entwickelten räumlichen, elastoplastischen Makromodelle, welche auch die Einflüsse des Verbandes berücksichtigen, werden im Kapitel 4 vorgestellt. Die numerische Umsetzung dieser Modelle erfolgt in der impliziten FEM.

Im Rahmen der **detaillierten Mikromodellierung** des Mauerwerkverbandes werden Steine und Mörtelfugen in ihren vorhandenen geometrischen Abmessungen mit kontinuumsmechanischen Formulierungen separat modelliert. Beide Mauerwerkkomponenten können so mit ihren spezifischen Eigenschaften berücksichtigt werden. Der Haftverbund zwischen Stein und Mörtel kann mit einem entsprechenden Festigkeits- und Entfestigungsmodell innerhalb der Mörtelfuge (z.B. im Randbereich zum angrenzenden Stein) berücksichtigt werden. Das feine Diskretisierungsniveau detaillierter Mikromodelle ermöglicht insbesondere die Einbeziehung der Interaktion zwischen Stein und Mörtel und damit die Nachvollziehbarkeit der inneren Spannungszustände im Mauerwerkverband. Voraussetzung hierfür ist die Verwendung leistungsfähiger dreidimensionaler Materialmodelle für Stein, Mörtel und Haftverbund. In der Literatur wird dem Steinmaterial häufig eine lineare Spannungs-Dehnungsbeziehung unterstellt [39], [21], [128], [50]. Ein realistischeres, nichtlineares Steinmaterialmodell wird nur in wenigen Arbeiten berücksichtigt [124], [34]. Die Beschreibung des Mörtels erfolgt in der Regel mit Hilfe eines ideal elastisch-plastischen Materialmodells. Ein an Versuchen abgeleitetes Mörtelmaterialmodell, welches unter Einbeziehung der vollständigen Spannungs-Dehnungsbeziehung die für die Mauerwerkdruckfestigkeit entscheidende, verifizierbare Querdehnungsentwicklung beinhaltet, wurde bisher nicht vorgestellt. Erste Ansätze für die realistische Modellierung des Mörtels wurden von Franke / Deckelmann [35] beschrieben. In der vorliegenden Arbeit wird im Kapitel 5 die Entwicklung eines neuen detaillierten Mikromodells dargestellt. Neben dem nichtlinearen Materialverhalten von Stein und Mörtel wird auch der Haftverbund in einer auf Versuchsergebnissen basierenden Weise beschrieben.

Bei der **vereinfachten Mikromodellierung** werden die Fugen durch Kontakt- bzw. Interfacelemente modelliert. Die dadurch um die Fugendicke vergrößerten Mauersteine können als starre oder als deformierbare Blöcke modelliert werden. Infolge der Vernachlässigung der Fugendicke gehen bei dieser Modellierungsvariante die unter 2.3.1.1 erläuterten Wechselwirkungen zwischen Mörtel und Stein verloren. Damit

repräsentiert das Festigkeitsmodell des Blockmaterials in der Regel (bei traditionellen Fugendicken) nicht die Steifigkeit, sondern die Mauerwerkfestigkeit infolge Steinversagens. Mit abnehmender Fugendicke wie z.B. bei der Verwendung von Dünnbettmörtel oder Trockenmauerwerk entfällt die Wechselwirkung von Mörtel und Stein. In diesen Fällen werden die Steine und Fugen in ihrer Erscheinungsform zutreffend abgebildet und die zunächst als vereinfacht bezeichnete Mikromodellierung nimmt den Charakter eines detaillierten Modells an. Lourenco und Rots [61] stellen unter Anwendung der impliziten FEM ein 2D-Mikromodell vor, welches das Versagen der Fugen infolge Schub- und Zugbeanspruchung, das Steinzugversagen sowie das Druckversagen des Mauerwerks erfassen kann. Anhand von Verifikationsrechnungen wird die Eignung des Modells vor allem für schubbeanspruchte Mauerwerkswände nachgewiesen. In dieser Arbeit (Kapitel 6) werden mit der expliziten DEM diskontinuumsmechanische Formulierungen zur vereinfachten Mikromodellierung des Mauerwerkverbandes verwendet. Wie Dialer [28] und Lemos [59] zeigen, ist die DEM für die ebene oder räumliche diskontinuumsmechanische Berechnung von Mauerwerk sehr gut geeignet. Die Verwendung der Diskontinuumsmechanik erschließt die Möglichkeit, Einflüsse aus der Verbandausbildung auf das Riss- und Versagensverhalten des Mauerwerks sowie Einflüsse aus der Steinrotation und Steinverblockung direkt untersuchen zu können.

Eine Übersicht über die verwendeten mechanischen Formulierungen in den einzelnen Modellierungsstrategien ist in Bild 3.4 dargestellt.

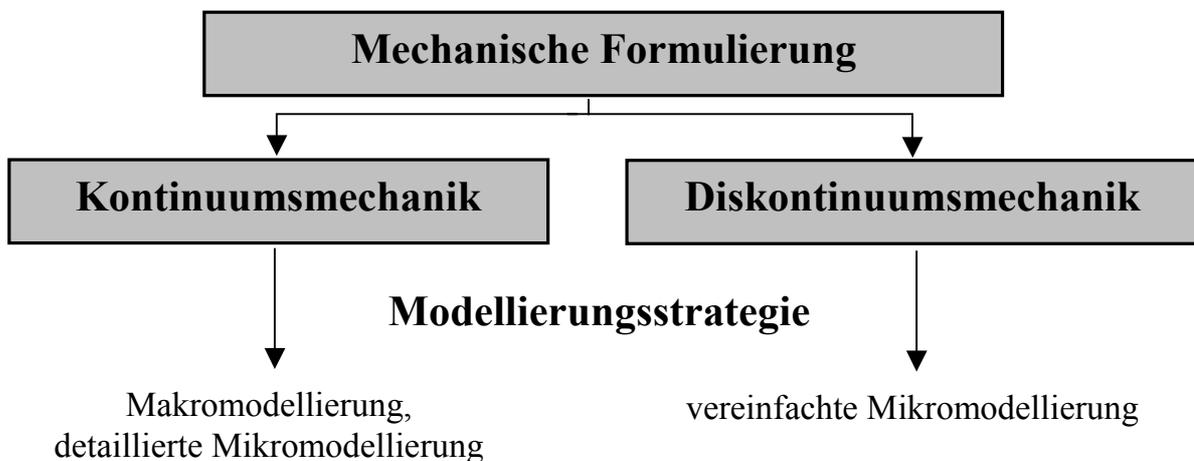


Bild 3.4 Wahl der mechanischen Formulierung in den einzelnen Modellierungsstrategien

Zur Wahl der Modellierungsstrategie

Die Entscheidung über die geeignete Wahl der Modellierungsstrategie hängt von der Problemstellung ab. Die räumliche Berechnung komplexer Mauerwerkstrukturen ist oft nur mit Hilfe eines Makromodells sinnvoll beherrschbar. Dagegen ist es zur Untersuchung des heterogenen Spannungszustandes und der Rissentwicklung einzelner, lokaler Strukturbereiche (wie z.B. Orte lokalen Versagens, Eintragungspunkte konzentrierter Lasten oder Verbindungsbereiche verschiedener Bauteile) notwendig, das

vorhandene Mauerwerkgefüge mit Steinen und Fugen diskret zu modellieren. Immer wenn einzelne Diskontinuitäten (Fugen) das Verhalten der betrachteten Mauerwerkstruktur oder des untersuchten Berechnungsausschnitts maßgeblich beeinflussen, wird eine diskrete Modellierung der Fugen im Mikromodell erforderlich. Durch die Verwendung diskontinuumsmechanischer Formulierungen in der vereinfachten Mikromodellierung ist es möglich, Einflüsse aus Steinrotationen, Steinverblockungen sowie Größeneffekte zu untersuchen. Diese Eigenschaften können (wie im Kapitel 2.3.1.4 gezeigt wurde) insbesondere für schubbeanspruchte Mauerwerkstrukturen von großer Bedeutung sein. Ist von vornherein nicht klar, ob sich das Spannungs-Verformungsverhalten der zu untersuchenden Mauerwerkstruktur mit einem Makromodell zutreffend beschreiben lässt, sind Vergleichsrechnungen bzw. schrittweise Modellverfeinerungen zur Identifizierung einer zutreffenden Problembeschreibung erforderlich. Die Konsequenzen der Beschreibung des Mauerwerkverbandes als homogenes Kontinuum im Makromodell und als Diskontinuum im vereinfachten Mikromodell werden an ausgewählten Beispielen im Kapitel 7.1 diskutiert.

Mit der feinen Vernetzung detaillierter Mikromodelle geht ein entsprechend hoher numerischer Aufwand einher, so dass deren sinnvolle Anwendung auf kleine Strukturen (z.B. Prüfkörper) beschränkt ist. Besondere Attraktivität können diese Modelle bei der Untersuchung lokaler, aus der Stein-Mörtel-Interaktion resultierender Versagensmechanismen oder zur Abschätzung von Eingangsparametern für ein Makromodell erlangen, insbesondere dann, wenn eine versuchstechnische Bestimmung der Mauerwerkennwerte nicht möglich ist.

Zur Numerischen Umsetzung in impliziten und expliziten Berechnungsverfahren

Zur Erzielung effizienter, aussagekräftiger Lösungen ist es sinnvoll, die Wahl des numerischen Werkzeugs auf die mechanische Modellierungsstrategie abzustimmen [131]. Aus mathematischer Sicht besitzen implizite Zeitintegrationsverfahren für die hier untersuchten quasi-statischen Problemstellungen den Vorteil der gegebenen Reduzierbarkeit der Bewegungsgleichung auf die statische Lösung. Numerische Probleme entstehen bei nichtlinearen Berechnungen mit der Zunahme der Pfadabhängigkeit durch die Berücksichtigung von Schädigungsphänomenen wie z.B. Rissbildungen, Energiedissipationen und Gefügeauflockerungen. Zum richtigen Abschreiten des Lösungspfades wird dann, sowohl auf globaler Systemebene als auch zur konsistenten Verarbeitung des Materialmodells auf lokaler Ebene am Diskretisierungspunkt, eine entsprechende Verringerung der Inkrementgröße erforderlich. Das Auftreten unsymmetrischer elastoplastischer Tangentenmatrizen (z.B. infolge nichtassoziierter Fließregeln) führt darüber hinaus in vielen Fällen zu einer Verschlechterung der Konvergenz. Der Vorteil impliziter Zeitintegrationsverfahren, durch große Zeitschritte und wenige Iterationen zur Lösung zu kommen, ist dann nicht mehr uneingeschränkt gegeben. Innerhalb der vektororientierten, expliziten Zeitintegrationsverfahren führt die Berücksichtigung von Nichtlinearitäten kaum zu Mehraufwand. Wie unter 3.2.2 beschrieben, liegen die Restriktionen hier in der Einhaltung des kritischen Zeitschritts und der erforderlichen kritischen Dämpfung für quasistatische Berechnungen. Für die Makromodellierung von Mauerwerk, insbesondere bei der Untersuchung von Versagenslasten, können daher beide Zeitintegrationsverfahren

wirtschaftlich sein.

Zur Minimierung des Rechenaufwands arbeiten explizite Programme mit einfachen, vorwiegend unterintegrierten Elementen, Näherungen bei der dynamischen Relaxation oder Massen- bzw. Steifigkeitsskalierungen zur Vergrößerung des kritischen Zeitschritts. Wegen des damit einhergehenden geringeren Genauigkeitsniveaus werden Berechnungen am detaillierten Mikromodell i.d.R. mit impliziten FEM-Programmen [39], [21], [128], [124], [34] durchgeführt.

Dagegen bieten explizite Zeitintegrationsverfahren für die Verwendung von Diskontinuumsmodellen (vereinfachte Mikromodellierung) deutliche Vorteile. Während in impliziten Berechnungsstrategien zur Sicherung einer konvergenten Lösung Kontaktelemente oft durch rein numerisch beeinflusste Steifigkeitsparameter beschrieben werden müssen, können in expliziten Berechnungsstrategien diese Steifigkeiten einfacher mit den tatsächlichen Materialkennwerten der Mörtelfuge korreliert werden. Die im Kapitel 6 verwendete Distinkt Element Methode in UDEC und 3DEC eignet sich aufgrund leistungstarker Kontaktalgorithmen besonders gut für derartige Berechnungen.

4 Makromodellierung ein- und mehrschaliger Mauerwerkstrukturen

4.1 Mauerwerkverband als verschmiertes Ersatzkontinuum

Für die effiziente und realitätsnahe Untersuchung komplexer Mauerwerkstrukturen sind Kontinuumsmodelle gut geeignet. Die Qualität der Ergebnisse wird entscheidend durch die physikalische und numerische Leistungsfähigkeit des verwendeten Modells bestimmt. Dabei sind insbesondere die Verwendung eines geeigneten Materialmodells, welches in der Lage ist, das nichtlineare Materialverhalten des Mauerwerks abzubilden, sowie eine konsistente numerische Umsetzung von Bedeutung. Wie in Kapitel 7 gezeigt wird, reichen die in der Literatur [119], [62] bisher verwendeten, rein auf ebene Scheibenspannungszustände begrenzten Formulierungen nicht aus, um die Strukturantwort räumlicher Tragsysteme richtig zu erfassen.

Im Rahmen der Plastizitätstheorie haben sich prinzipiell zwei Möglichkeiten zur spannungsgebundenen Beschreibung der Materialfestigkeit etabliert. Die erste Möglichkeit liegt in der Nutzung eines der zahlreichen verallgemeinerten Versagenskriterien, die z.B. auf der Basis einer quadratischen Form des Spannungstensors entwickelt wurden. Beispiele hierfür sind die Fließflächen nach Tsai-Wu, Hill, Hoffman. Der wesentliche Vorteil dieser Fließfunktionen ist in ihrer Stetigkeit und der damit einhergehenden einfachen und effizienten numerischen Umsetzbarkeit begründet. Bei entsprechender Kalibrierung sind diese Modelle in der Lage, das im Versuch beobachtete Materialverhalten in guter Näherung wiederzugeben. Auftretende Versagensmechanismen werden dabei jedoch oft nur phänomenologisch in ihrer resultierenden Auswirkung erfasst. Die Gültigkeit derartiger Modelle für Beanspruchungszustände, die nicht in der Kalibrierung erfassbar waren, ist nur schwer zu beurteilen. Für Mauerwerk sind aufgrund der vielen Versagensarten derartige Modelle ungeeignet. Hier führt nur die zweite Möglichkeit der zusammengesetzten, mehrflächigen Fließfiguren zu sinnvollen Materialformulierungen. Durch die Berücksichtigung mehrerer, einzelner Fließkriterien ist eine realitätsnahe Einbeziehung verschiedener Versagensmechanismen möglich.

Auf der Basis der in Kapitel 2 dokumentierten, experimentell abgesicherten Erkenntnisse zum mechanischen Verhalten von Mauerwerk und der in Kapitel 3 erläuterten Grundlagen moderner numerischer Methoden wird nachfolgend die Entwicklung räumlicher Kontinuumsmodelle für ein und mehrschaliges Mauerwerk vorgestellt. Besonderer Wert wurde dabei auf die Prognosefähigkeit der Materialmodelle gelegt. Diese wird insbesondere durch

- für mehrere Mauerwerksarten gültige, zusammengesetzte Versagensbedingungen,
- die Einbeziehung des vom Beanspruchungszustand abhängigen, anisotropen Riss-, Schädigungs- und Verformungsverhaltens sowie
- die Verwendung praxisnaher, gut bestimmbarer Materialparameter

erreicht. Die Verbandsausbildung hat einen maßgeblichen Einfluss auf das Festigkeits- und Rissbildungsverhalten des Mauerwerks. Ihre Berücksichtigung, die durch geometrische Parameter wie Steinformat, Überbindemaß bzw. Verzahnungsgrad gekennzeichnet wird, führt zu einer weiteren Qualitätssteigerung gegenüber den bisher in der Literatur vorgestellten Kontinuumsmodellen [119], [62], [52]. Die entwickelten Materialmodelle wurden mit leistungsfähigen elastoplastischen Algorithmen (s. Kapitel 3.3, 4.5) für Scheiben-, Schalen- und Volumenelemente in das implizite FEM-Programm ANSYS implementiert.

4.1.1 Aspekte der verschmierten Riss- und Entfestigungsmodellierung

Mauerwerk neigt ähnlich dem Beton nach Erreichen der Festigkeit zu einer relativ spröden Entfestigung mit lokalisierten Risserscheinungen, zu deren Erfassung im Rahmen der Makromodellierung ein homogenisiertes Riss- und Entfestigungsmodell erforderlich wird. Der Riss selbst findet dann keinen Eingang in die Topologiebeschreibung der Struktur, sondern wird nur in seiner Auswirkung auf den Spannungs- und Deformationszustand mit kontinuumsmechanischen Mitteln beschrieben. Überschreitet die Rissfront einen Materialpunkt, so führt dies zu großen lokalen Deformationen, was mit einer Veränderung der Materialeigenschaften wie Festigkeit und Steifigkeit verbunden ist. Der Riss ist somit als ein anisotroper, an die Relativverschiebung der Rissufer gekoppelter Versagensprozess charakterisierbar [130]. Die wichtigsten Charakterisierungsmerkmale der Rissmodellierung sind das Anrisskriterium zur Kennzeichnung der Rissentstehung und die Beschreibung der Materialdegradation vom Anriss bis hin zur abgeschlossenen Trennung der Rissflanken. Das Anrisskriterium wird bei Verwendung der Plastizitätstheorie mit dem Fließkriterium gleichgesetzt. Die Materialentfestigung wurde in einigen, zumeist älteren Arbeiten durch einen plötzlichen Verlust der Festigkeit nach Verletzung des Anrisskriteriums simuliert [119]. Diese Vorgehensweise ist i.d.R. sehr konservativ und kann zu numerischen Instabilitäten führen. Neuere Entwicklungen, die auch in der vorliegenden Arbeit Eingang finden, verwenden bruchmechanische Kriterien zur objektiven und experimentell verifizierbaren Steuerung der Materialentfestigung [62], [130], [93]. Der Entfestigungsprozess wird dabei in Abhängigkeit der durch die Rissbildung ausgelösten Energiedissipation beschrieben. Für die vollständige Rissausbildung muss die auf die Rissfläche bezogene Bruchenergie G_f dissipiert werden.

Ausgangspunkt der Modellierung ist die Rissbandtheorie nach Bažant / Oh [13]. Sie besagt, dass die Bildung eines Risses mit der dazugehörigen Entfestigung innerhalb einer lokalen Prozesszone stattfindet, deren Breite h_{PR} (Rissbandbreite) materialspezifisch konstant ist. Daraus folgt (z.B. für einen Zugversuch nach Bild 4.1), dass unabhängig von der Probenlänge bei gleicher Querschnittsfläche immer die gleiche Energie (Bruchenergie) zur vollständigen Ausbildung eines Trennungsrisses dissipiert werden muss und somit die Spannungs-Verschiebungslinie für alle Probenlängen annähernd gleich bleibt. Betrachtet man die Dehnung als über die auf die (variable) Probenhöhe bezogene Verschiebung bzw. Rissöffnung δ , so wird klar, dass es im Entfestigungsbereich keine eindeutige, von der Probenhöhe unabhängige Spannungs-Dehnungsbeziehung gibt. Das gleiche Problem steht auch für die Diskretisierung der Struktur. Die restriktive Anwendung der Rissbandtheorie müsste bei einer Finite Element Berechnung zu einer Vernetzung führen, welche die Prozesszonenbreite abbildet. Eine

solche Vorgehensweise ist jedoch oft nicht praktikabel und auch nicht notwendig. Entscheidend ist vielmehr, dass im makroskopischen Materialverhalten die Bruchenergie richtig wiedergegeben wird [14], [93].

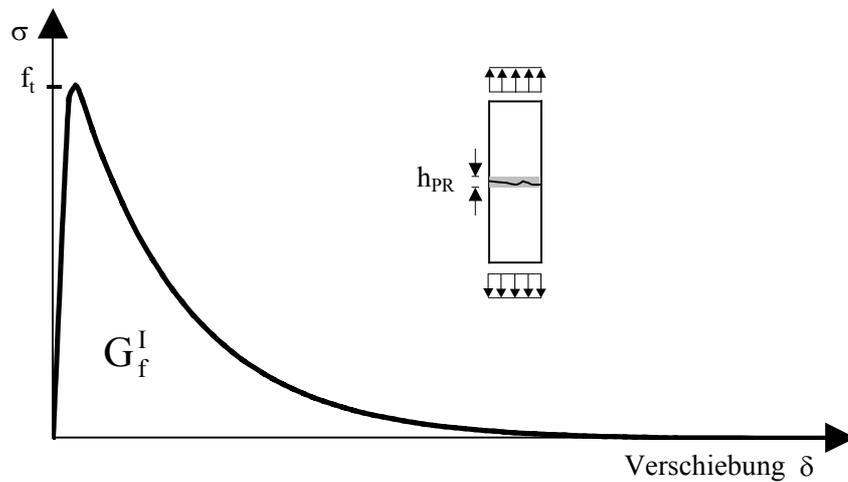


Bild 4.1 Einaxialer Zugversuch, typische Spannungs-Verschiebungsbeziehung

Um die Netzabhängigkeit der Entfestigung zu minimieren und die korrekte Erfassung der Bruchenergie für unterschiedliche Elementgrößen zu gewährleisten, ist eine Modifikation der Arbeitslinie erforderlich. Bei gegebener Rissbandbreite und Bruchenergie lässt sich eine volumenspezifische Bruchenergie in der Form:

$$g_f = \frac{G_f}{h_{PR}} \quad (4.1)$$

mit: g_f volumenspezifische Bruchenergie
 G_f Bruchenergie
 h_{PR} Rissbandbreite

ableiten. Die sich damit ergebende Spannungs-Dehnungsbeziehung ist in Bild 4.2 dargestellt.

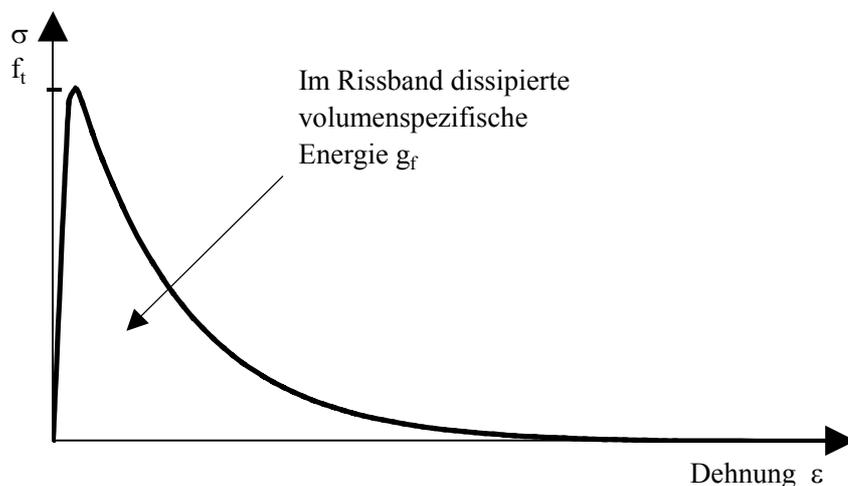


Bild 4.2 Spannungs-Dehnungsbeziehung im Rissband

Für eine Vernetzung der Struktur mit Elementen, die größer sind als die zu erwartende Rissbandbreite, ist die Spannungs-Dehnungsbeziehung dann in der Art zu modifizieren, dass die volumenbezogene Bruchenergie am Integrationspunkt den Wert

$$g_{f,INT} = \frac{h_{PR}}{h} g_f = \frac{G_f}{h} \quad (4.2)$$

mit: $g_{f,INT}$ volumenspezifische Bruchenergie des Integrationspunkts
 h äquivalente Länge

annimmt. Bei Annahme eines linear elastischen Verhaltens bis zum Erreichen der Zugfestigkeit und einer daran anschließenden exponentiellen Entfestigung infolge Zugrissbildung ergibt sich das in Bild 4.3 dargestellte Modell der Spannungs-Dehnungsbeziehung. Dieses Modell gewährleistet die einheitliche Dissipation der Bruchenergie während des Entfestigungsprozesses für unterschiedliche Elementgrößen.

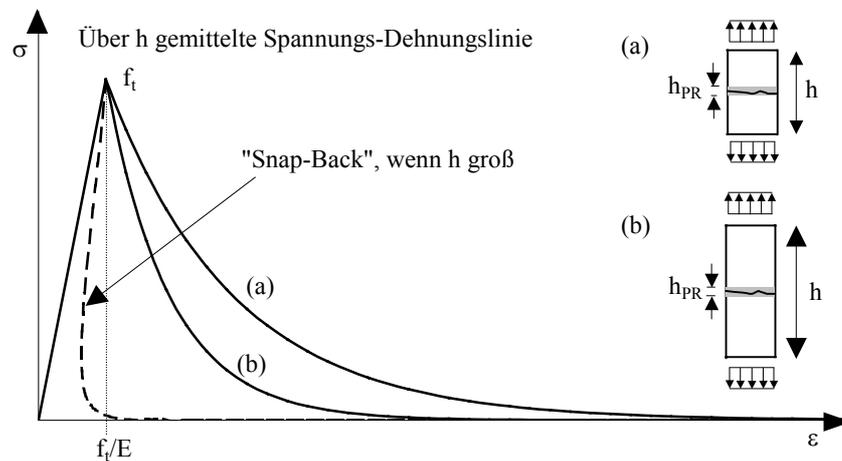


Bild 4.3 Spannungs-Dehnungsbeziehung unter Zugbeanspruchung

Die äquivalente Länge hängt allgemein vom Elementtyp, der Elementgröße, Elementform und von der Integrationsregel ab [82]. Aber auch mit vereinfachten, an die vorhandene Elementgröße gekoppelten Ansätzen lassen sich bei relativ gleichmäßiger Vernetzung gute Ergebnisse erzielen [130] [93]. Danach gilt

für Volumenelemente

und für flächenhafte Elemente

$$h = \sqrt[3]{\frac{V_{EI}}{n_{INT}}} \quad \text{und} \quad h = \sqrt{\frac{A_{EI}}{n_{INT}}} \quad (4.3)$$

mit: n_{INT} - Anzahl der Integrationspunkte; V_{EI} - Elementvolumen; A_{EI} - Elementfläche

Durch die Wahl zu großer Elementabmessungen und damit einer zu großen äquivalenten Länge h kann das in Bild 4.3 dargestellte „Snap-back“ Phänomen auftreten. Unter diesem Phänomen wird ein plötzlicher, instabiler Spannungsabfall, der auch bei verschiebungsgesteuerter Berechnung im Entfestigungsbereich auftritt, verstanden. Zur

Gewährleistung einer stabilen Rechnung muss daher die Elementgröße begrenzt werden. Die kritische äquivalente Länge beträgt

$$h_{\text{krit}} = \frac{2G_f E}{f_t^2}. \quad (4.4a)$$

Für praktische Berechnungen empfehlen Bažant / Oh [13] die äquivalente Länge auf den Wert

$$h \leq \frac{G_f E}{f_t^2}, \quad (4.4b)$$

welcher der in Gleichung (2.1) angegebenen charakteristischen Länge entspricht, zu begrenzen. Eine weitere Möglichkeit zur Stabilisierung der Berechnung besteht in der künstlichen Reduktion der Zugfestigkeit derart, dass Gleichung (4.4b) gerade erfüllt wird. Da dieses Vorgehen aus physikalischer Sicht unzulässig ist, sollte wenn möglich einer Netzverfeinerung der Vorzug gegeben werden.

4.2 Ein räumliches Makromodell für regelmäßiges Mauerwerk

Wie in Kapitel 2.3 dargelegt wurde, belegen die Versuchsergebnisse [80], [38], [29], [64] das an den drei Fugenrichtungen ausgerichtete und damit orthotrope Materialverhalten regelmäßiger Mauerwerkverbände. Außerdem zeigt der Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung zusammen mit der aufnehmbaren Festigkeit und dem Riss- bzw. Entfestigungsverhalten eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Beanspruchungsart (Druck, Schub, Zug). Die auftretenden Versagensmechanismen können allgemein nach Steinversagen, Fugenversagen und Versagen des Verbundes unterschieden werden. Der Einfluss des Reibanteils veranlasst darüber hinaus die Bindung einzelner Versagensmechanismen an das Beanspruchungsniveau. Die Heterogenität der Fugenausbildung und die unterschiedlichen Eigenschaften der beiden Komponenten Stein und Mörtel induzieren den klaren Einfluss der Verbandsausbildung auf das Rissverhalten des Mauerwerks. All diese Abhängigkeiten verdeutlichen den komplexen Charakter des Verhaltens regelmäßigen Mauerwerks, dessen realitätsnahe Festigkeitsbeschreibung nur mit Hilfe einer zusammengesetzten Versagensbedingung gelingen kann. Der in Kapitel 2.3.1.6 ausgeführte Vergleich der existierenden, experimentell abgesicherten Versagensbedingungen zeigt die Vorzüge der Formulierung von Ganz [38] auf. Deswegen wird diese Versagensbedingung im Rahmen des hier vorgeschlagenen elastoplastischen Materialmodells in angepasster Form als zusammengesetzte Fließbedingung verwendet. Neben einigen Modifikationen zur Gewährleistung einer konsistenten numerischen Umsetzbarkeit werden folgende Erweiterungen vorgenommen:

- Zur Berücksichtigung des parallel zur Lagerfuge gerichteten Zugversagens (Fugenversagen gem. Bild 2.22, Rissbild a) wird die Versagensbedingung um

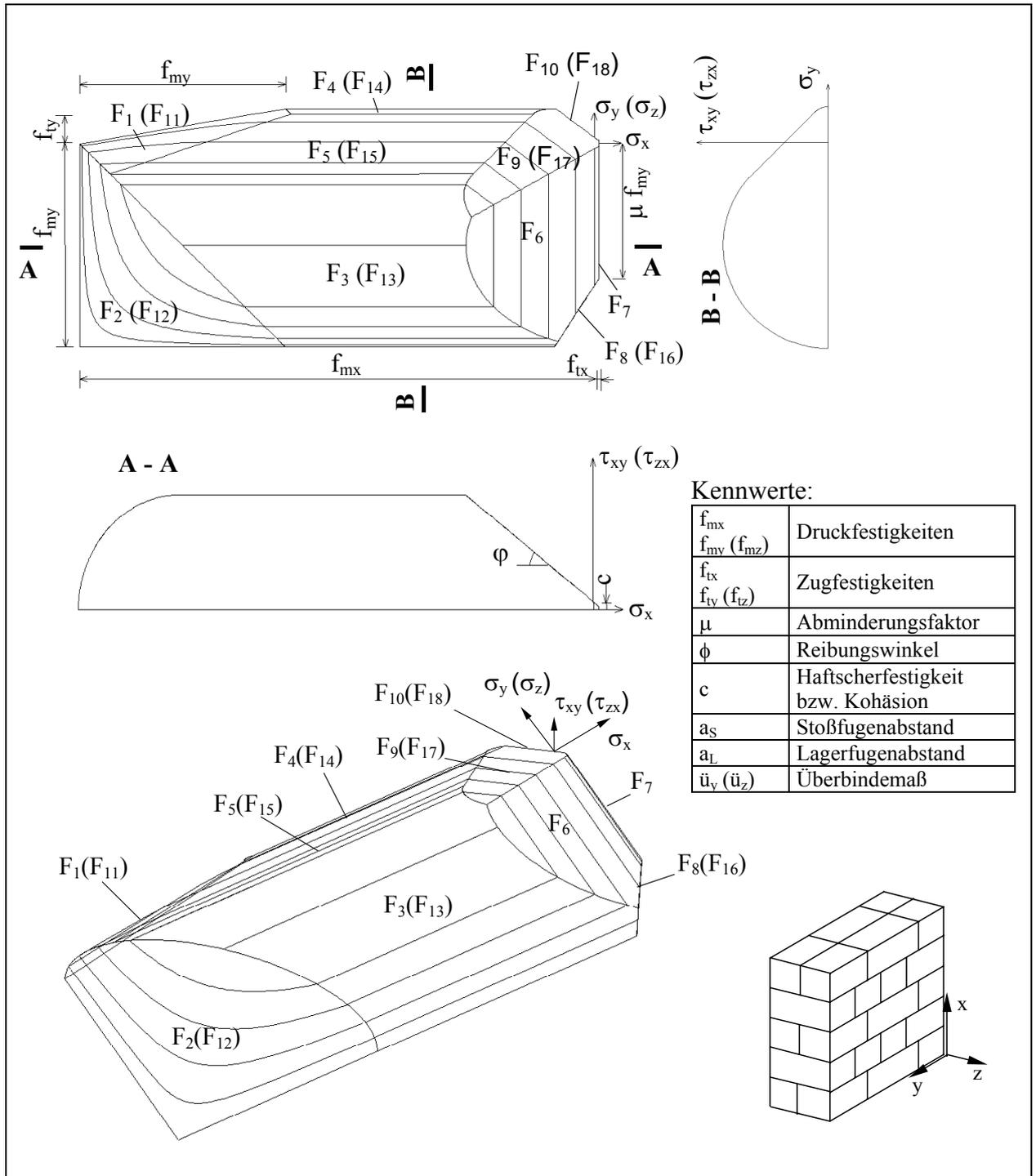


Bild 4.4 Erweiterte Fließbedingung nach Ganz für regelmäßige Mauerwerkverbände

die Kriterien F_{10} bzw. F_{18} ergänzt.

- Für die Einbeziehung des anisotropen Ver- und Entfestigungsverhaltens werden die einzelnen Fließkriterien in Abhängigkeit der zugehörigen Ver- bzw. Entfestigungsparameter formuliert.
- Die ursprünglich im ebenen Spannungszustand aufgestellte Versagensbedingung wird in zwei Schritten auf den räumlichen Spannungszustand erweitert. Zunächst wird im ersten Schritt die senkrecht zur Wandebene auftretende Schubspannung in die Versagensbedingung aufgenommen. Es ergibt sich eine aus zehn Fließkriterien

(F_1 bis F_{10}) zusammengesetzte Fließbedingung, welche für die Berechnung vorwiegend flächig (als Scheibe und Platte) beanspruchter Mauerwerkstrukturen geeignet ist. Im zweiten Schritt wird die Festigkeitsbeschreibung zur Untersuchung dreidimensional gemauerter und beanspruchter Verbände um acht weitere Kriterien (F_{11} bis F_{18}) ergänzt. Diese Kriterien ergeben sich aus einer Analogiebetrachtung. Dabei wird vorausgesetzt, dass der Mauerwerkverband mit seinen drei Fugenrichtungen das Materialverhalten grundlegend prägt. Da bei räumlich gemauerten Strukturen den Verbandsregeln entsprechend die beiden vertikalen Fugenarten (Stoß- und Längsfuge) versetzt und die Lagerfugen durchgehend ausgebildet sind, wird angenommen, dass die Versagensmechanismen in den beiden Richtungen senkrecht zur Stoßfuge und senkrecht zur Längsfuge ähnlich und grundsätzlich durch gleiche Versagenskriterien beschreibbar sind. Diese Analogiebetrachtung lehnt sich an die Vorgehensweise in der Felsmechanik [132] zur Beschreibung von geklüftetem Fels mit linearem Trennflächengefüge unter der Annahme transversal isotropen Verhaltens an. Sie wird in dieser Arbeit zur Erfassung räumlicher Tragstrukturen notwendig, da Versuchsergebnisse über die Versagensarten dreidimensional gemauerter Verbände nicht verfügbar sind.

Eine ausführlichere Dokumentation der einzelnen Fließkriterien sowie der Modifikationen und Erweiterungen wird in Kapitel 4.2.2 vorgenommen. In Bild 4.4 ist die verwendete Versagensbedingung dargestellt.

4.2.1 Verformungsverhalten

Für die Beschreibung des Verformungsverhaltens von Mauerwerk wird ein elastoplastisches Materialmodell gewählt. Wie in Kapitel 3.3 beschrieben wird dabei der Dehnungsvektor in einen elastischen und einen plastischen Anteil (Gleichung 3.15) aufgeteilt.

Wie die Versuche von Mojsilović [80] bestätigen, kann der elastische Bereich der Spannungs-Dehnungsbeziehung mit einer orthotropen Elastizitätsmatrix D , die von neun unabhängigen Elastizitätskonstanten beschrieben wird, nach dem Hookeschen Gesetz (Gleichung 3.16) zutreffend erfasst werden.

$$[D]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\nu_{xy}/E_y & -\nu_{zx}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{xy}/E_x & 1/E_y & -\nu_{yz}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{zx}/E_x & -\nu_{yz}/E_y & 1/E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{zx} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

mit:	E	Elastizitätsmodul des Mauerwerkverbands in den indizierten Richtungen
	ν	Querdehnzahl des Mauerwerkverbands in den indizierten Richtungen
	G	Schubmodul des Mauerwerkverbands in den indizierten Richtungen

Das Ver- und Entfestigungsverhalten des Mauerwerks wird in dieser Arbeit durch den irreversiblen, plastischen Anteil des Dehnungsvektors gesteuert (strain hardening / softening). Die diesbezüglichen Plastizitätstheoretischen Grundlagen wurden im Kapitel 3.3 erläutert. Das quantitative Ausmaß der Ver- bzw. Entfestigung ist damit von der Größe der auftretenden plastischen Dehnungen, die durch den Ver- bzw. Entfestigungsparameter κ ausgedrückt werden, abhängig.

$$\kappa = \kappa(\varepsilon^{pl}) \quad (4.6)$$

Die Evolution der Ver- und Entfestigung wird durch Ver- bzw. Entfestigungsfunktionen

$$\Omega = \Omega(\kappa) \quad \text{wobei:} \quad 0 \leq \Omega(\kappa) \leq 1 \quad (4.7)$$

beschrieben. Die in dieser Arbeit eingeführte Kopplung der Verfestigungsfunktionen an die einzelnen Festigkeitswerte der Versagensbedingung ermöglicht die experimentell verifizierbare Einbeziehung der Materialdegradation.

$$\tilde{\sigma}(\kappa) = \tilde{\sigma} \cdot \Omega(\kappa) \quad (4.8)$$

mit: $\tilde{\sigma}$ Festigkeitswert

Wie im Folgenden gezeigt wird, kann dadurch auch die Anisotropie der Ver- und Entfestigung auf einfache Weise berücksichtigt werden.

Bei regelmäßigem Mauerwerk ist das Verformungsverhalten insbesondere von der Fugenrichtung und der Beanspruchungsart abhängig. Wie in Kapitel 2.3 dargestellt, können dabei grundsätzlich folgende Verläufe der Spannungsdehnungslinien angenommen werden:

- Für das Zugversagen der Mörtelfuge (Kapitel 2.3.1.3) und des Steins (Kapitel 2.1.3, 2.3.1.5) wird der in Bild 4.5 dargestellte Verlauf angenommen. Die exponentielle Entfestigung hängt dabei von der in Kapitel 4.1.1 beschriebenen Bruchenergie-dissipation ab.
- Das im Versuch beobachtete Schubversagen der Fugen (Kapitel 2.3.1.4, 2.3.1.5) ist durch eine exponentielle Degradation der Haftscherfestigkeit und einen linearen Abbau des Reibungswinkels φ_0 auf einen Restreibungswinkel φ_r beschreibbar. Die entsprechend angenommene Spannungs-Dehnungslinie ist in Bild 4.6 dargestellt. Das Entfestigungsmodell der Haftscherfestigkeit c wurde in Analogie zu dem in Kapitel 4.1.1 beschriebenen Vorgehen gewählt. Dabei wird unterstellt, dass für den vollständigen Abbau der Haftscherfestigkeit eine Bruchenergie G_{fj}^{II} (Mode II - Scherversagen), welche auch experimentell durch van der Pluijm [92] ermittelt wurde, dissipiert werden muss.
- Die typische Spannungs-Dehnungslinie für Mauerwerk unter Druckbeanspruchung ist in Kapitel 2.3.1.1 und 2.3.1.2 dargestellt. Sie wird durch

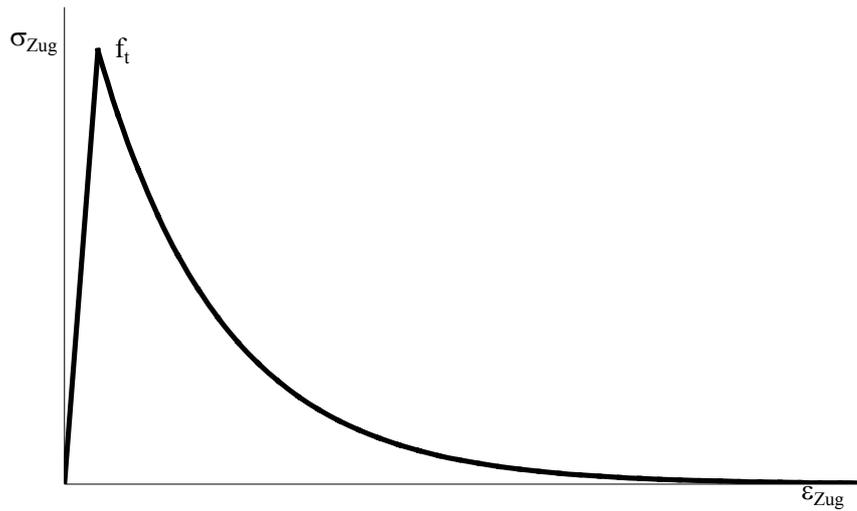


Bild 4.5 Spannungs- Dehnungslinie bei Zugbeanspruchung

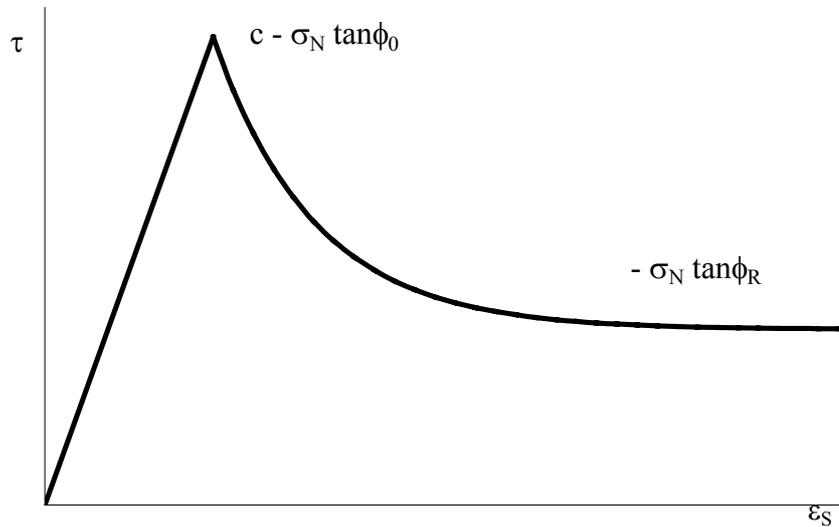


Bild 4.6 Spannungs-Dehnungslinie bei Schubbeanspruchung der Lagerfuge

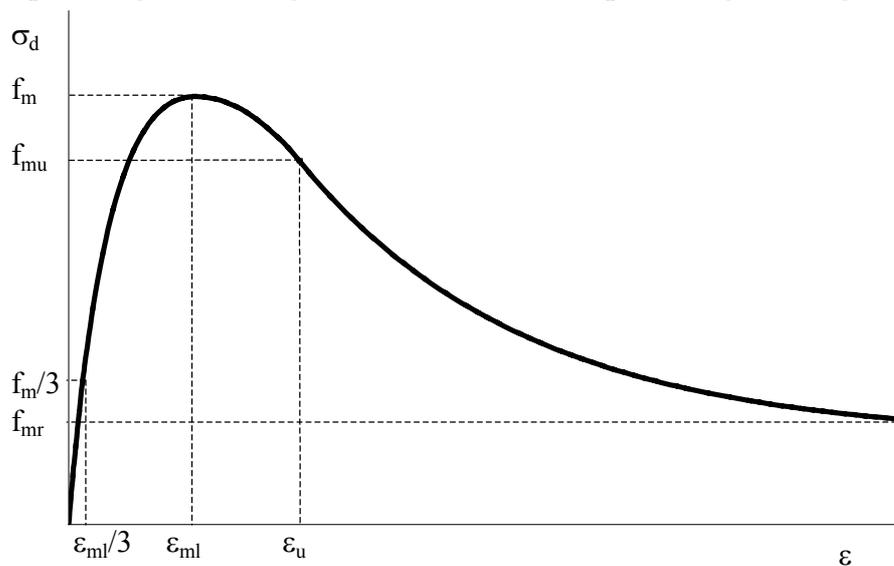


Bild 4.7 Spannungs-Dehnungslinie bei Druckbeanspruchung

den in Bild 4.7 dargestellten, in vier Bereiche unterteilten Verlauf angenähert. Die angegebenen Freiwerte der vier Funktionen sind für viele Mauerwerksarten bekannt und u.a. in [109], [51], [41] angegeben. Aufgrund der guten Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen mehrerer Mauerwerkarten [41] wird für den nichtlinearen Verlauf des ansteigenden Asts bis zum Erreichen der Druckfestigkeit der Ansatz des Eurocode 2 [143] verwendet.

In Bild 4.8 ist die im Ver- und Entfestigungsverlauf auftretende Gestaltsänderung der Fließfläche abgebildet. Die gleichzeitige Darstellung der Ver- bzw. Entfestigung infolge Zug-, Schub- und Druckbeanspruchung soll dabei der Anschaulichkeit dienen. Wie nachfolgend gezeigt wird, ist in der hier vorgestellten Materialbeschreibung die Ver- bzw. Entfestigung in Abhängigkeit der auftretenden Beanspruchungsart formuliert.

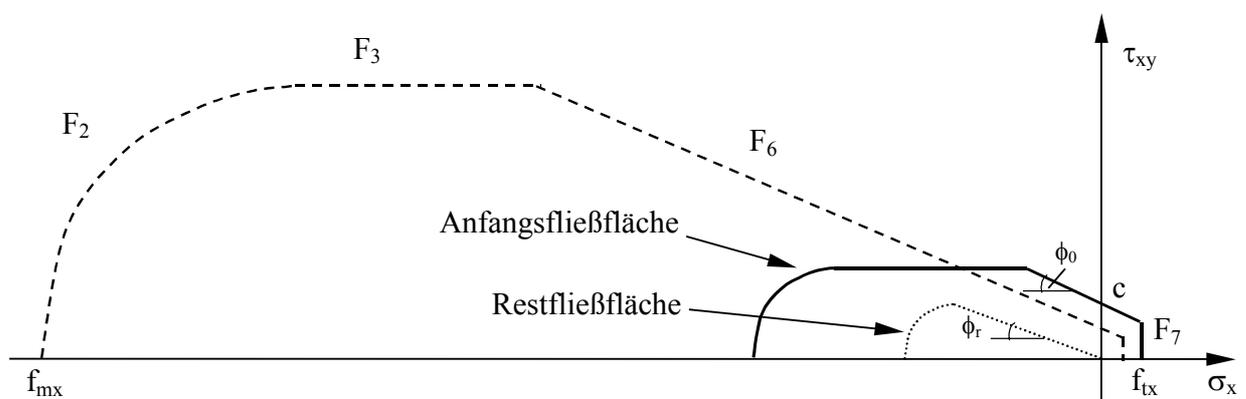


Bild 4.8 Veränderung der Fließfläche im Ver- und Entfestigungsverlauf

4.2.1.1 Entfestigung bei Zug- und Schubversagen der Lagerfuge

Die Entfestigung der Zugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge (x-Richtung) wird in Abhängigkeit der zugehörigen plastischen Dehnungskomponente angenommen. Damit ergibt sich der Entfestigungsparameter als Summe der plastischen Dehnungskomponenten all jener Fließkriterien, die zum Aufreißen der Lagerfuge einen Beitrag leisten.

$$d\kappa_{tx} = d\varepsilon_{x6}^{pl} + d\varepsilon_{x7}^{pl} + d\varepsilon_{x8}^{pl} + d\varepsilon_{x9}^{pl} + d\varepsilon_{x10}^{pl} + d\varepsilon_{x16}^{pl} + d\varepsilon_{x17}^{pl} + d\varepsilon_{x18}^{pl} \quad (4.9)$$

mit: $d\varepsilon_{xi}^{pl}$ plastische Dehnungskomponente in x-Richtung des Fließkriteriums i

Der Abbau der Schubfestigkeit der Lagerfuge wird durch die resultierende plastische Gleitung in der Lagerfugenebene gesteuert.

$$d\kappa_s = \sqrt{d\varepsilon_{xy}^{pl2} + d\varepsilon_{zx}^{pl2}} \quad (4.10)$$

Hierbei werden die Anteile aller Fließkriterien, die am Schubversagen der Lagerfuge beteiligt sind, addiert.

$$d\varepsilon_{xy}^{pl} = d\varepsilon_{xy6}^{pl} + d\varepsilon_{xy9}^{pl} + d\varepsilon_{y10}^{pl} \quad d\varepsilon_{zx}^{pl} = d\varepsilon_{zx6}^{pl} + d\varepsilon_{zx17}^{pl} + d\varepsilon_{z18}^{pl} \quad (4.11)$$

mit : $d\varepsilon_{xy\ i}^{pl}$ plastische Dehnungskomponente in xy-Richtung des Fließkriteriums i
 $d\varepsilon_{zx\ i}^{pl}$ plastische Dehnungskomponente in zx-Richtung des Fließkriteriums i

Beide Festigkeitsparameter Haftzugfestigkeit f_{tx} und Haftscherfestigkeit c sind Kenngrößen des Haftverbundes zwischen Stein und Mörtel. Deshalb erscheint es aus werkstoffmechanischer und numerischer Sicht sinnvoll, beide Versagensmechanismen (Zug- und Schubversagen) zu koppeln und die Zerstörung des Haftverbundes durch eine synchronisierte Entfestigung beider Kenngrößen zu beschreiben [62]. Demzufolge tritt bei Aktivität eines der Fließkriterien eine Degradation beider Festigkeitsgrößen auf. Die Kopplung geschieht über die Kombination der Entfestigungsparameter in der Form:

$$\text{für die Zugentfestigung:} \quad d\kappa_{ftx} = \sqrt{d\kappa_{tx}^2 + (v_{tx} d\kappa_s)^2} \quad (4.12)$$

$$\text{für die Schubentfestigung:} \quad d\kappa_{sc} = \sqrt{d\kappa_s^2 + (v_c d\kappa_{tx})^2} \quad (4.13)$$

$$\text{wobei:} \quad v_{tx} = \frac{G_{fj}^I c}{G_{fj}^{II} f_{tx}} \quad v_c = \frac{G_{fj}^{II} f_{tx}}{G_{fj}^I c} \quad (4.14)$$

mit: G_{fj}^I Bruchenergie bei Zugversagen der Mörtelfuge
 G_{fj}^{II} Bruchenergie bei Haftscherversagen der Mörtelfuge

Für die Ermittlung der plastischen Multiplikatoren gemäß Gleichung (3.42) werden die partiellen Ableitungen der Entfestigungsparameter benötigt. Diese ergeben sich zu

$$\frac{\partial \kappa_{ftx}}{\partial \lambda_6} = \frac{d\kappa_{tx} \frac{\partial Q_6}{\partial \sigma_x} + v_t^2 \left(d\varepsilon_{xy}^{pl} \frac{\partial Q_6}{\partial \tau_{xy}} + d\varepsilon_{zx}^{pl} \frac{\partial Q_6}{\partial \tau_{zx}} \right)}{d\kappa_{ftx}} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \kappa_{ftx}}{\partial \lambda_7} = \frac{\partial \kappa_{ftx}}{\partial \lambda_8} = \frac{\partial \kappa_{ftx}}{\partial \lambda_{16}} = \frac{d\kappa_{tx}}{d\kappa_{ftx}}$$

$$\frac{\partial \kappa_{ftx}}{\partial \lambda_9} = \frac{d\kappa_{tx} \frac{\partial Q_9}{\partial \sigma_x} + v_t^2 d\varepsilon_{xy}^{pl} \frac{\partial Q_9}{\partial \tau_{zx}}}{d\kappa_{ftx}} \quad \frac{\partial \kappa_{ftx}}{\partial \lambda_{17}} = \frac{d\kappa_{tx} \frac{\partial Q_{17}}{\partial \sigma_x} + v_t^2 d\varepsilon_{xy}^{pl} \frac{\partial Q_{17}}{\partial \tau_{zx}}}{d\kappa_{ftx}}$$

$$\frac{\partial \kappa_{ftx}}{\partial \lambda_{10}} = \frac{d\kappa_{tx} \frac{\partial Q_{10}}{\partial \sigma_x}}{d\kappa_{ftx}} \quad \frac{\partial \kappa_{ftx}}{\partial \lambda_{18}} = \frac{d\kappa_{tx} \frac{\partial Q_{18}}{\partial \sigma_x}}{d\kappa_{ftx}}$$

bzw.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \kappa_{sc}}{\partial \lambda_6} &= \frac{d\varepsilon_{xy}^{pl} \frac{\partial Q_6}{\partial \tau_{xy}} + d\varepsilon_{zx}^{pl} \frac{\partial Q_6}{\partial \tau_{zx}} + v_c^2 d\kappa_{tx} \frac{\partial Q_6}{\partial \sigma_x}}{d\kappa_{sc}} & \frac{\partial \kappa_{sc}}{\partial \lambda_7} &= \frac{\partial \kappa_{sc}}{\partial \lambda_8} = \frac{\partial \kappa_{sc}}{\partial \lambda_{16}} = \frac{v_c^2 d\kappa_{tx}}{d\kappa_{sc}} \\
\frac{\partial \kappa_{sc}}{\partial \lambda_9} &= \frac{d\varepsilon_{xy}^{pl} \frac{\partial Q_9}{\partial \tau_{xy}} + v_c^2 d\kappa_{tx} \frac{\partial Q_9}{\partial \sigma_x}}{d\kappa_{sc}} & \frac{\partial \kappa_{sc}}{\partial \lambda_{17}} &= \frac{d\varepsilon_{xy}^{pl} \frac{\partial Q_{17}}{\partial \tau_{xy}} + v_c^2 d\kappa_{tx} \frac{\partial Q_{17}}{\partial \sigma_x}}{d\kappa_{sc}} \\
\frac{\partial \kappa_{sc}}{\partial \lambda_{10}} &= \frac{d\varepsilon_{xy}^{pl} + v_c^2 d\kappa_{tx} \frac{\partial Q_{10}}{\partial \sigma_x}}{d\kappa_{sc}} & \frac{\partial \kappa_{sc}}{\partial \lambda_{18}} &= \frac{d\varepsilon_{xy}^{pl} + v_c^2 d\kappa_{tx} \frac{\partial Q_{18}}{\partial \sigma_x}}{d\kappa_{sc}}.
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Für die Entfestigung der Zug- und Haftscherfestigkeit wird in Anlehnung an [62] jeweils ein exponentieller Verlauf unterstellt. Damit gilt für die Entfestigungsfunktion

der Zugfestigkeit f_{tx} :
$$\Omega_{f_{tx}} = e^{-\left(\frac{h f_{tx}}{G_{II}^I} \kappa_{f_{tx}}\right)} \tag{4.17}$$

und der Haftscherfestigkeit c :
$$\Omega_c = e^{-\left(\frac{h c}{G_{II}^I} \kappa_{sc}\right)}. \tag{4.18}$$

Beide Funktionen zeigen eine gute Übereinstimmung mit verfügbaren Versuchsergebnissen [90], [91], [92]. Mit einsetzenden plastischen Schubgleitungen fällt auch infolge der Zerstörung der Verzahnung zwischen den Rissflanken der Reibungswinkel φ von einem Anfangswert φ_0 auf einen Restwert φ_r ab. Diese Degradation wird mit einem linearen Verlauf angenommen.

$$\tan \varphi(\kappa_s) = \tan \varphi_0 + (\tan \varphi_r - \tan \varphi_0)(1 - \Omega_\varphi). \tag{4.19}$$

Die Steuerung der Progressivität des Entfestigungsvorgangs erfolgt in einer zu (4.18) analogen Weise.

$$\Omega_\varphi = e^{-\left(\frac{h c}{G_{II}^I} \kappa_s\right)}. \tag{4.20}$$

Mit der Verminderung des Verzahnungsgrades geht auch eine Reduktion des Dilatanzwinkels ψ , der eine Aufweitung der Gleitfuge beschreibt, einher. Die physikalisch sinnvolle Obergrenze ist durch die Bedingung

$$\psi \leq \varphi \tag{4.21}$$

gegeben [126]. Wie sich in Schubversuchen [92] (Kapitel 2.3.1.4) gezeigt hat, ist der Abbau des Dilatanzwinkels von der Normalspannung abhängig, was bei der Formulierung der Entfestigungsfunktion Ω_ψ berücksichtigt wird.

$$\Omega_{\psi} = e^{-\left(\frac{h f_s}{G_{\text{FB}}^{\text{II}}} \kappa_s\right)} \quad (4.22)$$

mit: $f_s = |\sigma_x \tan \phi|$ wenn $\sigma_x \tan \phi < 0$.

Bei auftretenden Zug-Normalspannungen ändert sich demzufolge der Dilatanzwinkel nicht. Größere Druck-Normalspannungen führen zu einem schnelleren Abbau des Dilatanzwinkels.

4.2.1.2 Entfestigung bei Zugversagen parallel zur Lagerfuge (Steinversagen)

Wie die in Kapitel 2.3.1.5 vorgestellten Versuche von Backes [6] zeigen, kann das Zugversagen parallel zur Lagerfuge grundsätzlich in Abhängigkeit vom Niveau der Normaldruckspannung σ_x als Fugenversagen (Kriterien F_{10} F_{18}) oder als Steinversagen (Kriterien F_1 , F_4 , F_{11} , F_{14}) auftreten. Während das Fugenversagen als Reibungsversagen auf der Lagerfuge in den unter 4.2.1.1 dargelegten Formulierungen enthalten ist, soll nachstehend auf die Entfestigung infolge Steinversagens eingegangen werden. Dabei wird die Degradation der horizontalen Zugfestigkeiten f_{ty} bzw. f_{tz} durch die jeweils gleichgerichteten plastischen Dehnungskomponenten der betreffenden Fließkriterien gesteuert. Die Entfestigungsparameter ergeben sich damit zu

$$d\kappa_{f_{ty}} = d\varepsilon_{y1}^{\text{pl}} + d\varepsilon_{y4}^{\text{pl}} \quad (4.23)$$

$$d\kappa_{f_{tz}} = d\varepsilon_{y11}^{\text{pl}} + d\varepsilon_{y14}^{\text{pl}}. \quad (4.24)$$

Die für die Ermittlung der plastischen Multiplikatoren (Gleichung 3.42) erforderlichen partiellen Ableitungen der Entfestigungsparameter haben folgende Form

$$\frac{\partial \kappa_{f_{ty}}}{\partial \lambda_1} = \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma_y} \quad \frac{\partial \kappa_{f_{tz}}}{\partial \lambda_{11}} = \frac{\partial Q_{11}}{\partial \sigma_z} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \kappa_{f_{ty}}}{\partial \lambda_4} = \frac{\partial Q_4}{\partial \sigma_y} \quad \frac{\partial \kappa_{f_{tz}}}{\partial \lambda_{14}} = \frac{\partial Q_{14}}{\partial \sigma_z}.$$

Für die Entfestigungsfunktionen wird in Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen (Kapitel 2.1.3, 2.3.1.5) und dem unter Kapitel 4.1.1 beschriebenen Vorgehen ein von der Bruchenergie des Steins infolge Zugversagens G_{FB}^{I} abhängiger, exponentieller Verlauf angenommen.

$$\Omega_{f_{ty}} = e^{-\left(\frac{h f_{ty}}{G_{\text{FB}}^{\text{I}}} \kappa_{f_{ty}}\right)} \quad \text{und} \quad \Omega_{f_{tz}} = e^{-\left(\frac{h f_{tz}}{G_{\text{FB}}^{\text{I}}} \kappa_{f_{tz}}\right)} \quad (4.26)$$

mit: G_{FB}^{I} Bruchenergie bei Zugversagen des Steins

4.2.1.3 Ver- und Entfestigung bei Druckbeanspruchung

Das nichtlineare Verformungsverhalten im Druckbereich wird durch die in Gleichung (3.20) angegebene Form des Ver- und Entfestigungsparameters gesteuert. Es gilt

$$d\kappa_{fm} = \frac{1}{\sigma_e} \{\sigma\}^T d\varepsilon_m^{pl} \quad (4.27)$$

mit: $\sigma_e = f_{mx}(\kappa_{fm})$ Vergleichsspannung

$$d\varepsilon_m^{pl} = d\varepsilon_2^{pl} + d\varepsilon_3^{pl} + d\varepsilon_{12}^{pl} + d\varepsilon_{13}^{pl} .$$

Die partiellen Ableitungen des Ver- und Entfestigungsparameters, die für die Ermittlung der plastischen Multiplikatoren (Gleichung 3.42) benötigt werden, ergeben sich wie folgt

$$\begin{aligned} \frac{\partial \kappa_{fm}}{\partial \lambda_2} &= \frac{1}{\sigma_e} \{\sigma\}^T \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} & \frac{\partial \kappa_{fm}}{\partial \lambda_3} &= \frac{1}{\sigma_e} \{\sigma\}^T \frac{\partial Q_3}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial \kappa_{fm}}{\partial \lambda_{12}} &= \frac{1}{\sigma_e} \{\sigma\}^T \frac{\partial Q_{12}}{\partial \sigma} & \frac{\partial \kappa_{fm}}{\partial \lambda_{13}} &= \frac{1}{\sigma_e} \{\sigma\}^T \frac{\partial Q_{13}}{\partial \sigma} . \end{aligned} \quad (4.28)$$

mit: $\frac{\partial Q_i}{\partial \sigma}$ partielle Ableitungen des plastischen Potentials (Kapitel 4.2.2)

Die Interaktion der Ver- und Entfestigung infolge zweiaxialer Druckbelastung in den Richtungen senkrecht bzw. parallel zur Lagerfuge ist durch Versuche nicht belegt. Daher wird zur Vereinfachung der elastoplastischen Algorithmen im Druckbereich von einer isotropen Ver- bzw. Entfestigung ausgegangen. Diese Annahme führt zu einer gleichartigen Gestaltänderung (Vergrößerung bei Verfestigung bzw. Verkleinerung bei Entfestigung) der Fließkriterien im Druckbereich F_2, F_3, F_{12}, F_{13} . Im Bild 4.9 ist die verwendete Ver- und Entfestigungsfunktion im Druck-Druck Bereich dargestellt. Sie besteht aus drei Bereichen, deren Funktionen in Tabelle 4.1 zusammengestellt sind.

Der Verlauf kann durch die angegebenen Stützstellen an vorhandene Versuchsergebnisse sehr gut angepasst werden. Aus numerischen Gründen wird ein geringes Restspannungsniveau Ω_r zugelassen, damit das Volumen der Fließfigur nicht Null und die Spannungsrückführung nicht instabil wird.

Ein Ansatz für eine möglichst netzunabhängige Entfestigung wurde in Kapitel 4.1.1 für die Rissbildung infolge Zugbeanspruchung vorgestellt. Der gleiche Lösungsweg wird von einigen Autoren [62], [93] auch für den Druckbereich durch Einführung einer "Zerstauchungsenergie" verfolgt. Da es für Mauerwerk keinen experimentellen Nachweis für diese Vorgehensweise gibt und der Versagensmechanismus infolge Druckversagens sich deutlich von dem des Zugversagens unterscheidet, ist eine abschließende Wertung schwierig und soll hier auch nicht weiter verfolgt werden.

Verfestigungsbereich $\kappa_{fm} < \kappa_{ml}$ nach EC2 [143]

$$\Omega_{fm} = -\frac{E \left[\kappa_{fm} (E \varepsilon_{ml} (k-2) + 2f_{mx}) - f_{mx} k \varepsilon_{ml} + E \varepsilon_{ml}^2 - \sqrt{A} \right]}{2(f_{mx} \varepsilon_{ml} E (k-2) + f_{mx}^2)} \quad (4.29)$$

mit:
$$A = \varepsilon_{ml}^2 \left[2E(\kappa_{fm} E (-2\varepsilon_{ml} - 2\kappa_{fm} k) + f_{mx} (\kappa_{fm} k^2 + 2\kappa_{fm} - \varepsilon_{ml} k)) + (2\kappa_{fm} E - k f_{mx})^2 + (E \kappa_{fm} k + E \varepsilon_{ml})^2 \right]$$

$k = k_{1/3} \quad \beta \quad k_{1/3} = \frac{E \varepsilon_{ml}}{f_{mx}} \quad \beta = \frac{3}{2} - \frac{1}{k_{1/3}} + \frac{1}{2k_{1/3}^2} \quad E = E_{1/3}$

$$\frac{\partial \Omega_{fm}}{\partial \kappa_{fm}} = -\frac{1}{2} \frac{E \left(E \varepsilon_{ml} (k-2) + 2f_{mx} - \frac{1}{2} \frac{Z}{\sqrt{A}} \right)}{f_{mx} (\varepsilon_{ml} E k - 2\varepsilon_{ml} E + f_{mx})}$$

mit:
$$Z = \varepsilon_{ml}^2 \left(2E(-2E \varepsilon_{ml} + 4E \kappa_{fm} (1-k) + f_{mx} (k^2 + 2 - 2k)) + k(E \kappa_{fm} k + \varepsilon_{ml} E) \right)$$

Entfestigungsbereich $\kappa_{ml} < \kappa_{fm} < \kappa_u$

$$\Omega_{fm} = 1 - 0,15 \left(\frac{\kappa_{fm} - \kappa_{ml}}{\kappa_u - \kappa_{ml}} \right)^2 \quad \frac{d\Omega_{fm}}{d\kappa_{fm}} = -0,30 \frac{\kappa_{fm} - \kappa_{ml}}{(\kappa_u - \kappa_{ml})^2} \quad (4.30)$$

Entfestigungsbereich $\kappa_u < \kappa_{fm}$

$$\Omega_{fm} = \Omega_r + (0,85 - \Omega_r) \exp(m) \quad \frac{d\Omega_{fm}}{d\kappa_{fm}} = -\frac{0,3}{\kappa_u - \kappa_{ml}} \exp(m) \quad (4.31)$$

mit:
$$m = \frac{-0,30 (\kappa_{fm} - \kappa_u)}{(\kappa_u - \kappa_{ml}) (0,85 - \Omega_r)}$$

Tabelle 4.1 Ver- und Entfestigungsfunktion im Druckbereich

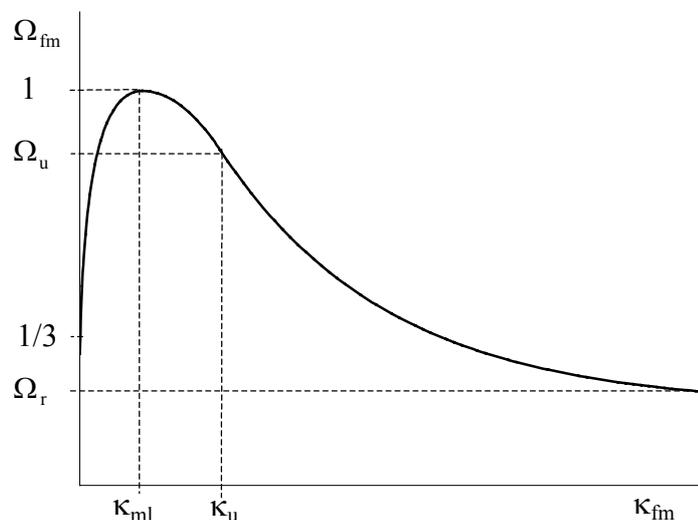


Bild 4.9 Ver- und Entfestigungsfunktion im Druckbereich

4.2.2 Kriterien der zusammengesetzten Versagensbedingung

Im Folgenden werden die einzelnen Kriterien der hier verwendeten (in Bild 4.4 dargestellten) modifizierten und erweiterten Versagensbedingung nach Ganz [38] erläutert. Die Gleichungen für die Kriterien F_{11} , F_{12} , F_{13} , F_{14} , F_{15} , F_{16} , F_{17} , F_{18} ergeben sich jeweils analog zu den angegebenen Kriterien F_1 , F_2 , F_3 , F_4 , F_5 , F_8 , F_9 , F_{10} durch den Austausch der Indizes y durch z und xy durch zx . Auf eine Darstellung wird daher verzichtet.

Im Bild 4.10 sind die im Mauerwerkverband vorkommenden Rissarten dargestellt. Zur Steigerung der Anschaulichkeit der nachstehenden Ausführungen werden die Versagensmechanismen der jeweiligen Fließkriterien den damit verbundenen typischen Rissbildungen, die im Rahmen des hier verwendeten Modells äquivalent durch plastische Dehnungen abgebildet werden, zugeordnet.

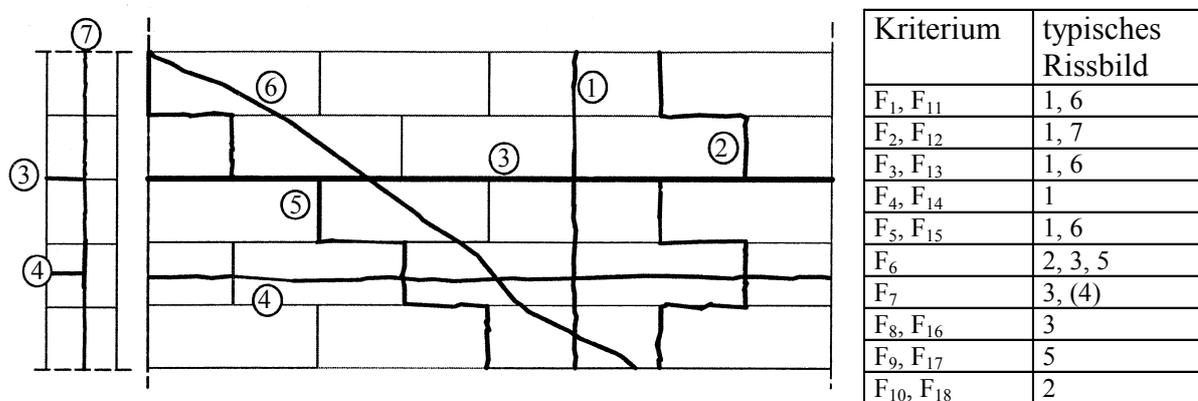


Bild 4.10 Typische Rissarten im Mauerwerk [1] - Zuordnung der Fließkriterien

F_1 (F_{11}): Steinzugversagen

Ganz führt dieses Kriterium zur Begrenzung der Hauptzugspannungen im Stein ein. Dabei wird der Zusammenhang zwischen aufnehmbaren horizontalen Zugspannungen σ_y bei gleichzeitig auftretenden großen vertikalen Druckspannungen σ_x formuliert. Geometrisch wird dieses Kriterium durch einen Kegelausschnitt beschrieben.

$$F_1 = (1 + \omega_{my})^2 \tau_{xy}^2 + [\omega_{my}(\sigma_x + f_{mx} \Omega_{fm}) - \sigma_y][\sigma_x + \Omega_{fm}(f_{mx} - f_{my}) - \omega_{my}(\sigma_y + f_{my} \Omega_{fm})] \quad (4.32)$$

$$\text{mit: } \omega_{my} = \frac{f_{ty} \Omega_{fty}}{f_{my} \Omega_{fm}}$$

Die Schnittgerade zum Kriterium F_5 , welche zur Vermeidung einer Unterschneidung als Definitionsbereichsgrenze eingeführt wird, ergibt sich zu:

$$\sigma_{x(F_1=F_5)} = -\frac{1}{2} \left[2f_{mx} \Omega_{fm} - f_{my} \Omega_{fm} (1 + \omega_{my}) - \sigma_y \left(\omega_{my} + \frac{1}{\omega_{my}} \right) \right]. \quad (4.33)$$

Die erforderlichen Ableitungen ergeben sich wie folgt:

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right\} = & \begin{Bmatrix} \omega_{my} (2\sigma_x + \Omega_{fm} (2f_{mx} - f_{my}) - f_{ty} \Omega_{fty}) - \sigma_y (\omega_{my}^2 + 1) \\ -\sigma_x (\omega_{my}^2 + 1) + 2\sigma_y \omega_{my} - f_{mx} \Omega_{fm} (\omega_{my}^2 + 1) + f_{my} \Omega_{fm} (1 + \omega_{my}) \\ 0 \\ 2\tau_{xy} (1 + \omega_{my})^2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \left\{ \frac{\partial^2 Q_1}{\partial \sigma^2} \right\} = & \{2\omega_{my}, 2\omega_{my}, 0, 2(1 + \omega_{my})^2, 0, 0\}^T \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \kappa_{fty}} = \frac{\omega_{my} f_{ty} h}{G_{fB}^I} \left[-2\tau_{xy}^2 (1 + \omega_{my}) - (\sigma_x + f_{mx} \Omega_{fm}) (\sigma_x + \Omega_{fm} (f_{mx} - f_{my}) - \omega_{my} (\sigma_y + f_{my} \Omega_{fm})) + (\omega_{my} (\sigma_x + f_{mx} \Omega_{fm}) - \sigma_y) (\sigma_y + f_{my} \Omega_{fm}) \right].$$

F₂ (F₁₂): Druckversagen des Mauerwerks

Aus der Linearkombination der aufnehmbaren Druckspannungen ein- und zweiachsig beanspruchter Querschnittsanteile eines Lochsteins leitet Ganz ein anisotropes, zweiachiales Druckspannungskriterium für Mauerwerk her. Geometrisch wird dieses Kriterium durch einen elliptischen Kegel gebildet. Für die numerische Verarbeitung ist zu beachten, dass die Spitze des Kegelsprungs einen singulären Punkt darstellt, an dem eine Ableitung des Fließkriteriums nicht möglich ist. Außerdem ist die zweite Symmetriehälfte des Kegels zwar mathematisch, jedoch nicht aus mechanischer Sicht zulässig. Deshalb wird nach einem Vorschlag von Seim [119] die Kegelspitze durch Einführung einer zweiten Funktion ausgerundet. Damit ergeben sich zwei Definitionsbereiche

A: zulässiger Bereich des Kegels

B: Bereich der Ausrundung, wenn $\sigma_x < -f_{mx} + R$ und $\sigma_y < -f_{my} + R$,

wobei $R = 0,01 f_{my} \Omega_{fm}$ gewählt wird.

Im Definitionsbereich A ergibt sich somit

$$F_{2A} = \tau_{xy}^2 - (\sigma_x + f_{mx} \Omega_{fm}) (\sigma_y + f_{my} \Omega_{fm}) \quad (4.35)$$

$$\left\{ \frac{\partial F_{2A}}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial Q_{2A}}{\partial \sigma} \right\} = \{(-\sigma_y - f_{my} \Omega_{fm}), (-\sigma_x - f_{mx} \Omega_{fm}), 0, 2\tau_{xy}, 0, 0\}^T$$

$$\left\{ \frac{\partial^2 Q_{2A}}{\partial \sigma^2} \right\} = \{0, 0, 0, 2, 0, 0\}^T \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial F_{2A}}{\partial \kappa_{fm}} = -f_{mx} \frac{d\Omega_{fm}}{d\kappa_{fm}} (\sigma_y + f_{my} \Omega_{fm}) - (\sigma_x + f_{mx} \Omega_{fm}) f_{my} \frac{d\Omega_{fm}}{d\kappa_{fm}}.$$

Im Definitionsbereich B gilt

$$F_{2B} = \tau_{xy}^2 + \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_x (2f_{mx} \Omega_{fm} - 2R) + \sigma_y (2f_{my} \Omega_{fm} - 2R) + \Omega_{fm}^2 (f_{mx}^2 + f_{my}^2) + R^2 - 2\Omega_{fm} R (f_{mx} + f_{my}) \quad (4.37)$$

$$\left\{ \frac{\partial F_{2B}}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial Q_{2B}}{\partial \sigma} \right\} = \{ (2\sigma_x + 2f_{mx} \Omega_{fm} - 2R), (2\sigma_y + 2f_{my} \Omega_{fm} - 2R), 0, 2\tau_{xy}, 0, 0 \}^T$$

$$\left\{ \frac{\partial^2 Q_{2B}}{\partial \sigma^2} \right\} = \{ 2, 2, 0, 2, 0, 0 \}^T \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial F_{2B}}{\partial \kappa_{fm}} = \sigma_x \left(2f_{mx} \frac{d\Omega_{fm}}{d\kappa_{fm}} - 0,02f_{my} \frac{d\Omega_{fm}}{d\kappa_{fm}} \right) + 1,98 \sigma_y f_{my} \frac{d\Omega_{fm}}{d\kappa_{fm}} + 2f_{mx}^2 \Omega_{fm} \frac{d\Omega_{fm}}{d\kappa_{fm}} + 1,9602 f_{my}^2 \Omega_{fm} \frac{d\Omega_{fm}}{d\kappa_{fm}} - 0,04 f_{mx} f_{my} \Omega_{fm} \frac{d\Omega_{fm}}{d\kappa_{fm}} .$$

Ein Druckversagen in z-Richtung (Bild 4.4) wird näherungsweise analog zum Druckversagen in y-Richtung durch die Fließkriterien F_{12} , F_{13} erfasst. Damit sind die beiden horizontalen Druckfestigkeiten entkoppelt, was in der Realität nicht der Fall sein dürfte. Jedoch sind diesbezüglich weder Versuchsergebnisse bekannt, noch ist in praktischen Aufgabenstellungen eine Beanspruchung auf dreidimensionales Druckversagen des Mauerwerks sehr wahrscheinlich.

F_3 (F_{13}): Schubversagen des Mauerwerks, Steinversagen

Durch die Linearkombination der aufnehmbaren Hauptspannungen ein- und zweiachsig beanspruchter Querschnittsanteile eines Lochsteins leitet Ganz unter Ausschluss von Zugspannungen ein Schubspannungskriterium für Mauerwerk her, dessen Form durch einen kreisförmigen Zylinder mit dem Durchmesser f_{my} beschrieben wird.

$$F_3 = \tau_{xy}^2 + \sigma_y (\sigma_y + f_{my} \Omega_{fm}) \quad (4.39)$$

Um eine Unterschneidung zu vermeiden, wird die Schnittgerade zum Kriterium F_5 als Definitionsbereichsgrenze eingeführt. Als Definitionsbereich ergibt sich damit:

$$\sigma_y \leq -f_{my} \Omega_{fm} \frac{\omega_{my}}{1 + \omega_{my}} . \quad (4.40)$$

Die für die numerische Umsetzung notwendigen Ableitungen des Fließkriteriums lauten

$$\left\{ \frac{\partial F_3}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial Q_3}{\partial \sigma} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 2\sigma_y + f_{my} \Omega_{fm} \\ 0 \\ 2\tau_{xy} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \left\{ \frac{\partial^2 Q_3}{\partial \sigma^2} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \frac{\partial F_3}{\partial \kappa_{fm}} = -\sigma_y f_{my} \frac{\partial \Omega_{fm}}{\partial \kappa_{fm}} . \quad (4.41)$$

F₄ (F₁₄): Zugversagen des Mauerwerks parallel zur Lagerfuge, Steinversagen

Die horizontalen Zugspannungen werden in Analogie zu F₃ durch ein zylindrisches Kriterium begrenzt, dessen Durchmesser gleich der horizontalen Zugfestigkeit $f_{ty} \Omega_{fty}$ ist.

$$F_4 = \tau_{xy}^2 + \sigma_y (\sigma_y - f_{ty} \Omega_{fty}) \quad (4.42)$$

Zur Vermeidung einer Unterschneidung ist der Definitionsbereich durch die Schnittgerade mit dem Kriterium F₅ begrenzt.

$$\sigma_y \geq f_{my} \Omega_{fm} \frac{\omega_{my}}{1 + \omega_{my}} \quad (4.43)$$

Die für die numerische Umsetzung erforderlichen Ableitungen des Fließkriteriums lauten

$$\left\{ \frac{\partial F_4}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial Q_4}{\partial \sigma} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 2\sigma_y - f_{ty} \Omega_{fty} \\ 0 \\ 2\tau_{xy} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \left\{ \frac{\partial^2 Q_4}{\partial \sigma^2} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \frac{\partial F_4}{\partial \kappa_{fty}} = \frac{\sigma_y f_{fty}^2 h \Omega_{fty}}{G_{FB}^I}. \quad (4.44)$$

F₅ (F₁₅): Übergangsbereich zwischen F₁, F₃ und F₄

Dieses Fließkriterium wird durch die Tangentialebene [119] an die Kriterien F₁, F₃ und F₄ gebildet und dient somit der Begrenzung der Schubspannungen im Bereich geringer Horizontalspannungen σ_y .

$$F_5 = |\tau_{xy}| + \sigma_y \frac{1 - \omega_{my}}{2\sqrt{\omega_{my}}} - \frac{1}{2} \sqrt{\omega_{my}} f_{my} \Omega_{fm} \quad (4.45)$$

Die Ableitungen lauten

$$\left\{ \frac{\partial F_5}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial Q_5}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 0, \frac{1 - \omega_{my}}{2\sqrt{\omega_{my}}}, 0, \frac{\tau_{xy}}{|\tau_{xy}|}, 0, 0 \right\}^T. \quad (4.46)$$

F₆: Schubversagen der Lagerfugen

Die Schubfestigkeit der Lagerfugen wird durch das Schubspannungskriterium von Mohr-Coulomb beschrieben. Zur Berücksichtigung eines räumlichen Spannungszustandes wird die resultierende Schubspannung auf der Lagerfuge berücksichtigt. Die plastischen Dehnungen werden unter Verwendung einer nichtassoziierten Fließregel berechnet. Für das Fließkriterium und das plastische Potential sowie für deren Ableitungen ergeben sich

$$F_6 = \tau_{res} + \sigma_x \tan \varphi(\kappa_s) - c \Omega_c \quad Q_6 = \tau_{res} + \sigma_x \tan \psi \Omega_\psi - c \Omega_c \quad (4.47)$$

$$\text{mit: } \tau_{\text{res}} = \sqrt{\tau_{\text{xy}}^2 + \tau_{\text{xz}}^2}$$

$$\frac{\partial F_6}{\partial \sigma} = \left\{ \tan \varphi(\kappa_s), 0, 0, \frac{\tau_{\text{xy}}}{\tau_{\text{res}}}, 0, \frac{\tau_{\text{xz}}}{\tau_{\text{res}}} \right\}^T \quad \frac{\partial Q_6}{\partial \sigma} = \left\{ \tan \psi \Omega_\psi, 0, 0, \frac{\tau_{\text{xy}}}{\tau_{\text{res}}}, 0, \frac{\tau_{\text{xz}}}{\tau_{\text{res}}} \right\}^T \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial F_6}{\partial \kappa_s} = \frac{h c}{G_{\text{fl}}^{\text{II}}} \left[\Omega_\varphi \sigma_x (\tan \varphi_r - \tan \varphi_0) + c \Omega_c \frac{\kappa_s}{\kappa_{\text{sc}}} \right].$$

F₇: Zugversagen der Lagerfugen

Die Begrenzung der Zugspannungen senkrecht zur Lagerfuge erfolgt durch ein Zugspannungskriterium der Form

$$F_7 = \sigma_x - f_{\text{tx}} \Omega_{\text{ftx}}, \quad (4.49)$$

$$\text{wobei: } f_{\text{tx}} \Omega_{\text{ftx}} \leq \frac{c \Omega_c}{\tan \varphi(\kappa_s)}$$

$$\left\{ \frac{\partial F_7}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial Q_7}{\partial \sigma} \right\} = \{1, 0, 0, 0, 0, 0\}^T \quad \frac{\partial F_7}{\partial \kappa_{\text{ftx}}} = \frac{f_{\text{tx}}^2 h \Omega_{\text{ftx}}}{G_{\text{fl}}^{\text{I}}}. \quad (4.50)$$

F₈ (F₁₆): Zugversagen der Lagerfugen bei hohen horizontalen Druckspannungen

Die einachsige horizontale Druckfestigkeit parallel zu den Lagerfugen wird bei fehlendem Querdruck ($\sigma_x=0$) auf den Wert $-\zeta f_{\text{my}}$ verringert. Damit wird der in Kapitel 2.3.1.2 beschriebenen Beobachtung aus Versuchen Rechnung getragen, dass durch die Durchgängigkeit der Lagerfugen nach Überschreitung der Kohäsion eine deutlich geringere horizontale Druckfestigkeit als f_{my} zu verzeichnen ist (vorzeitiges „Ausknicken“ der Lagerfugen). Die Fließbedingung wird gegenüber der von Ganz vorgeschlagenen Funktion auf eine ebene Formulierung vereinfacht. Damit ergibt sich

$$F_8 = \sigma_x - f_{\text{txx}} \left(\frac{\sigma_y}{\zeta f_{\text{my}}} + 1 \right) \quad (4.51)$$

$$\left\{ \frac{\partial F_8}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial Q_8}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 1, -\frac{f_{\text{txx}}}{\zeta f_{\text{my}}}, 0, 0, 0, 0 \right\}^T. \quad (4.52)$$

F₉ (F₁₇): Treppenförmiges Schubversagen der Lager- und Stoßfugen

Dieses Kriterium dient der Berücksichtigung des praktisch häufig anzutreffenden treppenförmigen Schubversagens durch Gleiten entlang der Lagerfugen bei gleichzeitigem Aufreißen der Stoßfugen. Wie in den Kapiteln 2.3.1.4 und 2.3.1.6 beschrieben, ist dieses Fließkriterium auch vom Steinformat und damit von der Verbandsausbildung abhängig. Es entspricht dem von Mann / Müller [67] hergeleiteten und in der DIN 1053 befindlichen Schubspannungskriterium. Die Ermittlung der

zugehörigen plastischen Dehnungen erfolgt unter Verwendung einer nichtassozierten Fließregel. Für das Fließkriterium und das plastische Potential sowie für deren Ableitungen ergeben sich

$$F_9 = |\tau_{xy}| \left(1 + \frac{2a_L}{a_{Sy}} \tan \varphi(\kappa_s) \right) + \sigma_y \frac{2a_L}{a_{Sy}} - (c \Omega_c - \sigma_x \tan \varphi(\kappa_s)) \quad (4.53)$$

$$Q_9 = |\tau_{xy}| \left(1 + \frac{2a_L}{a_{Sy}} \tan \psi \Omega_\psi \right) + \sigma_y \frac{2a_L}{a_{Sy}} - (c \Omega_c - \sigma_x \tan \varphi \Omega_\psi)$$

$$\left\{ \frac{\partial F_9}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \tan \varphi(\kappa_s) \\ \frac{2a_L}{a_{Sy}} \\ 0 \\ \left(1 + \frac{2a_L}{a_{Sy}} \tan \varphi(\kappa_s) \right) \frac{\tau_{xy}}{|\tau_{xy}|} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \quad \left\{ \frac{\partial Q_9}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \tan \psi \Omega_\psi \\ \frac{2a_L}{a_{Sy}} \\ 0 \\ \left(1 + \frac{2a_L}{a_{Sy}} \tan \psi \Omega_\psi \right) \frac{\tau_{xy}}{|\tau_{xy}|} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial F_9}{\partial \kappa_s} = \frac{h c}{G_{ff}^{II}} \left[\Omega_\varphi (\tan \varphi_r - \tan \varphi_0) \left(\tau_{xy} \frac{2a_L}{a_{Sy}} + \sigma_x \right) + c \Omega_c \frac{\kappa_s}{\kappa_{sc}} \right].$$

F₁₀ (F₁₈): Zugversagen des Mauerwerks parallel zur Lagerfuge, Fugenversagen

Zur Berücksichtigung des in Kapitel 2.3.1.5 beschriebenen Fugenversagens infolge horizontaler Zugbeanspruchungen wird die Versagensbedingung von Ganz um eine Versagensart erweitert. Dadurch wird es möglich, den wesentlichen Einfluss des Mauerwerkverbandes auf das Rissbild und den Versagensmechanismus mit einzubeziehen. Für die Fließbedingung und das plastische Potential sowie für deren Ableitungen ergibt sich

$$F_{10} = \sigma_y - (c \Omega_c - \sigma_x \tan \varphi(\kappa_s)) \frac{\ddot{u}_y}{a_L} \quad (4.55)$$

$$Q_{10} = \sigma_y - (c \Omega_c - \sigma_x \tan \psi \Omega_\psi) \frac{\ddot{u}_y}{a_L}$$

$$\left\{ \frac{\partial F_{10}}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \tan \varphi(\kappa_s) \frac{\ddot{u}_y}{a_L}, 1, 0, 0, 0, 0 \right\}^T \quad \left\{ \frac{\partial Q_{10}}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \tan \psi \Omega_\psi \frac{\ddot{u}_y}{a_L}, 1, 0, 0, 0, 0 \right\}^T \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial F_{10}}{\partial \kappa_s} = \frac{h c \ddot{u}_y}{G_{fj}^{\text{II}} a_L} \left[\Omega_\varphi \sigma_x (\tan \varphi_r - \tan \varphi_0) + c \Omega_c \frac{\kappa_s}{\kappa_{sc}} \right].$$

Für den Sonderfall einer isotropen Mauerwerkdruckfestigkeit ($f_{my} = f_{mx}$) ist die Versagensbedingung in Bild 4.11 dargestellt. Es wird deutlich, dass für diesen Fall die Kriterien F_3 , F_4 und F_5 entfallen.

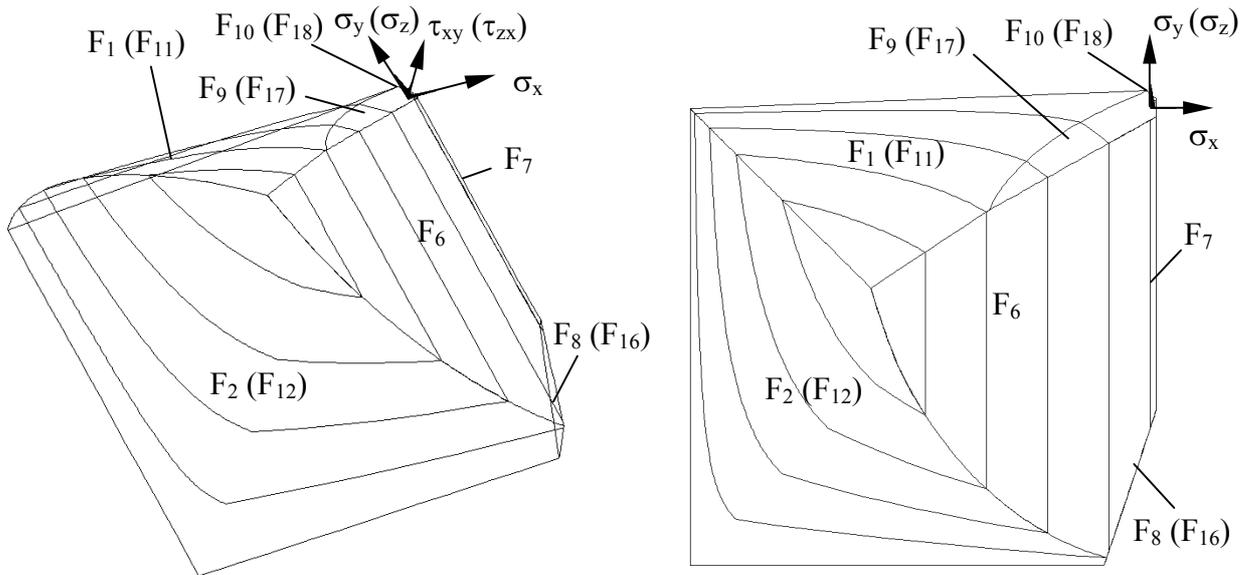


Bild 4.11 Versagensbedingung bei isotroper Mauerwerkdruckfestigkeit

4.3 Beschreibung des Materialverhaltens regelloser Mauerwerkgefüge

Regellose Mauerwerkgefüge sind gewöhnlich als historisches Natursteinmauerwerk anzutreffen. Eine wesentliche Ursache für die Regellosigkeit des Gefüges ist die fehlende Steinbearbeitung. Neben dem Vorkommen als einschalige Struktur sind regellose Mauerwerkschichten auch häufig in mehrschaligen Konstruktionen zu finden. Die Qualität derartiger Schichten kann sehr unterschiedlich sein. In dreischaligem Mauerwerk sind regellose Innschichten in vermauertem, geschichteten oder geschütteten bzw. stark verwitterten Gefüge vorzufinden [129], [31]. Dementsprechend kann ihre Steifigkeit und Festigkeit zwischen der des Mauerwerks der Außenschalen und einer Schüttung schwanken. Die große Anzahl unterschiedlicher Erscheinungsformen, die nicht gegebene Verfügbarkeit von Versuchsergebnissen und die starke Streuung der im praktischen Fall meist unbekanntem Materialkennwerte bedingen ein einfaches Materialmodell mit möglichst wenigen, gut bestimmbar oder abschätzbar Eingangsparemtern.

Wie bereits im Kapitel 2.3.2 ausgeführt wurde, kann das Materialverhalten regelloser Mauerwerkgefüge als isotrop idealisiert werden. Für die Beschreibung der Festigkeit im Druck- und Schubereich wird in Übereinstimmung mit dem analytischen Modell von Warnecke [129] und dem Vorgehen im Felsbau [132] für ähnliche Verhältnisse das Mohr-Coulombsche Versagenskriterium im räumlichen Spannungszustand verwendet.

$$F_{RLI} = \sigma_m \sin \varphi_{RL} + \sigma_s \left(\cos \Theta - \frac{\sin \Theta \sin \varphi_{RL}}{\sqrt{3}} \right) - c_{RL} \Omega_{fm} \cos \varphi_{RL} \quad (4.57)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad \sigma_s = \sqrt{I_2} \quad \sin(3\Theta) = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{I_3}{I_2^{3/2}}$$

mit: σ_m hydrostatische Spannung
 I_2 zweite Invariante der deviatorischen Hauptspannungen
 I_3 dritte Invariante der deviatorischen Hauptspannungen
 Θ Lode-Winkel
 Ω_{fm} Entfestigungsfunktion

Diese Fließbedingung hängt nur von den zwei Materialparametern Kohäsion c_{RL} und Winkel der inneren Reibung φ_{RL} ab. Mit ihnen können sowohl regellose Mauerwerkgefüge mit einer nennenswerten Festigkeit als auch einer Schüttung ähnliche Gefüge ($c_{RL} \approx 0$) berücksichtigt werden. Die einaxiale Druckfestigkeit f_m korrespondiert mit c und φ wie folgt

$$f_{m,RL} = c_{RL} \frac{2 \cos \varphi_{RL}}{1 - \sin \varphi_{RL}} = 2 c_{RL} \tan \left(45 + \frac{\varphi_{RL}}{2} \right). \quad (4.58)$$

Zur Steuerung der Volumendehnung können die plastischen Dehnungen durch Einführung eines Dilatanzwinkels ψ_{RL} mit einer nichtassoziierter Fließregel ermittelt

werden. Für das plastische Potential ergibt sich damit

$$Q_{RLI} = \sigma_m \sin \psi_{RL} + \sigma_s \left(\cos \Theta - \frac{\sin \Theta \sin \psi_{RL}}{\sqrt{3}} \right) - c_{RG} \Omega_{fm} \cos \psi_{RL}. \quad (4.59)$$

Das Verformungsverhalten kann mit dem in Bild 4.12 dargestellten, vereinfachten Modell abgebildet werden. Der sich an den elastisch - ideal plastischen Bereich anschließende Entfestigungsast dient der Begrenzung der Dehnung bei Höchstspannung und soll ein progressives Druck- / Schubversagen sicherstellen.

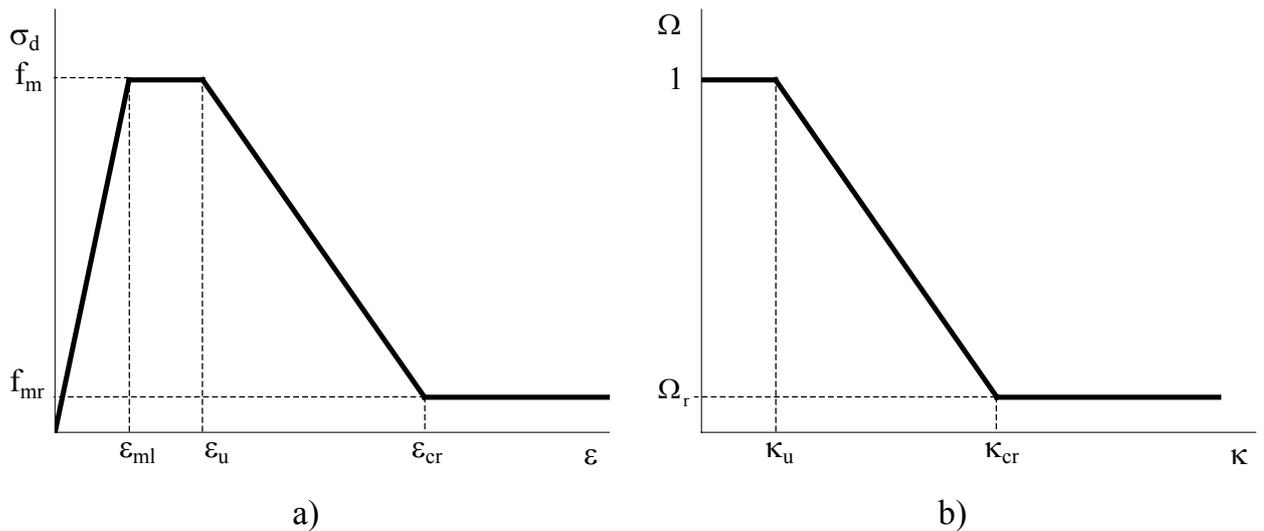


Bild 4.12: a) Vereinfachte Spannungs-Dehnungsbeziehung für regelloses Mauerwerk
b) Entfestigungsfunktion

Als Entfestigungsparameter wird nach [126] eine äquivalente plastische Dehnung in der durch Gleichung (3.18) angegebenen Form verwendet.

$$d\kappa_{fm} = d\varepsilon_{eq}^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ d\varepsilon^{pl} \right\}^T d\varepsilon^{pl} = d\lambda_1 \sqrt{\frac{1}{3} (1 + \sin^2 \psi_{RL})} \quad (4.60)$$

$$\frac{d\kappa_{fm}}{d\lambda} = \sqrt{\frac{1}{3} (1 + \sin^2 \psi_{RL})} \quad (4.61)$$

Für die Entfestigungsfunktion gilt

$$\text{für } \kappa_{fm} \leq \kappa_u : \quad \Omega_{fm} = 1$$

$$\text{für } \kappa_u < \kappa_{fm} < \kappa_{cr} : \quad \Omega_{fm} = -\frac{1 - \Omega_r}{\kappa_{cr} - \kappa_u} \kappa_{fm} + \frac{\kappa_{cr} - \Omega_r \kappa_u}{\kappa_{cr} - \kappa_u} \quad (4.62)$$

$$\text{für } \kappa_{fm} \geq \kappa_{cr} : \quad \Omega_{fm} = \Omega_r.$$

Damit ergibt sich die Ableitung der Fließfunktion

$$\text{für } \kappa_u < \kappa_{fm} < \kappa_{cr} : \quad \frac{\partial F_{RL1}}{\partial \kappa_{fm}} = \frac{c_{RL} \cos \varphi_{RL} (1 - \Omega_r)}{\kappa_{cr} - \kappa_u} \quad (4.63)$$

und in den anderen Bereichen zu Null.

Es sei darauf hingewiesen, dass der hier diskutierte Entfestigungsbereich der Vermeidung numerischer Instabilitäten durch ein schlagartiges Einführen von Restfestigkeiten und der Begrenzung der Dehnung bei Höchstspannung dient, da ein elastisch - ideal plastisches Materialmodell ohne eine derartige Limitation für einen relativ spröde versagenden Baustoff wie Mauerwerk wenig realistisch erscheint. Die Parameter zur Beschreibung dieses Bereiches müssen abgeschätzt werden, da hierfür keine Versuchsergebnisse vorliegen. Der Parameter Ω_r kann für eine numerisch stabile Spannungsrückführung zu 0,1 angenommen werden. Als Grenzdehnung ε_u schlägt Warnecke [129] die doppelte elastische Dehnung

$$\varepsilon_u = \frac{2 f_{m,RL}}{E_{m,RL}} \quad (4.64)$$

vor. Zur Begrenzung der Hauptzugspannungen wird das einfache Zugspannungskriterium

$$F_{RL2} = \sigma_m + \frac{2\sigma_s \sin\left(\Theta + \frac{2\pi}{3}\right)}{\sqrt{3}} - f_{t,RL} \Omega_t, \quad (4.65)$$

$$\text{wobei:} \quad f_{t,RL} \Omega_t \leq \frac{c_{RL} \Omega_{fm}}{\tan \varphi_{RL}}$$

verwendet. Die Zugfestigkeit $f_{t,RL}$ des regellosen Natursteinmauerwerks wird im Regelfall nahe Null angenommen. Hinweise zu groben Richtwerten der Zugfestigkeit sind in [144] angegeben. Die DIN 1053 [139] verlangt dagegen den Ausschluss jeglicher Zugspannungen. Das Verformungs- und Entfestigungsverhalten kann entsprechend dem bei regelmäßigen Mauerwerk vorzufindenden Zugversagen der Mörtelfuge (Kapitel 4.2.1.1) oder des Steins (Kapitel 4.2.1.2) angenommen werden. Damit wird für die Entfestigungsfunktion Ω_t der Ansatz

$$\Omega_t = e^{-\left(\frac{h f_{t,RL}}{G_f^i} \kappa_t\right)} \quad (4.66)$$

verwendet. Der Entfestigungsparameter ergibt sich bei Verwendung einer assoziierten Fließregel und der plastischen Dehnung in Richtung der Hauptzugspannung zu

$$d\kappa_t = d\varepsilon_{eq}^{pl} = d\varepsilon_3^{pl} = d\lambda_2. \quad (4.67)$$

Als Ableitung der Fließfunktion ergibt sich dann

$$\frac{\partial F_{RL2}}{\partial \kappa_t} = \frac{f_{t,RL}^2 h \Omega_t}{G_f^I} \quad (4.68)$$

Das Mohr-Coulomb Versagenskriterium ist als Grundmodell der Geotechnik weit verbreitet. Aus diesem Grund wird auf die weitere Darstellung der numerischen Umsetzung sowie der dafür erforderlichen Ableitungen des plastischen Potentials verzichtet und auf das Schriftentum z.B. [126], [132] verwiesen. Für die gesonderte Berücksichtigung einzelner Fugenrichtungen können entsprechend dem in [132] und [131] veröffentlichten, multilaminaren Trennflächenmodell im geklüfteten Fels bis zu drei Fugenrichtungen, deren Festigkeit wiederum mit einem auf die Fugenebene bezogenen Mohr-Coulombschen Schub- und einem Zugspannungskriterium beschrieben wird, zusätzlich in das Festigkeitsmodell einbezogen werden.

4.4 Berücksichtigung der Mehrschaligkeit

Mehrschalige Verbände treten insbesondere in historischen Strukturen als zwei- oder dreischalige Mauerwerkgefüge auf. Zweischalige Wandgefüge bestehen meist aus einer mit Hau- oder Werksteinen gemauerten Wetterschale und einer aus unbearbeiteten Bruchsteinen gefertigten Innenschale. Sie sind häufig bei kleineren, mittelalterlichen und neugotischen Kirchen [129] anzutreffen. Dreischaliges Mauerwerk ist in der Regel bei stärkeren Wanddicken ab 75 bis 100 cm zu erwarten. Die Außenschalen (Wetter- und Raumschale) bestehen aus weitgehend bearbeiteten Steinen und sind häufig in regelmäßigen Verbänden gemauert. Ihre Dicke beträgt meist bis 50 cm. Die Innenschale wurde im Allgemeinen aus den Bruchstücken der behauenen Steine der Außenschalen in einem regellosen Gefüge erstellt.

Die Kombination der beiden vorstehend beschriebenen Materialmodelle für regelmäßige und regellose Verbände ermöglicht es, einzelne Mauerwerkschalen des Verbandes zu simulieren. Ergänzend muss auch für die Verbundfuge, die im mehrschaligen Verband eine zu berücksichtigende Diskontinuität darstellt, eine zutreffende Festigkeitsbeschreibung formuliert werden. Die Ausbildung der vertikalen Verbundfuge zwischen Außenschale und Innenschale ist in Bild 4.13a dargestellt.

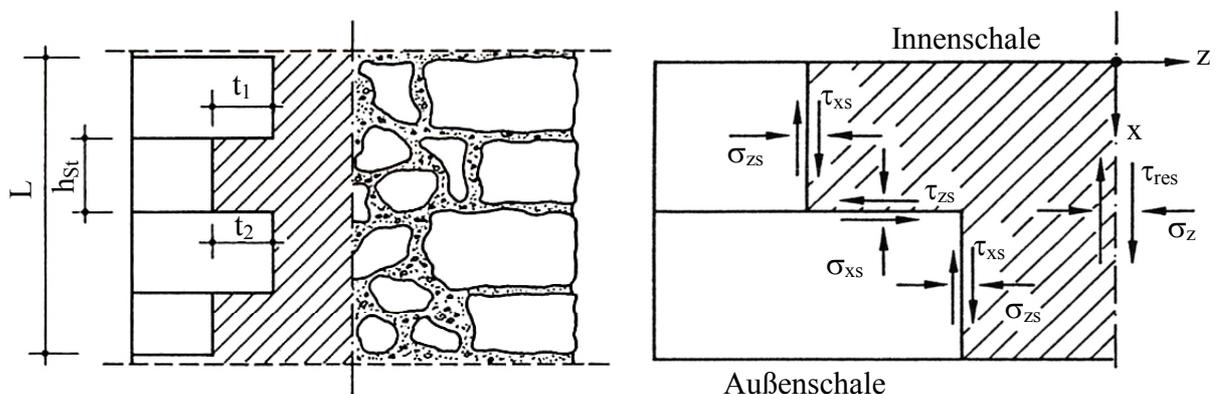


Bild 4.13: Verbundmodell für Mehrschaliges Mauerwerk [129]:
a) Verbundfuge Modell / Realität; b) Lastabtrag der Verbundfuge

Die Festigkeit der Verbundfuge wird mit dem nachstehend beschriebenen Modell innerhalb der am Rand der Innenschale gelegenen Elemente berücksichtigt. Dabei wird mit den in Bild 4.13b dargestellten verschmierten Spannungen τ_{res} und σ_z gerechnet. Die Versagensbedingung besteht aus zwei Kriterien. Zur Beschreibung der Schubfestigkeit wird ein auf die vertikale Verbundfuge bezogenes Schubspannungskriterium nach Mohr-Coulomb in Analogie zum Kriterium F_6 (Kapitel 4.2) verwendet. Die Fließfunktion und das plastische Potential bei Verwendung einer nichtassozierten Fließregel lauten

$$F_{V1} = \tau_{\text{res}} + \sigma_z \tan \varphi_V (\kappa_s) - c_V \Omega_s \quad Q_{V1} = \tau_{\text{res}} + \sigma_z \tan \psi_V - c_V \Omega_s \quad (4.69)$$

mit: $\tau_{\text{res}} = \sqrt{\tau_{zy}^2 + \tau_{zx}^2}$

φ_V Reibungswinkel der Verbundfuge

c_V Kohäsion der Verbundfuge

ψ_V Dilatanzwinkel der Verbundfuge

Zur Vereinfachung wird der Dilatanzwinkel als konstant angenommen. Dabei muss gewährleistet bleiben, dass die physikalisch notwendige Bedingung $\psi \leq \varphi$ nicht verletzt wird.

Als Entfestigungsparameter wird entsprechend der Gleichung (3.18) die resultierende plastische Schubdehnung gewählt.

$$d\kappa_s = \sqrt{d\varepsilon_{zy V1}^{pl\ 2} + d\varepsilon_{zx V1}^{pl\ 2}} = d\lambda_{V1} \quad (4.70)$$

Die Entfestigungsfunktionen zur Steuerung der Degradation von Reibungswinkel und Kohäsion werden in Analogie zu den in Kapitel 4.2.1.1 gemachten Annahmen zur Schubentfestigung der Lagerfuge aufgestellt.

$$\Omega_s = e^{-\left(\frac{h c_V}{G_f^{\text{II}}} \kappa_s\right)} \quad (4.71)$$

$$\tan \varphi_V (\kappa_s) = \tan \varphi_{V0} + (\tan \varphi_{Vr} - \tan \varphi_{V0})(1 - \Omega_s)$$

mit: φ_{V0} Anfangswert des Reibungswinkels der Verbundfuge

φ_{Vr} Restreibungswinkel der Verbundfuge

Damit lauten die erforderlichen partiellen Ableitungen der Fließfunktion und des plastischen Potentials

$$\frac{\partial F_{V1}}{\partial \sigma} = \left\{ 0, 0, \tan \varphi_V (\kappa_s), 0, \frac{\tau_{zy}}{\tau_{\text{res}}}, \frac{\tau_{zx}}{\tau_{\text{res}}} \right\}^T \quad \frac{\partial Q_{V1}}{\partial \sigma} = \left\{ 0, 0, \tan \psi_V, 0, \frac{\tau_{zy}}{\tau_{\text{res}}}, \frac{\tau_{zx}}{\tau_{\text{res}}} \right\}^T \quad (4.72)$$

$$\frac{\partial F_{V1}}{\partial \kappa_s} = \frac{h c_V \Omega_s}{G_f^{\text{II}}} [\sigma_z (\tan \varphi_{Vr} - \tan \varphi_{V0}) + c_V].$$

Bei Voraussetzung einer rauen Verbundfuge, die in den meisten Fällen gegeben ist, kann analog zur Behandlung des Wandreibungswinkels in der Bodenmechanik angenommen werden.

$$\varphi_{V0} = \varphi_{RG} \quad (4.73)$$

mit: φ_{RG} Winkel der inneren Reibung des regellosen Mauerwerkgefüges (Kap. 4.3)

Für die Ermittlung der Zugfestigkeit wird die Verzahnung zwischen Außenschale und Innenschale berücksichtigt. Hierfür wird nach einem Vorschlag von Warnecke [129] der Verzahnungsgrad v_K eingeführt. Er berechnet sich mit den in Bild 4.13a angegebenen Bezeichnungen zu

$$v_K = \frac{\sum t_i}{L} = \frac{t_m}{2 h_{St}} \quad (4.74)$$

und ist durch Sondierung zu ermitteln. Bei einer ebenen Verbundfuge ist $v_K = 0$, während bei schichtweisem Wechsel von Läufer- und Binderlagen und jeweils gleicher Steingeometrie $v_K = 0,5$ ist. Die Zugfestigkeit senkrecht zur Verbundfuge ergibt sich somit (in Analogie zum Kriterium F_{10} , Kap. 4.2) nur durch die infolge Reibung auf der Verzahnung aufnehmbaren Schubspannung (Bild 4.13b).

$$F_{V2} = \sigma_z - (c_v \Omega_z - \sigma_x \tan \varphi_v(\kappa_z)) v_K \quad (4.75)$$

$$Q_{V2} = \sigma_z - (c_v \Omega_z - \sigma_x \tan \psi) v_K$$

Als Entfestigungsparameter wird die normal zur Verbundfuge gerichtete plastische Dehnung gewählt. Auf eine Kopplung der Entfestigungsparameter zwischen den beiden Kriterien F_{V1} und F_{V2} wird aus den eingangs in Kapitel 4.3 genannten Gründen der notwendigen Vereinfachung verzichtet.

$$d\kappa_z = \varepsilon_{zV2}^{pl} = d\lambda_{V2} \quad (4.76)$$

Die Entfestigungsfunktionen werden wie in der bereits für F_{V1} beschriebenen Form gewählt.

$$\Omega_z = e^{-\left(\frac{h c_v}{G_f^H} \kappa_z\right)} \quad (4.77)$$

$$\tan \varphi_v(\kappa_z) = \tan \varphi_{V0} + (\tan \varphi_{Vr} - \tan \varphi_{V0})(1 - \Omega_z)$$

Die Ableitungen der Fließfunktion und des plastischen Potentials ergeben sich damit zu

$$\left\{ \frac{\partial F_{V2}}{\partial \sigma} \right\} = \{ \tan \varphi_V (\kappa_z) \cdot v_K, 0, 1, 0, 0, 0 \}^T \quad \left\{ \frac{\partial Q_{V2}}{\partial \sigma} \right\} = \{ \tan \psi \cdot v_K, 0, 1, 0, 0, 0 \}^T \quad (4.78)$$

$$\frac{\partial F_{V2}}{\partial \kappa_z} = \frac{h c_V \Omega_z}{G_f^{\text{II}}} v_K [c_V + \sigma_x (\tan \varphi_{Vr} - \tan \varphi_{V0})].$$

Mit dem vorgestellten Modell lässt sich die Verbundfuge zwischen regelmäßigen und regellosen Mauerwerkschalen mit einfachen Mitteln erfassen. Die im praktischen Fall meist abzuschätzenden Materialparameter sind der Reibungswinkel φ_{V0} , der Dilatanzwinkel ψ_V , die Kohäsion c_V und als geometrischer Parameter der Verbandsausbildung der Verzahnungsgrad v_K . Der Restreibungswinkel φ_{Vr} kann in Anlehnung an die in Kapitel 2.3 vorgestellten Versuchsergebnisse von van der Pluijm [92] mit 75% von φ_{V0} abgeschätzt werden.

Das verwendete Entfestigungsmodell dient vorrangig der numerischen Stabilität und wurde in Anlehnung an Beziehungen für regelmäßiges Mauerwerk formuliert. Es hängt lediglich von der Bruchenergie G_f^{II} ab, für deren Abschätzung die in Kapitel 2.3.1.4 angegebenen Werte genutzt werden können.

4.5 Implementation in implizite Berechnungsstrategien

4.5.1 Integration der elastoplastischen Stoffgleichungen

Das inkrementell-iterative Berechnungsschema im Rahmen der hier verwendeten impliziten FEM gliedert sich in zwei Iterationsebenen. Die globale Iteration auf Systemebene dient der Umlagerung auftretender Ungleichgewichtskräfte. In der vorliegenden Arbeit wird hierfür das Newton-Raphson Verfahren verwendet. Die lokale Iteration auf der Ebene des Diskretisierungspunktes dient der konsistenten Rückführung der Trialspannungszustände auf die Fließfläche. Für die Integration dieser Gleichungen wird das von Ortiz / Simo et al. [123], Simo / Taylor [122] vorgestellte Return-Mapping-Verfahren verwendet. Wie von Simo et al. nachgewiesen wurde, ist dieses Verfahren für finite Deformationen und konvexe, stetige Fließbedingungen unbedingt stabil. Unstetigkeiten, d.h. Eckbereiche mehrflächiger Fließfunktionen, bedürfen zusätzlicher Betrachtungen [121]. Der lokale Algorithmus gliedert sich in zwei Schritte. Im ersten Schritt, dem elastischen Prädiktorschritt, wird zunächst ein Versuchsspannungszustand aus dem zulässigen Spannungszustand der letzten Gleichgewichtslösung und dem neuen, aus dem Newton-Raphson Verfahren erhaltenen Dehnungsinkrement berechnet.

$$\sigma_{k+1}^{\text{trial}} = \sigma_k^* + D d\epsilon_{k+1}^{\text{trial}} \quad (4.79)$$

mit: $\sigma_{k+1}^{\text{trial}}$ Versuchsspannungszustand
 σ_k^* Spannungszustand der letzten Gleichgewichtslösung
 $d\epsilon_{k+1}^{\text{trial}}$ neues Dehnungsinkrement

Verletzt dieser Versuchsspannungszustand die Fließbedingung

$$F(\sigma, \kappa) > 0, \quad (4.80)$$

so erfolgt im plastischen Korrektorschritt die Berechnung der plastischen Dehnungszinkremente und die Rückführung des Versuchsspannungszustandes auf die Fließfläche. Dabei führt das Entstehen plastischer Dehnungen zu einer Ver- bzw. Entfestigung und damit zu einer Gestaltänderung der Fließfigur. Für den neuen gesuchten Zustand gilt dann

$$\begin{aligned} \sigma_{k+1}^* &= \sigma_k^* + D(d\varepsilon_{k+1}^{\text{trial}} - d\varepsilon_{k+1}^{\text{pl}}) \\ d\kappa_{k+1} &= d\kappa_{k+1}(d\varepsilon_{k+1}^{\text{pl}}) \\ F(\sigma_{k+1}, \kappa_{k+1}) &= 0. \end{aligned} \quad (4.81)$$

Aus Gleichung (4.81) ergibt sich der unzulässige, zunächst vor dem Korrektorschritt im plastischen Bereich liegende Spannungsanteil zu

$$d\sigma_{k+1}^{\text{p}} = -D d\varepsilon_{k+1}^{\text{pl}}. \quad (4.82)$$

Durch Einsetzen der Fließregel (3.29) in (4.82) und Umstellung erhält man die Relaxationsgleichung

$$\frac{d\sigma}{d\lambda} = -D \frac{\partial Q(\sigma, \kappa)}{\partial \sigma}. \quad (4.83)$$

Aus Gleichung (4.83) wird deutlich, dass der Pfad der lokalen Spannungsrelaxation von der Elastizitätsmatrix D und von den partiellen Ableitungen des plastischen Potentials abhängig ist. Für einfache Materialmodelle (z.B. für die isotrope von Mises Fließbedingung) kann bei Annahme eines ideal plastischen Materialverhaltens und der Verwendung einer assoziierten Fließregel der Returnpfad explizit berechnet werden. Für komplexere Materialmodelle (die in der vorliegenden Arbeit verwendet wurden) gelingt die Berechnung der Spannungsrückführung auf die Fließfläche nur iterativ. Wesentliche Gründe hierfür sind die Abhängigkeit des plastischen Potentials vom Spannungszustand bei Verwendung von Modellen höherer Ordnung und der Einfluss der Ver- bzw. Entfestigung auf die Gestaltänderung der Fließfigur während des Relaxationsprozesses. Für die iterative Berechnung des gesuchten Spannungszustandes und der zugehörigen plastischen Variablen wird die Fließfunktion in der von Ortiz / Simo [123] vorgeschlagenen Weise linearisiert

$$F \approx F(\sigma_{k+1}^{(i)}, \kappa_{k+1}^{(i)}) + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma}(\sigma_{k+1}^{(i)}, \kappa_{k+1}^{(i)}) \right\}^T \Delta \sigma_{k+1}^{(i)} + \frac{\partial F}{\partial \kappa}(\sigma_{k+1}^{(i)}, \kappa_{k+1}^{(i)}) \Delta \kappa_{k+1}^{(i)} = 0. \quad (4.84)$$

Mit

$$\Delta\sigma_{k+1}^{(i)} = \sigma_{k+1}^{(i+1)} - \sigma_{k+1}^{(i)} = \Delta\lambda \frac{\partial\sigma_{k+1}^{(i)}}{\partial\lambda} = -\Delta\lambda D \frac{\partial Q_{k+1}^{(i)}}{\partial\sigma} \quad (4.85)$$

$$\Delta\kappa_{k+1}^{(i)} = \kappa_{k+1}^{(i+1)} - \kappa_{k+1}^{(i)} = \Delta\lambda \frac{\partial\kappa_{k+1}^{(i)}}{\partial\lambda} \quad (4.86)$$

ergibt sich das plastische Multiplikatorinkrement durch einsetzen von (4.85) und (4.86) in (4.84) zu

$$\Delta\lambda = \frac{F_{k+1}^{(i)}}{\left\{ \frac{\partial F_{k+1}^{(i)}}{\partial\sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q_{k+1}^{(i)}}{\partial\sigma} - \frac{\partial F_{k+1}^{(i)}}{\partial\kappa} \frac{\partial\kappa_{k+1}^{(i)}}{\partial\lambda}}}. \quad (4.87)$$

Wird $\Delta\lambda$ in Gleichung (4.85) und (4.86) durch (4.87) substituiert, erhält man den aktualisierten Zustand $\sigma_{k+1}^{(i+1)}$ und $\kappa_{k+1}^{(i+1)}$. Die Iteration wird so lange wiederholt, bis der gesuchte Spannungszustand auf der Fließfläche ermittelt ist, so dass gilt:

$$F_{k+1}^{(i+1)} \leq \text{TOL}(F_{k+1}^0) \quad (4.88)$$

Zur Vermeidung numerischer Pfadabhängigkeiten werden die Statusvariablen κ nur in den Gleichgewichtszuständen der globalen Newton-Raphson Iteration aktualisiert.

Beim Vergleich der Gleichung (4.87) mit (3.34) ist anzumerken, dass bei der Herleitung von (3.34) im Kapitel 3.3 ausgehend von der Konsistenzbedingung der Elastoplastizität Spannungszustände σ_k^* , σ_{k+1}^* auf der Fließfläche zugrunde gelegt wurden. Dann gilt für das gesamte Lastinkrement

$$F(\sigma^{\text{trial}}, \kappa) = \left\{ \frac{\partial F}{\partial\sigma} \right\}^T D d\varepsilon. \quad (4.89)$$

Für den Fall, dass der Ausgangsspannungszustand σ_i^* im elastischen Bereich liegt, ist nur der außerhalb der Fließfläche befindliche Teil des Spannungsinkrementes zu relaxieren. Dieser umzulagernde Teil entspricht dem Abstand zwischen Fließfläche und Versuchsspannungszustand, welcher durch den Wert der Fließflächenüberschreitung $F = F(\sigma^{\text{trial}}, \kappa)$ angegeben wird [123], [131].

4.5.2 Numerische Umsetzung der mehrflächigen Fließbedingung

Das vorstehend am Beispiel einer Fließfläche beschriebene Return Mapping Verfahren ist auch in analoger Weise für die verwendete mehrflächige Fließbedingung anwendbar. Mit Bezug auf die im Kapitel 3.3.2 gemachten Erläuterungen werden dabei die plastischen Multiplikatoren der aktiven Fließkriterien durch das folgende

Gleichungssystem

$$F_n = \sum_{j=1}^{\text{Anz. aktiver F.}} \left[\begin{Bmatrix} \partial F_n \\ \partial \sigma \end{Bmatrix}^T \mathbf{D} \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} - \frac{\partial F_n}{\partial \kappa_n} \frac{\partial \kappa_n}{\partial \lambda_j} \right] \Delta \lambda_j \quad (4.90)$$

bestimmt. Zur Behandlung der Unstetigkeiten in den Kreuzungsbereichen einzelner Fließkriterien werden weitere Kriterien und Iterationsalgorithmen notwendig [121], [131].

Die erste Bedingung ist das Aktivitätskriterium

$$\Delta \lambda_j \geq 0, \quad (4.91)$$

welches für alle verletzten Fließkriterien $F_n > 0$ im lokalen Iterationsprozess ständig zu überprüfen ist. Wird ein plastischer Multiplikator negativ, so ist die Annahme der Aktivität des zugehörigen Fließkriteriums falsch. Es wird dann mit einem korrigierten Satz aktiver Fließflächen weitergerechnet oder die Iteration abgebrochen und im letzten Gleichgewichtszustand neu gestartet [121]. Zusätzlich muss durch ein Inkrementkriterium das richtige Abschreiten der Fließfläche gewährleistet werden [131]. Ein zu großes Dehnungsinkrement, das heißt ein zu weiträumiges Verlassen der Fließfläche kann die eindeutige Lösbarkeit des Gleichungssystems (4.90) ausschließen, wenn die verletzten Fließkriterien keine gemeinsame Schnittmenge (Bild 4.14a) haben. Außerdem können im Verlauf des Relaxationsprozesses eines Lastinkrements einzelne Fließkriterien aktiviert (Bild 4.14b) bzw. deaktiviert werden, so dass die Aktivität eines Fließkriteriums nicht über das gesamte Lastinkrement gesichert ist. Der Spannungszustand kann die Kreuzungsbereiche einzelner Fließkriterien durchlaufen oder in deren Schnittmengen verbleiben.

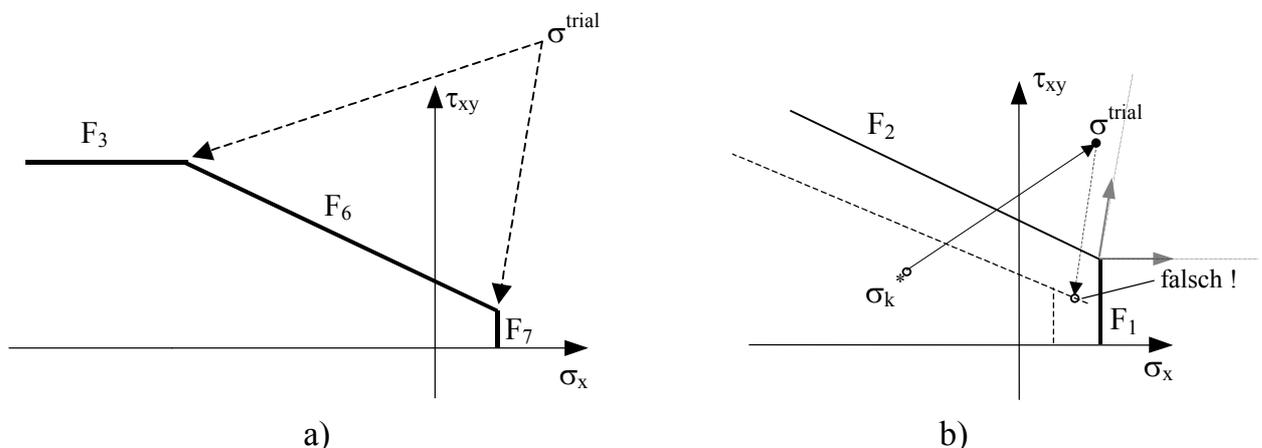


Bild 4.14 Probleme bei der Spannungsrelaxation auf mehrflächige Fließbedingungen
 a) Mehrdeutigkeit der Spannungsrückführung, verletzte Fließkriterien haben keine gemeinsame Schnittmenge
 b) zusätzliche Aktivierung von F_1 im Verlauf des Relaxationsprozesses

Die Zulässigkeit eines Inkrements wird deshalb durch die Einhaltung der Bedingungen, dass

- sich verglichen mit dem letzten Gleichgewichtszustand die Aktivitäten der Fließbedingungen nicht ändern,
- maximal ein weiteres Fließkriterium aktiviert wird,
- das Aktivitätskriterium (4.91) erfüllt wird.

definiert. Das Inkrementkriterium dient damit der Identifikation der erforderlichen Inkrementierungstiefe zur eindeutigen Bestimmung der aktiven Fließkriterien und ist deshalb zur Sicherung der konsistenten Spannungsrelaxation notwendig. Da Kreuzungsbereiche von Fließkriterien Singularitäten der Fließfläche darstellen, kann theoretisch die Inkrementgröße unendlich klein werden, was ein entsprechendes Abbruchkriterium erforderlich macht. Ist das Dehnungsincrement zu groß, kann entweder das globale Lastinkrement der Newton-Raphson Iteration auf Systemebene oder das lokale Dehnungsincrement des Integrationspunkts durch Bisektion verkleinert werden. Durch die Verwendung einer mehrflächigen Fließbedingung und die Beschreibung dissipativer Mechanismen entsteht ein physikalisch pfadabhängiges Systemverhalten und eine globale Lastinkrementierung wird ohnehin notwendig. Häufig sind die plastischen Bereiche jedoch sehr klein, so dass eine ausschließlich globale Inkrementverkleinerung unwirtschaftlich ist. In diesen Fällen ist die Kombination von globaler und lokaler Inkrementierung effizienter.

Zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens des globalen Newton-Raphson Verfahrens ist die Bildung der elastoplastischen Tangentenmatrix von Bedeutung. Ihre prinzipielle Herleitung wurde für den Fall der einflächigen Plastizität in Kapitel 3.3.1 dargelegt. Im Rahmen des hier verwendeten lokalen Iterationsverfahrens stellt die elastoplastische Tangente die Beziehung zwischen den aktuellen Spannungs- und Dehnungszuwächsen am Ende der Iteration $k+1$ dar [123], [122]. Bei Verwendung von Fließbedingungen höherer Ordnung ergibt sich aufgrund der Abhängigkeit des plastischen Potentials vom Spannungszustand die elastoplastische Deformationsmatrix für einflächige Plastizität mit einer modifizierten Steifigkeitsmatrix H [121] zu

$$D_{EP} = H - \frac{H \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T H^T}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T H \frac{\partial Q}{\partial \sigma} + h} \quad (4.92)$$

$$H = \left[D^{-1} + \Delta \lambda_{k+1} \frac{\partial^2 Q}{\partial \sigma} \right]^{-1}. \quad (4.93)$$

Für einfachere Materialmodelle mit einer linearen Abhängigkeit des plastischen Potentials vom Spannungszustand entspricht Gleichung (4.92) dem durch Gleichung (3.36) angegebenen Ausdruck. In Analogie zu (4.92) kann die elastoplastische Tangente für mehrflächige Plastizität wie folgt bestimmt werden [61]

$$D_{EP} = H - H U (E + V^T H U)^{-1} V^T H, \quad (4.94)$$

wobei im Kreuzungspunkt von zwei aktiven Fließkriterien gilt

$$H = \left[D^{-1} + \Delta\lambda_{1,k+1} \frac{\partial^2 Q_1}{\partial \sigma^2} + \Delta\lambda_{2,k+1} \frac{\partial^2 Q_2}{\partial \sigma^2} \right]^{-1}$$

$$U = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} & \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} & \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} -h_{11} & -h_{12} \\ -h_{21} & -h_{22} \end{bmatrix} \quad (4.95)$$

$$h_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial \kappa_i} \frac{\partial \kappa_i}{\partial \lambda_j}.$$

In Gleichung (4.94) wird davon ausgegangen, dass sich der Spannungspunkt in der Schnittmenge zweier Fließkriterien befindet. Ändern sich die Aktivitäten der Fließkriterien innerhalb eines Dehnungsinkrements, kann die elastoplastische Tangente nur näherungsweise bestimmt werden. In der vorliegenden Arbeit führt zudem die Verwendung nichtassoziierter Fließregeln zu unsymmetrischen Deformationsmatrizen, welche zur weiteren Verarbeitung in ANSYS symmetrisiert werden müssen. Die quadratische Konvergenz der globalen Newton-Raphson Iteration kann dann auch mit ermittelter elastoplastischer Tangente nicht mehr erreicht werden. In den praktischen Anwendungen führte die Verwendung der elastoplastischen Tangente häufig zur Divergenz der Newton-Raphson Iteration. In diesen Fällen wurde mit der Anfangssteifigkeitsmatrix gerechnet, welche in ANSYS optional für das Newton-Raphson-Verfahren verwendet werden kann.

(I) Start:

- Dehnungsinkrement aus globaler Newton Raphson Iteration
 $d\epsilon_{k+1} = d\epsilon_{k+1}^{\text{tot}}$
- Statusvariablen aus dem letzten Gleichgewichtszustand k
 $\kappa_{k+1} = \kappa_k \quad d\kappa_{k+1} = 0$

(II) Elastischer Prädiktorschritt

- Berechnung des Versuchspannungszustands
 $\sigma_{k+1}^{\text{trial}} = \sigma_k^* + D d\epsilon_{k+1}$

(III) Überprüfung der Fließkriterien

- Aktualisierung der Ver- und Entfestigungsparameter
 $\kappa_{k+1} = \kappa_{k+1} + d\kappa_{k+1}$
- wenn $F_j \leq \text{TOL}(F)$ Ende der lokalen Iteration, weiter bei (VII)

(IV) Bestimmung der Plastischen Multiplikatoren

$$F_n = \sum_{j=1}^{\text{Anz. aktiver F.}} \left[\left\{ \frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right\}^T D \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} - \frac{\partial F_n}{\partial \kappa_n} \frac{\partial \kappa_n}{\partial \lambda_j} \right] \Delta \lambda_j$$

- Gleichungssystem singular?
 Ja: Teilung des Dehnungsinkrements, weiter bei (II)

(V) Prüfung der Zulässigkeit

- Aktivitätskriterium $\Delta \lambda_j \geq 0$ verletzt?
 Ja: Korrektur der aktiven Fließkriterien, weiter bei (IV)
- Inkrementkriterium verletzt?
 Ja: Teilung des Dehnungsinkrements, weiter bei (II)

(VI) Plastischer Korrektorschritt

$$d\epsilon_{k+1} = d\epsilon_{k+1} - \sum_{j=1}^{\text{Anz. aktiver F.}} \Delta \lambda_j \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma}$$

$$\sigma_{k+1}^{(i)} = \sigma_{k+1} + D d\epsilon_{k+1}, \text{ weiter bei (III)}$$

(VII) weiter mit nächstem lokalen Dehnungsinkrement oder Ende der Spannungsrelaxation

- optionale Berechnung der elastoplastischen Tangente

4.6 Verifikation

Das Kontinuumsmodell für regelmäßiges Mauerwerk soll im Folgenden mit Hilfe verfügbarer Versuchsergebnisse aus der Literatur durch Vergleichsrechnungen verifiziert werden. Für eine möglichst breite Basis der Absicherung werden hierbei verschiedene Mauerwerksarten (Ziegelmauerwerk, Betonsteinmauerwerk, Kalksandsteinmauerwerk), verschiedene Beanspruchungssituationen und verschiedene Wandgeometrien einbezogen.

4.6.1 Wandscheiben aus Betonsteinmauerwerk

Im Rahmen eines Forschungsprojekts zum Trag- und Bruchverhalten von Mauerwerksscheiben führten Lurati und Thürlimann [65] Schubversuche an drei Wänden aus Betonsteinmauerwerk durch. In Bild 4.15 sind der Versuchsaufbau, die Belastung und der Querschnitt der verwendeten Betonsteine der Wände ZW1 und ZW2 dargestellt. Die Wände wurden auf einer 18 cm dicken Betonplatte aufgemauert. Die Lasteintragung erfolgt über eine obere, ebenfalls 18 cm dicke Betonplatte. Beide Wände erhielten eine seitliche Verstärkung durch 60 cm breite Flansche. Die Lagerfugen wurden 10 mm dick, vollflächig vermörtelt ausgeführt. Die Stoßfugen wurden als verdeckter Spatz, d.h. nur in den Steinnuten vermörtelt. Die Ausführung und der Versuchsaufbau der Wand ZW3 waren bis auf die bei dieser Wand fehlenden seitlichen Flansche zu den Wänden ZW1, ZW2 identisch.

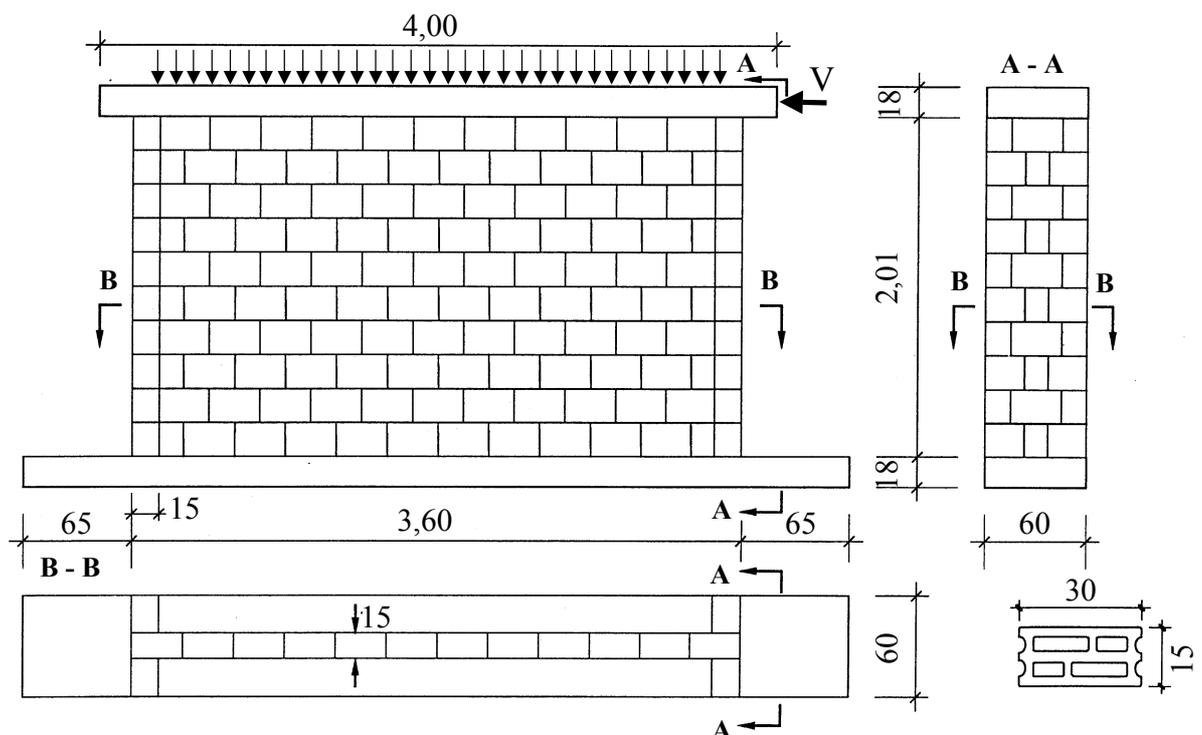


Bild 4.15 Versuchsaufbau und Belastung [65]

Zunächst wurden die Wände durch eine gleichmäßig eingetragene vertikale Druckkraft N belastet. Diese betrug bei den Wänden ZW1 419 kN und ZW3 417 kN und entsprach damit ca. der Belastung einer Wandscheibe im untersten Geschoss eines vierstöckigen

Gebäudes. Die vertikale Last der Wand ZW2 betrug 833 kN, wodurch die Beanspruchung einer Wand im untersten Geschoss eines achtstöckigen Gebäudes simuliert werden sollte. Danach wurde bei allen drei Wänden über die obere Betonplatte eine Horizontalbelastung V eingetragen und bis zum Versagen der Wand gesteigert. Im Versuch und auch in den Nachrechnungen erfolgte die Eintragung der Horizontalbeanspruchung verschiebungsgesteuert.

Steifigkeitswerte	Festigkeitswerte	Bruchenergien
$E_x = 11600 \text{ N/mm}^2$	$f_{mx} = 9,1 \text{ N/mm}^2$	$G_{\text{F}}^{\text{I}} = 0,005 \text{ Nmm/mm}^2$
$E_y = E_z = 7750 \text{ N/mm}^2$	$f_{my} = f_{mz} = 6,1 \text{ N/mm}^2$	$G_{\text{F}}^{\text{II}} = 0,25 \text{ Nmm/mm}^2$
$\nu = 0,32$	$f_{tx} = 0,05 \text{ N/mm}^2$	$G_{\text{B}}^{\text{I}} = 0,03 \text{ Nmm/mm}^2$
$G = 3000 \text{ N/mm}^2$	$f_{ty} = f_{tz} = 0,46 \text{ N/mm}^2$	
$\epsilon_{m1} = 0,78 \cdot 10^{-3}$	$\varphi_0 / \varphi_r / \psi = 39^\circ / 31^\circ / 39^\circ$	
$\epsilon_u = 2,0 \cdot 10^{-3}$	$c = 0,5 \text{ N/mm}^2$	
	Verband:	
	$a_s / a_L / \ddot{u} = 30 / 19 / 15 \text{ cm}$	

Tabelle 4.2 Materialkennwerte für Betonsteinmauerwerk [65], [64]

Die Wände wurden mit isoparametrischen 20-Knoten-Volumenelementen modelliert. Die zugrunde gelegten Materialkennwerte, die zum Großteil den Versuchsberichten [65], [64] entnommen werden konnten, sind in Tabelle 4.2 zusammengestellt. Die Bruchenergien wurden aus Literaturangaben [62], [90], [91] entnommen. Für die Spannungs-Dehnungslinie im Druckbereich wurde aufgrund fehlender Angaben ein linearer Verlauf bis zum Erreichen der Höchstspannung unterstellt. Da die Wände infolge der Schubbeanspruchung versagten, war diese Annahme für das Berechnungsergebnis von untergeordneter Bedeutung. Das Materialverhalten der Betonplatten wurde linear elastisch mit der Betongüte B25 angenommen.

Im Bild 4.16 sind die Last-Verschiebungskurven ZW1, ZW2 der Versuche den Ergebnissen der FE-Berechnungen gegenübergestellt. Die Tabelle 4.3 enthält die zugehörigen gemessenen und berechneten Versagenslasten. Die Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung kann als sehr gut bezeichnet werden. Die Abweichungen der Ergebnisse bei der Wand ZW3 hängen mit der Streuung der Zugfestigkeit zusammen. Die Versuchswerte zeigen hier ein widersprüchliches Verhalten. Obwohl die Wand ZW3 nicht durch seitliche Flansche verstärkt ist, kann sie verglichen mit ZW1 eine größere Horizontalbelastung (380 kN) aufnehmen. Lurati und Thürlimann [65] führen dies auf die wirksame Zugfestigkeit im Versuch ZW3 zurück. Um sie auszuschalten, wurde im Versuch die Horizontalverschiebung so weit gesteigert, bis sich die Risse am Zugrand der Wand vollständig ausbildeten. Dadurch wurde die horizontale Versagenslast auf ca. 300 kN reduziert. Diese Lastgröße konnte mit der Berechnung ohne Ansatz einer vertikalen Zugfestigkeit relativ gut nachvollzogen werden.

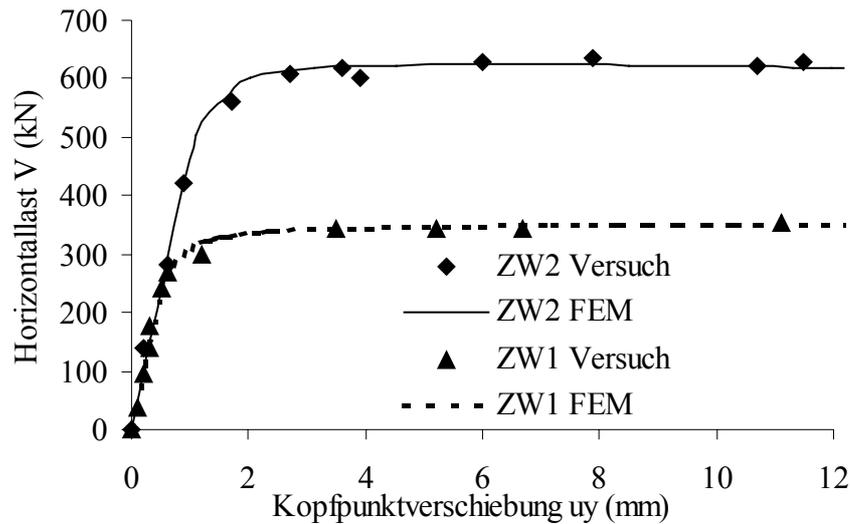


Bild 4.16 Last-Verschiebungskurven

Versuchswand	ZW1	ZW2	ZW3
Versuch	353 kN (100 %)	634 kN (100 %)	380 kN / 300 kN* (100 %)
Berechnung	349 kN (99 %)	624 kN (98 %)	317 kN* (105 %)

Tabelle 4.3 Vergleich der Versagenslast V_u Versuch / Berechnung (* ohne wirksame Zugfestigkeit f_{tx})

Die Bilder 4.17 a und b zeigen das experimentell ermittelte Rissbild der Wände ZW1 und ZW2 im Bruchzustand. Der Vergleich mit den in den Bildern 4.18 a und b bzw. 4.19 a und b dargestellten plastischen Vergleichsdehnungen wie auch mit den plastischen Aktivitäten (Bild 4.20a, b) zeigt, dass die im Versuch beobachteten Versagensmechanismen durch die Berechnung gut nachvollzogen werden können. Nach einem elastischen Verhalten der Wand bildeten sich bis zum Erreichen der Versagenslast Schubrisse, die durch die Steine und treppenförmig durch Stoß- und Lagerfugen verliefen. Weiterhin entstanden auf der Zugseite der Wand horizontal entlang der Lagerfuge verlaufende Risse. Nach einem weiteren Öffnen der Risse erfolgte ein Druckversagen im Fußbereich des Druckflansches.

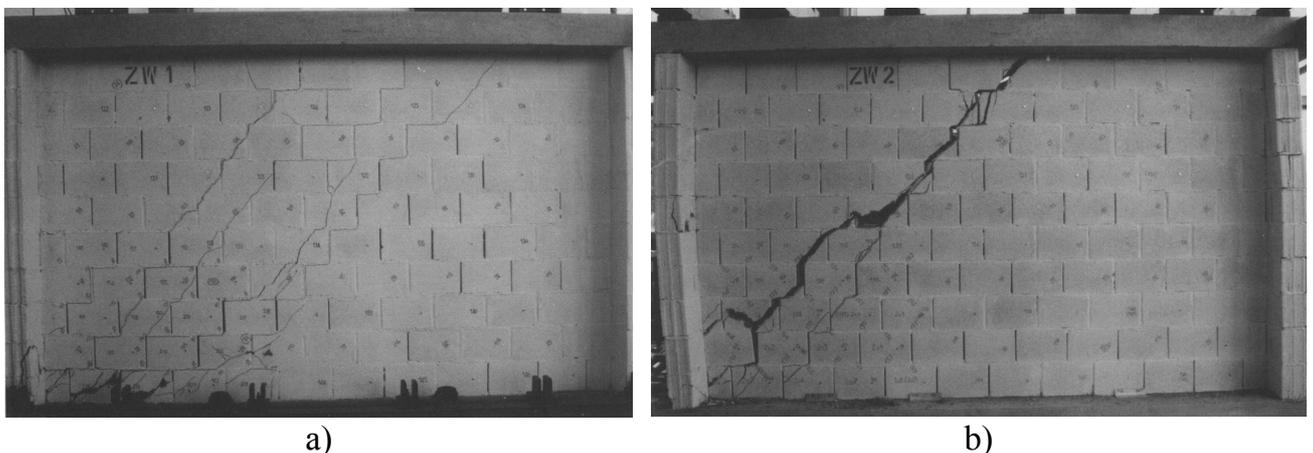


Bild 4.17 Rissbilder im Versagenszustand: a) ZW1, b) ZW2

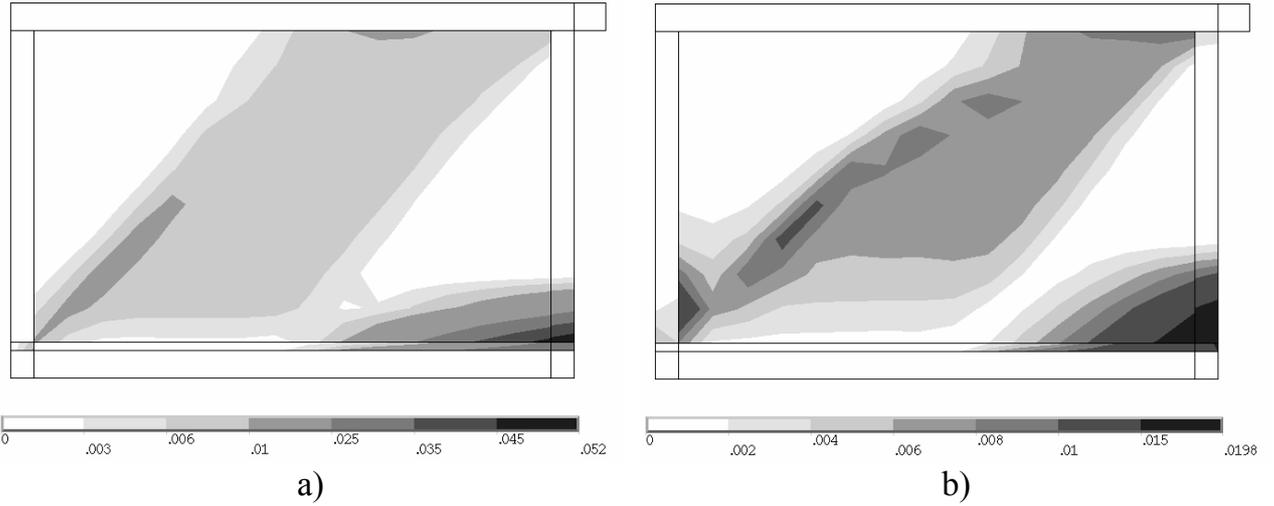


Bild 4.18 Plastische Dehnungen im Versagenszustand: a) ZW1, b) ZW2

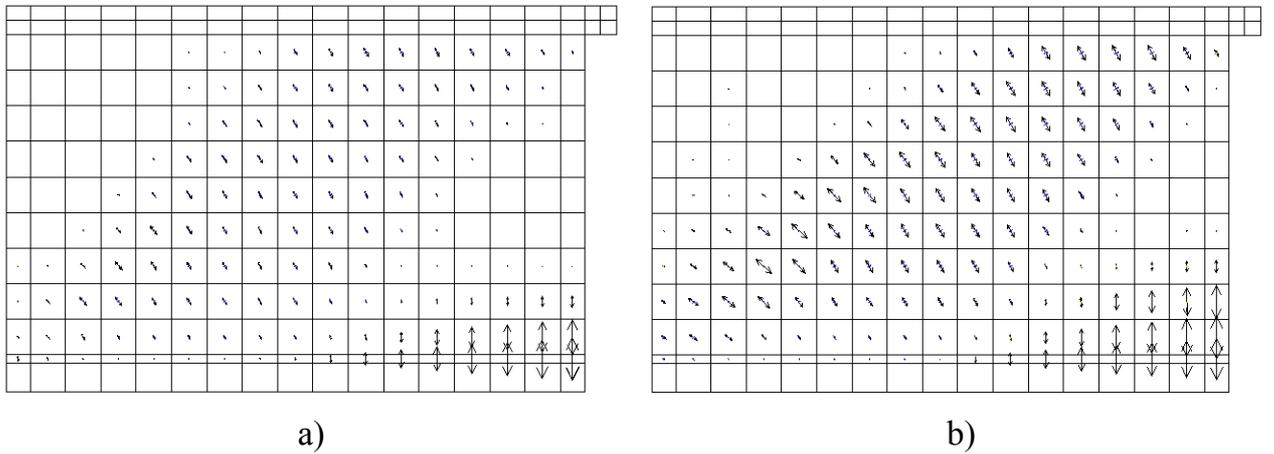


Bild 4.19 Richtungen der plastische Dehnungen im Versagenszustand: a) ZW1, b) ZW2

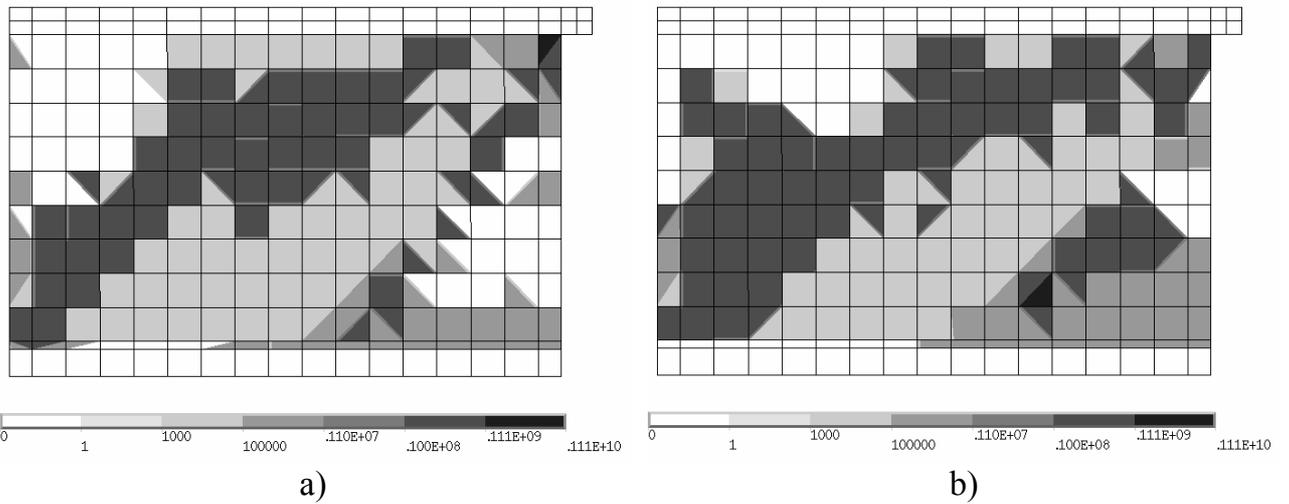


Bild 4.20 Plastische Aktivitäten im Versagenszustand: a) ZW1, b) ZW2

In Bild 4.21 ist der Vergleich der Berechnungsergebnisse für die Wand ZW1 mit unterschiedlichen Vernetzungsvarianten dargestellt. Es zeigt sich, dass mit der in den Kapiteln 4.1.1 bzw. 4.2.1 beschriebenen Umsetzung der Entfestigung infolge Zug- und Schubversagens eine Minimierung der Netzabhängigkeit erreicht werden konnte.

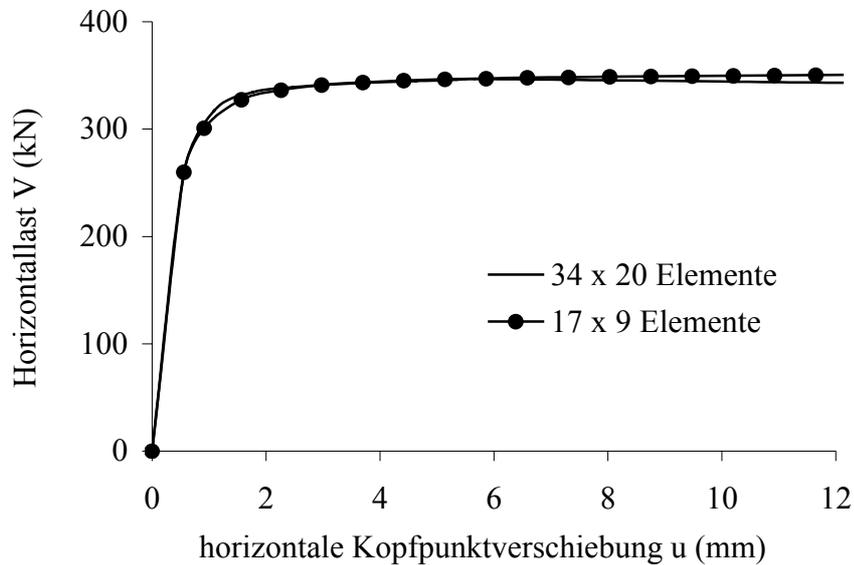


Bild 4.21 Netzabhängigkeit des Makromodells am Beispiel der Wand ZW1

4.6.2 Versuche an kombiniert beanspruchten Mauerwerkswänden

Mojsilovic und Marti [80] führten Versuche an Mauerwerkswänden unter kombinierter Beanspruchung (Scheiben- und Plattenbeanspruchung) durch. Im Folgenden werden aus dieser Versuchsserie jeweils drei Wände aus Kalksandstein- und Ziegelmauerwerk untersucht. Alle Wände waren 1,03 m breit und 2,40 m hoch. Die Wandstärke t der Kalksandsteinwände betrug 14,5 cm, die der Ziegelwände 15 cm. Bild 4.22 zeigt das Prinzip des Versuchsaufbaus und der Belastung. Alle Wände wurden auf einen 20 cm hohen, 40 cm breiten und 1,20 m langen Stahlbetonsockel mit den in Tabelle 4.4 angegebenen Lagerfugeneigungswinkeln im Läuferverband aufgemauert. Die Mörtelfugendicke betrug 10 mm. Die Einleitung der vertikalen Belastung Q am oberen Wandende erfolgte über eine Stahlplatte mit Linienschneidlager. Durch die Änderung der Lagerfugeneigung konnten verschiedene Scheibenspannungszustände im Mauerwerk erzeugt werden.

Versuchswand	Kalksandsteinmauerwerk			Ziegelmauerwerk		
	K2	K4	K6	B2	B4	B6
Lagerfugeneigungswinkel α	0°	15°	30°	0°	15°	30°
vertikale Belastung Q_{eff} (kN)	326	326	325	323	323	324

Tabelle 4.4 Charakteristik der untersuchten Wände

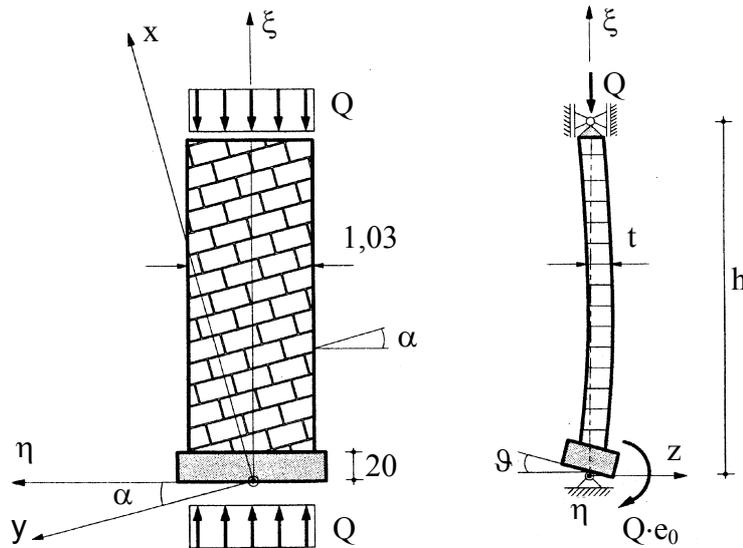


Bild 4.22 Prinzipieller Versuchsaufbau und Belastung [80]

Belastungsregime

Im ersten Lastschritt wurde eine gleichmäßige Druckbelastung Q am Wandkopf eingetragen und in der Folge konstant gehalten. Tabelle 4.4 enthält die effektiven, am Wandfuß gemessenen Vertikalkräfte Q_{eff} . Danach wurde durch Eintragung eines Momentes die Fußverdrehung ϑ bis zum Versagen der Wand gesteigert. Die Eintragung dieses Momentes erfolgte sowohl bei den Versuchen als auch bei den Berechnungen verschiebungsgesteuert.

Die Modellierung erfolgte mit isoparametrischen 20-Knoten-Volumenelementen. Über die Wanddicke wurden drei Elemente gewählt. Die verwendeten Materialparameter für die unterschiedlichen Mauerwerksarten sind in den Tabellen 4.5 und 4.6 zusammengestellt. Sie wurden zum Großteil in Kleinkörperversuchen [80] ermittelt. Die Parameter in z -Richtung senkrecht zur Wandebene und die Zugfestigkeiten und Bruchenergien wurden mit Angaben aus der Literatur [40], [110], [91] abgeschätzt. Das Materialverhalten der Sockelplatte aus Beton wurde mit der Betongüte B25 angenommen.

Steifigkeitswerte	Festigkeitswerte	Bruchenergien
$E_x = 10600 \text{ N/mm}^2$	$f_{\text{mx}} = 9,4 \text{ N/mm}^2$	$G_{\text{fI}}^I = 0,005 \text{ Nmm/mm}^2$
$E_y = E_z = 5300 \text{ N/mm}^2$	$f_{\text{my}} = f_{\text{mz}} = 3,5 - 6,0 \text{ N/mm}^2$	$G_{\text{fI}}^{II} = 0,25 \text{ Nmm/mm}^2$
$\nu = 0,28$	$f_{\text{tx}} = 0,05 \text{ N/mm}^2$	$G_{\text{fB}}^I = 0,03 \text{ Nmm/mm}^2$
$G = 3300 \text{ N/mm}^2$	$f_{\text{ty}} = f_{\text{tz}} = 0,35 \text{ N/mm}^2$	
$\epsilon_{\text{ml}} = 1,0 \cdot 10^{-3}$	$\varphi_0 / \varphi_r / \psi = 49,6^\circ / 40^\circ / 49,6^\circ$	
$\epsilon_u = 2,0 \cdot 10^{-3}$	$c = 0,48 \text{ N/mm}^2$	
	Verband:	
	$a_s / a_L / \ddot{u} = 25 / 13,5 / 12,5 \text{ cm}$	

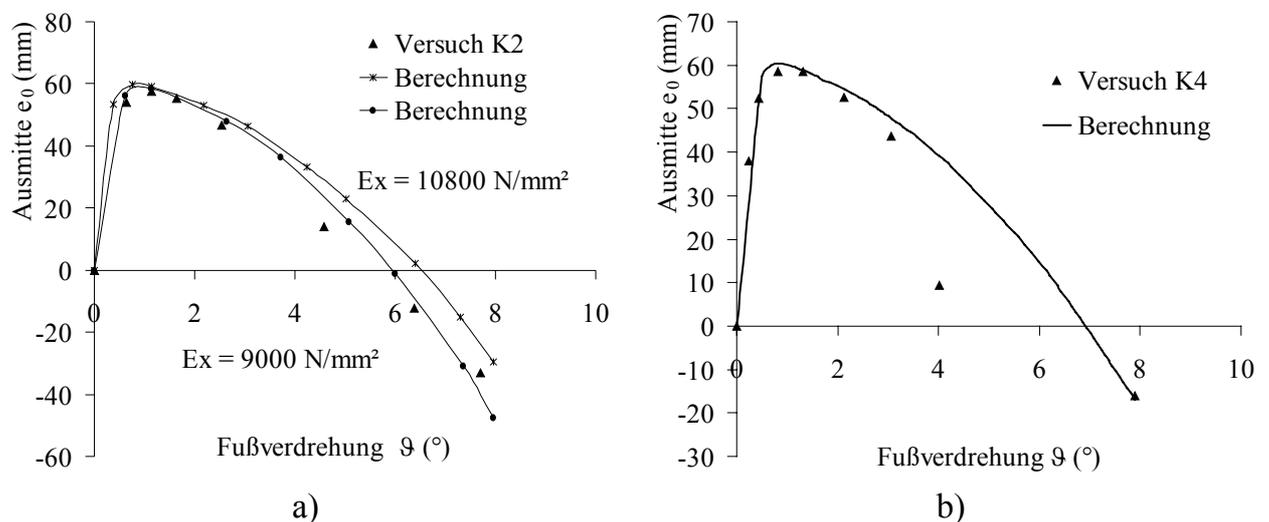
Tabelle 4.5 Materialkennwerte Ziegelmauerwerk

Steifigkeitswerte	Festigkeitswerte	Bruchenergien
$E_x = 10800 \text{ N/mm}^2$ $E_y = E_z = 5400 \text{ N/mm}^2$ $\nu = 0,16$ $G = 4300 \text{ N/mm}^2$ $\epsilon_{ml} = 1,0 \cdot 10^{-3}$ $\epsilon_u = 2,0 \cdot 10^{-3}$	$f_{mx} = 10,6 \text{ N/mm}^2$ $f_{my} = f_{mz} = 7,5 \text{ N/mm}^2$ $f_{tx} = 0,05 \text{ N/mm}^2$ $f_{ty} = f_{tz} = 0,45 \text{ N/mm}^2$ $\varphi_0 / \varphi_r / \psi = 36,9^\circ / 30^\circ / 36,9^\circ$ $c = 0,38 \text{ N/mm}^2$ Verband: $a_s / a_L / \ddot{u} = 25 / 13,5 / 12,5 \text{ cm}$	$G_{fl}^I = 0,005 \text{ Nmm/mm}^2$ $G_{fl}^{II} = 0,25 \text{ Nmm/mm}^2$ $G_{fB}^I = 0,03 \text{ Nmm/mm}^2$

Tabelle 4.6 Materialkennwerte Kalksandsteinmauerwerk

In den Bildern 4.23 und 4.24 sind die Versuchs- und Berechnungswerte der Exzentrizitäten e_0 der Vertikalkraft Q_{eff} an der Wandaufstandsfläche in Abhängigkeit von der Fußverdrehung ϑ aufgetragen. Zunächst zeigen die Kurven einen linearen Anstieg. Durch die beginnende Rissbildung flacht der Verlauf ab. Nach dem Erreichen einer maximalen Exzentrizität folgt dann bis zum Versagen der Wand ein abfallender Ast. Dieser Verlauf stellt eine Entfestigung dar, die durch die Einflüsse der Theorie 2. Ordnung bedingt ist. Die Ausmitte e der Vertikalkraft Q bezüglich der Wandachse setzt sich aus zwei Anteilen infolge der Durchbiegung u_z und der exzentrischen Lasteinleitung zusammen. Aufgrund weiterer, klaffender Rissbildung entsteht ein plastisches Gelenk. Zur Erhaltung des Gleichgewichtes muss sich die Vertikalkraft Q_{eff} in Richtung Wandmitte verschieben. Die Exzentrizität e_0 nimmt schlagartig ab und wird je nach Lage und Größe des klaffenden Risses sogar negativ.

Die Übereinstimmung zwischen den Versuchs- und Berechnungsergebnissen der $e_0 - \vartheta$ Kurven kann als gut eingeschätzt werden. Der plötzliche Abfallen der Versuchswerte e_0 im Zustand des vollständigen Systemversagens kann erwartungsgemäß mit einem Kontinuumsmodell nicht nachvollzogen werden. Besonders deutlich wird das bei den Wänden B2 und B6. Bei den Wänden aus Ziegelmauerwerk ergab sich zusätzlich die Schwierigkeit, dass die bei Kleinkörperversuchen [80], [80] ermittelte zur horizontalen Mauerwerksdruckfestigkeit f_{my} relativ große Unterschiede aufwies. Dies musste mit zunehmender Lagerfugenneigung stärkere Auswirkungen haben. Es wurde deshalb der Einfluss dieses Parameters in Bild 4.24 mit dargestellt. Für die Wand K2 wurde außerdem der Einfluss einer Streuung von E_x aufgezeigt.



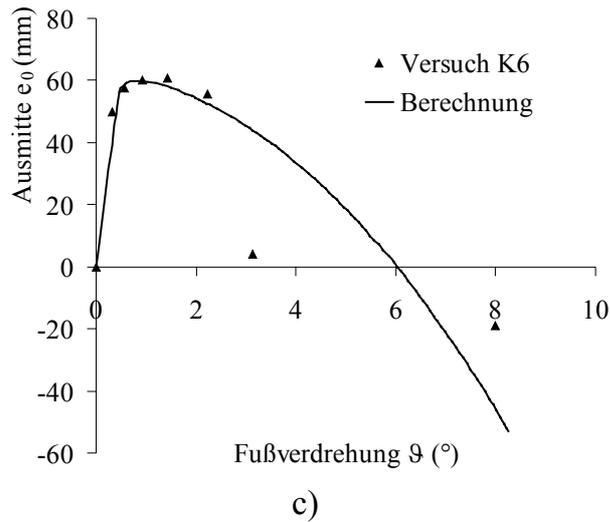
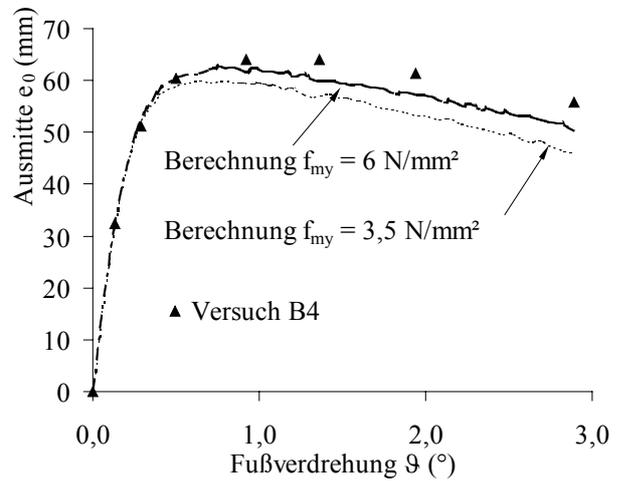
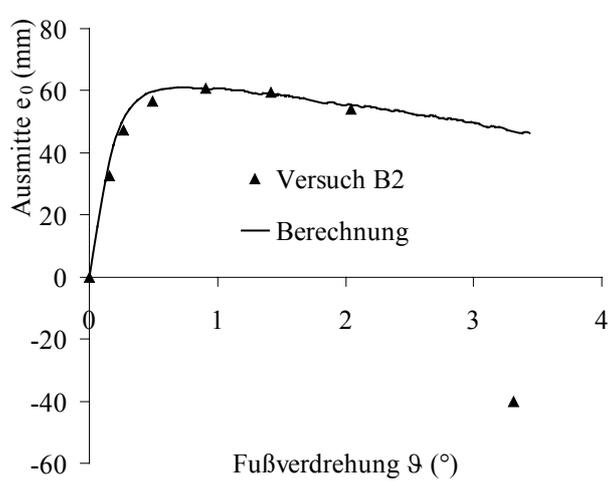
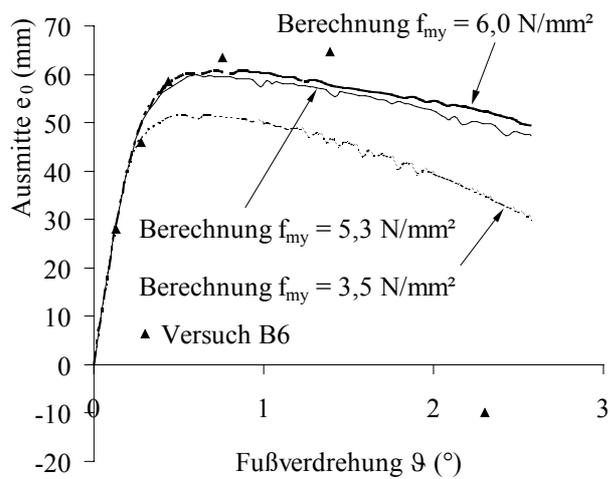


Bild 4.23 Exzentrizität-Verdrehungs-Kurven der Kalksandsteinwände
a) Versuch K2; b) Versuch K4 c) Versuch K6



a)

b)



c)

Bild 4.24 Exzentrizität-Verdrehungs-Kurven der Ziegelwände
a) B2 b) B4 c) B6

Der in den Versuchen beobachtete Trend, dass sich mit zunehmender Lagerfugenneigung

die Höhe des Ortes der größten Durchbiegung u_z in Richtung Wandmitte verschiebt, wurde in den Berechnungen bestätigt. In Tabelle 4.7 werden die Berechnungswerte mit den Versuchswerten der maximal aufnehmbaren Momente am Wandfuß $\max M_0 = Q_{\text{eff}} \cdot \max e_0$ verglichen. Auch hier kann eine gute Übereinstimmung festgestellt werden. Für die Versuche K2-6 und B2, B4 sind die Abweichungen vom Versuchsergebnis maximal 6%. Die größere Abweichung im Versuch B6 hängt mit der bereits angesprochenen Streuung der Druckfestigkeit f_{my} zusammen.

Versuchswand	K2	K4	K6	B2	B4	B6
Versuch	18,8	19,1	19,8	19,7	20,7	20,9
Berechnung	19,5 (104 %)	19,6 (103 %)	19,5 (98 %)	19,7 (100 %)	19,4 – 20,3 (94 – 98 %)	16,7 – 19,6 (80 – 94 %)

Tabelle 4.7 Aufnehmbares Moment $\max M_0$ (kNm)

4.6.3 Diskussion der Verifikationsergebnisse

Die in den Verifikationsberechnungen ermittelten Ergebnisse zeigen für alle drei untersuchten Mauerwerkarten eine gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten. Dabei konnten das nichtlineare Last-Verformungsverhalten, die Versagenslasten und die im Versuch beobachteten Versagensmechanismen bis in den Versagensbereich hinein zutreffend nachvollzogen werden. Die vorhandenen Abweichungen in den Versuchen ZW3 und B6 sind durch die angegebenen Unstimmigkeiten während der Versuchsdurchführung bzw. durch größere Streuungen der Materialparameter erklärbar. In beiden Fällen zeigten sich im Verlauf der numerischen Berechnungen keine Besonderheiten. Grundsätzlich ist eine vollständig „deckungsgleiche“ Wiedergabe der Versuchsergebnisse durch das numerische Modell nicht möglich. Alle Versuchswerte resultierten aus Einzelversuchen, das heißt allein aus der wiederholten Versuchsdurchführung würden Streuungen der Messwerte resultieren. Hinzu kommen noch Einflüsse aus Messungenauigkeiten und Einflüsse aus den dokumentierten Annahmen einiger Eingangswerte des Berechnungsmodells.

Die hier vorgestellten Berechnungsergebnisse der Schubwände ZW1 und ZW2 werden auch durch die im Kapitel 6.4 vorgestellten Ergebnisse des Diskontinuumsmodells bestätigt. Die sehr gute Übereinstimmung der in Bild 4.20 gezeigten plastischen Aktivitäten mit dem im Versuch gefundenen Bruchbild (Bild 4.17) weist nach, dass mit dem vorgestellten Makromodell der wesentlichen Versagensmechanismen des Mauerwerkverbandes beschrieben werden können. Weitere Verifikationsberechnungen, welche die Leistungsfähigkeit und Anwendungsgrenzen des vorgestellten Makromodells im Vergleich mit dem Diskontinuumsmodell untersuchen, sind in Kapitel 7 enthalten.

Durch die Untersuchung verschiedener Vernetzungsvarianten am Beispiel der Wand ZW1 konnte die mit dem hier implementierten Zug- bzw. Schub-Entfestigungsmodell erreichte Minimierung der Netzabhängigkeit aufgezeigt werden. Weitere Studien, welche die minimierte Netzabhängigkeit belegen sowie die numerische Stabilität und Konvergenz der Zug- / Schubentfestigung in Abhängigkeit der Bruchenergie untersuchen, wurden in [104] vorgestellt.

5 Detaillierte Mikromodellierung

Wie die Ausführungen im Kapitel 2 zeigen, wird das nichtlineare, heterogene Materialverhalten des Mauerwerkverbandes wesentlich durch die Interaktion zwischen Stein und Mörtel geprägt. Die Verfolgung dieser Wechselbeziehung sowie die Untersuchung des im Mauerwerk vorherrschenden inneren Spannungs- und Verformungszustandes erfordern eine detaillierte Mikromodellierung, bei der die Steine und Mörtelfugen in ihren realen Abmessungen modelliert werden. Neben dem geometrischen Detaillierungsgrad sind leistungsfähige Stoffmodelle, die das spezifische, nichtlineare Materialverhalten beider Mauerwerkkomponenten und des Haftverbundes beschreiben, erforderlich. Grundsätzlich verursachen die unterschiedlichen Verformungseigenschaften des Steins und des Mörtels mehraxiale Spannungszustände im Mauerwerk. Für die Vorhersage von Rissbildungen, Versagensmechanismen oder Grenztragfähigkeiten sind daher räumliche Materialbeschreibungen notwendig.

Wie bereits im Kapitel 3.4 dargelegt, scheiden detaillierte Mikromodelle aufgrund ihres erforderlichen numerischen Aufwandes für die sinnvolle Berechnung ganzer Mauerwerkstrukturen oder Bauteile aus. Ihr hoher Genauigkeitsgrad kann jedoch erforderlich werden, wenn Spannungskonzentrationen und Rissbildungen in Detailbereichen beurteilt werden sollen. Häufig ist für die Bewertung einer bestehenden Mauerwerkstruktur, an der lediglich eine Beprobung und experimentelle Untersuchung der Steine und des Mörtels möglich ist, die Einschätzung der Mauerwerkdruckfestigkeit erforderlich. Das Zurückgreifen auf empirische Zusammenhänge ist wegen der engen Anwendungsgrenzen und der großen Abweichungen verschiedener Ansätze oft unbefriedigend. In diesen Fällen kann die Verwendung eines detaillierten Mikromodells zu einer deutlichen Qualitätssteigerung bei der Abschätzung und Eingrenzung der Mauerwerkdruckfestigkeit führen. Ebenso eignen sich Mikromodelle für versuchsbegleitende Berechnungen, die den experimentellen Aufwand eingrenzen bzw. die gefundenen Tendenzen durch Parameterstudien untermauern. Die Entwicklung moderner Mauerwerkarten geht mit der bauphysikalischen und mechanischen Optimierung insbesondere der Mauersteine einher. Offene Fragen, wie z.B. die Festigkeit von stark gelochten oder großformatigen Steinen unter mehraxialen Spannungszuständen, sind aktuelle Themen der Mauerwerkforschung, für deren Beantwortung ein leistungsfähiges Mikromodell ein wertvolles Werkzeug sein kann.

Im Folgenden werden die Entwicklungen für ein Mikromodell, welches sich aus drei elastoplastischen Materialmodellen für Mörtel, Mauerstein und deren Verbund zusammensetzt, vorgestellt. Die numerische Umsetzung erfolgt im Rahmen der Finite Elemente Methode mit impliziter Zeitintegration in der im Kapitel 4.5 beschriebenen Weise. Die Materialmodelle wurden in das Programmsystem ANSYS implementiert. Zur Sicherung einer praktischen Anwendbarkeit werden die Materialmodelle auf der Grundlage gut bestimmbarer bzw. abschätzbarer Materialkennwerte formuliert. Eine umfangreiche Verifikation im Kapitel 5.4 soll die Eignung und Prognosefähigkeit des Mikromodells belegen.

5.1 Materialmodell für Mörtel

Wird Mauerwerk vertikal auf Druck beansprucht, unterliegt der Mörtel im Regelfall aufgrund seines gegenüber dem Stein größeren Querdehnvermögens einem dreiaxialen Druckspannungszustand. In den Steinrand- und Stossfugenbereichen resultieren jedoch aus der verminderten bzw. fehlenden Querdehnungsbehinderung Druck-Zug-Spannungszustände in der Mörtelfuge. Ein detailliertes Mikromodell für Mauerwerk bedarf daher einer Materialbeschreibung des Mörtels, welche das nichtlineare Spannungs-Dehnungsverhalten in Abhängigkeit des Spannungszustandes abzubilden vermag. Der zutreffenden Erfassung des Querdehnverhaltens kommt dabei wegen des grundlegenden Einflusses auf die Interaktion mit dem Mauerstein eine besondere Bedeutung zu.

5.1.1 Versagensbedingung

Die experimentelle Grundlage für die Formulierung des Mörtel-Materialmodells bilden die in Kapitel 2.2 vorgestellten Versuche von Bierwirth [19]. Diese Untersuchungen belegen, dass für die Beschreibung des Festigkeitsverhaltens von Normalmörtel ein vom Beton bekanntes Versagenskriterium geeignet ist. Im entwickelten elastoplastischen Materialmodell für Mörtel wird eine von Hintze [46] für Beton vorgeschlagene, singuläre Drucker-Prager Fließbedingung verwendet. Sie besteht aus zwei Fließkriterien, welche in dieser Arbeit durch die Ver- bzw. Entfestigungsfunktion Ω in der folgenden Form erweitert werden:

$$F_1 = \sigma_s + \beta_t \sigma_m - \tilde{\sigma}_{yt} \Omega_1 \quad (5.1)$$

$$\beta_t = \frac{\sqrt{3} (R_D - R_Z)}{R_D + R_Z} \quad \tilde{\sigma}_{yt} = \frac{2 R_D R_Z}{\sqrt{3} (R_D + R_Z)}$$

$$F_2 = \sigma_s + \beta_c \sigma_m - \tilde{\sigma}_{yc} \Omega_2 \quad (5.2)$$

$$\beta_c = \frac{\sqrt{3} (R_U - R_D)}{2 R_U - R_D} \quad \tilde{\sigma}_{yc} = \frac{R_U R_D}{\sqrt{3} (2 R_U - R_D)}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad \sigma_s = \sqrt{I_2}$$

mit: σ_m hydrostatische Spannung
 I_2 zweite Invariante der deviatorischen Hauptspannungen
 R_Z einachsige Zugfestigkeit
 R_D einachsige Druckfestigkeit
 R_U zweiachsige Druckfestigkeit
 Ω Ver- und Entfestigungsfunktion
 (im Druckbereich $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_c$, im Zugbereich $\Omega_1 = \Omega_t$).

Die für die numerische Verarbeitung erforderlichen partiellen Ableitungen der Fließkriterien nach den Komponenten des Spannungsvektors lauten

$$\left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{S_X + \beta_t}{2\sigma_s} + \frac{\beta_t}{3}, \frac{S_Y + \beta_t}{2\sigma_s} + \frac{\beta_t}{3}, \frac{S_Z + \beta_t}{2\sigma_s} + \frac{\beta_t}{3}, \frac{S_{XY}}{\sigma_s}, \frac{S_{YZ}}{\sigma_s}, \frac{S_{ZX}}{\sigma_s} \right\}^T \quad (5.3)$$

$$\left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{S_X + \beta_c}{2\sigma_s} + \frac{\beta_c}{3}, \frac{S_Y + \beta_c}{2\sigma_s} + \frac{\beta_c}{3}, \frac{S_Z + \beta_c}{2\sigma_s} + \frac{\beta_c}{3}, \frac{S_{XY}}{\sigma_s}, \frac{S_{YZ}}{\sigma_s}, \frac{S_{ZX}}{\sigma_s} \right\}^T \quad (5.4)$$

Der in Bild 5.1a dargestellte Vergleich mit dem Bruchmodell von Ottosen [83], welches auch Bierwirth [19] für die mathematische Erfassung seiner Versuchsergebnisse benutzt, zeigt die Vorzüge des aus zwei Fließkriterien bestehenden Drucker-Prager Modells. Während im von Bierwirth [19] untersuchten Bereich des Druckmeridians eine sehr gute Übereinstimmung herrscht, lässt sich das gewählte Drucker-Prager Modell im Druck-Zug und Zugbereich an die realistische Zugfestigkeit anpassen, wohingegen das geschlossene Ottosen-Modell diese Bereiche deutlich überschätzt. Ein weiterer Vorteil liegt in der einfachen Beschreibung der Fließbedingung mit den drei bekannten bzw. gut abschätzbaren Parametern R_Z , R_D und R_U , wodurch eine bessere Prognosefähigkeit des Modells für andere, nicht in [19] untersuchte Mörtelgruppen (MG I, II, IIIa) erwartet werden kann.

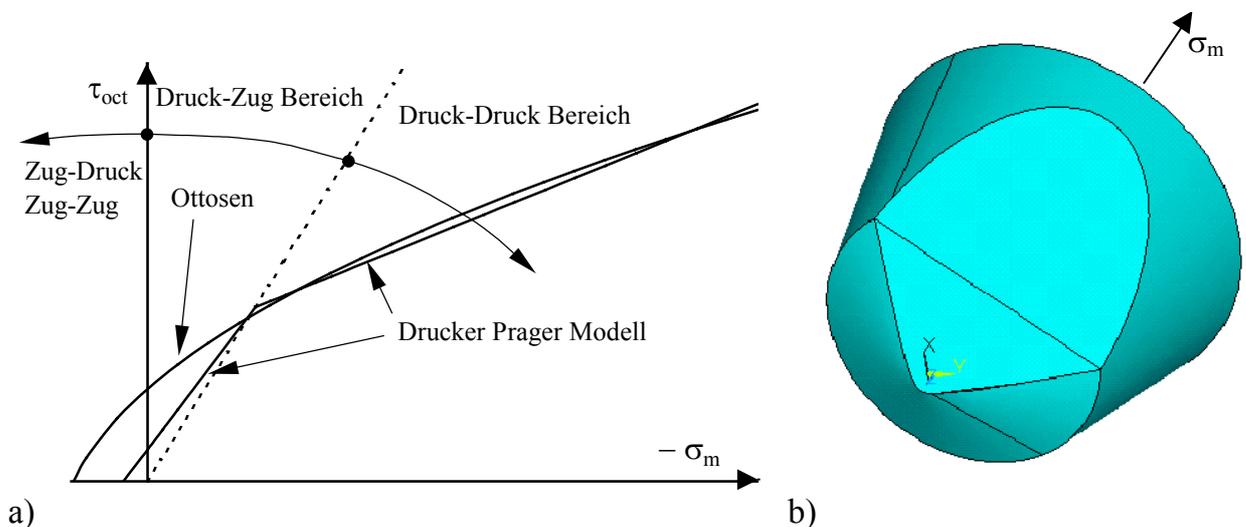


Bild 5.1 Fließbedingungen für Mörtel (Darstellung im Oktaeder-Spannungsraum):
 a) Vergleich des Modells von Ottosen mit dem singulären Drucker-Prager Modell (Versuchsergebnis MG IIa [19]);
 b) Singuläres Drucker-Prager Modell, räumliche Darstellung [46]

Zur Verifikation wird im Folgenden die gewählte Fließbedingung mit den von Bierwirth [19] in ein- und dreiaxialen Druckversuchen ermittelten Festigkeiten verglichen. Um die in Kapitel 2.2.1 erläuterten Einflüsse der Erhärtungsbedingungen zu berücksichtigen, wurden in diesen Versuchen die Mörtelprobekörper in Lagerfugen bei Variation der Mauersteine und der Steinfeuchte hergestellt. In Tabelle 5.1 sind die Versuchsreihen für Normalmörtel mit ihren Bezeichnungen und den zugehörigen einachsigen

Druckfestigkeiten R_D zusammengestellt. Für jede Versuchsreihe führte Bierwirth Versuche an zylindrischen Proben mit konstanten Spannungsverhältnissen von Radial- zu Vertikalspannung $\sigma_r / \sigma_v = 0 / 0,05 / 0,15 / 0,3$ durch. Bild 5.2 zeigt die untersuchten Spannungspfade und die hier verwendete Drucker-Prager Fließbedingung.

Mörtel	Steinsorte					
	Kalksandstein KSL 12-1,4-2DF		Hochlochziegel HLzA 12-1,2-2DF		Hochlochziegel HLzB 12-0,9-5DF	
	trocken	feucht	trocken	feucht	trocken	feucht
Mörtelgruppe IIa R_D (N/mm ²)	B/1t	B/1f	B/2t	B/2f	B/3t	B/3f
	6,58	10,62	14,62	19,41	18,61	15,38
Mörtelgruppe III R_D (N/mm ²)	C/1t	C/1f	C/2t	C/2f	-	-
	9,06	11,57	18,46	18,91		

Tabelle 5.1 Versuchsreihen für Normalmörtel aus [19]

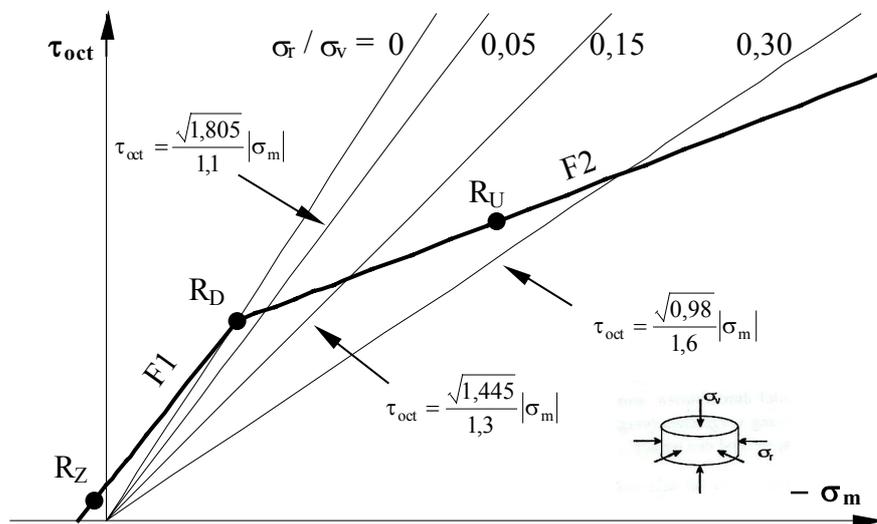


Bild 5.2 Verwendete Drucker-Prager Fließbedingung und in [19] experimentell untersuchte Spannungspfade

In Bild 5.3 sind die Verläufe der Fließbedingung den Versuchswerten gegenübergestellt. Dabei wurden der Fließbedingung die jeweils in Tab. 5.1 angegebene einachsige Druckfestigkeiten R_D zugrunde gelegt. Die zweiachsige Druckfestigkeit lässt sich im Mittel für alle Versuchsreihen zu $R_U = 1,5 * R_D$ ableiten. Die einachsige Zugfestigkeit R_Z wurde mit $R_Z = 0,1 * R_D$ angenommen. Die in Bild 5.3 erkennbare gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten kann als Beleg für die Eignung der singulären Drucker-Prager Fließbedingung zur Festigkeitsbeschreibung von Mörtel angesehen werden.

Die Auswahl des maximalen Druckspannungsverhältnisses von $\sigma_r / \sigma_v = 0,3$ erfolgte von Bierwirth unter Bezug auf umfangreiche Untersuchungen von Probst [94]. Danach ist eine stärkere Entwicklung der aus dem Steifigkeitsunterschied zwischen Mörtel und Stein resultierenden horizontalen Druckspannung in der Mörtelfuge, die im Mauerwerkdruckversuch durch die horizontale Steinzugfestigkeit begrenzt wird, für übliche Stein-Mörtel-Kombinationen nicht zu erwarten. Für die Festigkeitsbeschreibung des Mörtels ergibt sich daraus die Schlussfolgerung, dass die im Betonbau oder in der

Geotechnik gebräuchliche Einführung einer „Druckkappe“ zur realitätsnaheren Berücksichtigung großer hydrostatischer Druckspannungszustände entbehrlich ist.

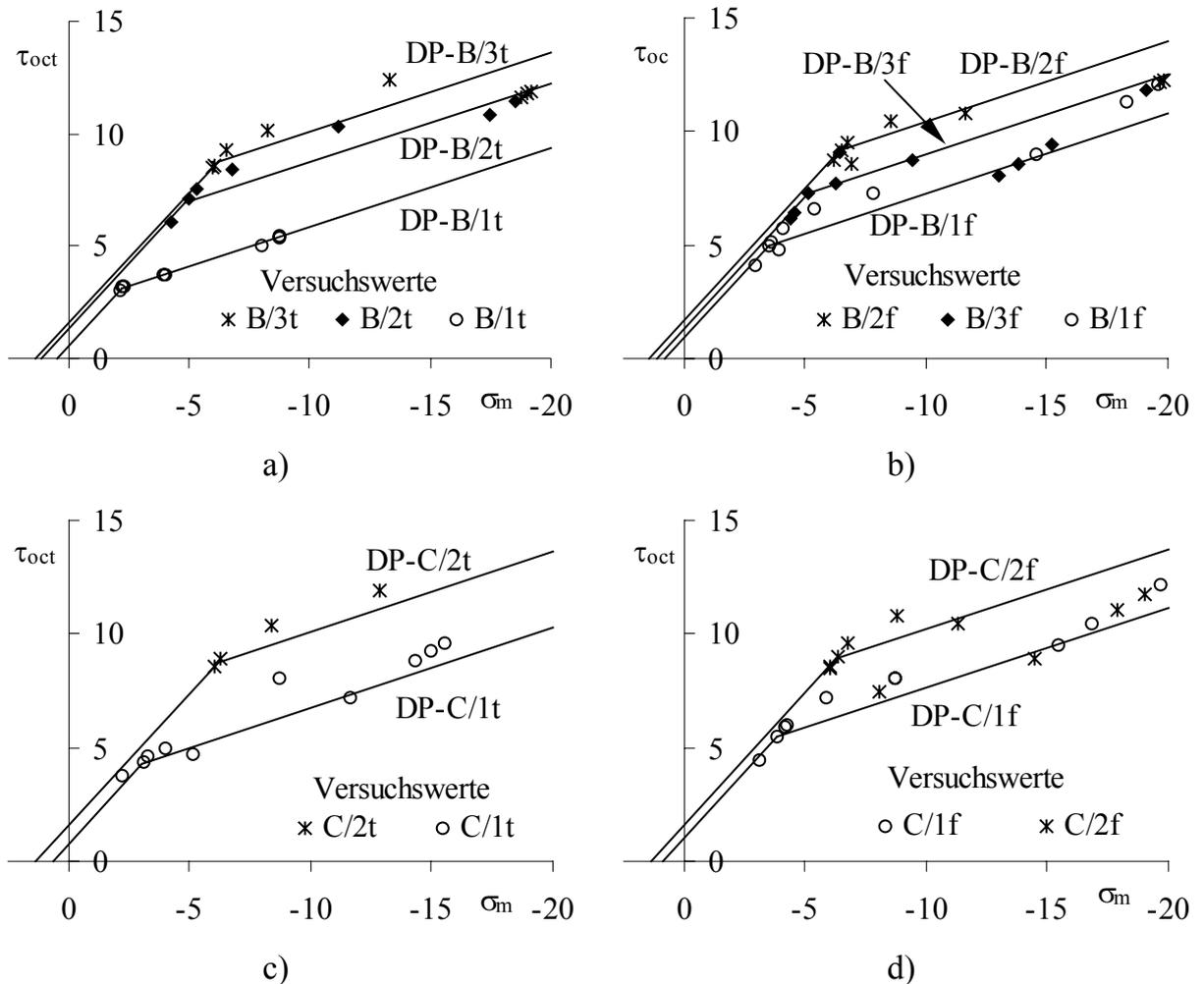


Bild 5.3 Verifikation der gewählten singulären Drucker-Prager Fließbedingung mit den Versuchsergebnissen [19] (Werte in N/mm²)
 a) Versuchsreihen Mörtelgruppe IIa, trockene Steine
 b) Versuchsreihen Mörtelgruppe IIa, vorgehästete Steine
 c) Versuchsreihen Mörtelgruppe III, trockene Steine
 d) Versuchsreihen Mörtelgruppe III, vorgehästete Steine

5.1.2 Nichtlineares Verformungsverhalten im Druckbereich

Neben der Festigkeit zeigt auch das nichtlineare Längs- und Querverformungsverhalten eine ausgeprägte Abhängigkeit vom Spannungszustand. Die für die in Bild 5.2 dargestellten Spannungspfade erhaltenen Spannungs-Dehnungslinien sind in Bild 2.5 (Kapitel 2.2) abgebildet.

Die Beschreibung der Spannungs-Dehnungsbeziehungen im Druckbereich ($\sigma_m < 0$) erfolgt mit Hilfe der in Bild 5.4 dargestellten Ver- bzw. Entfestigungsfunktion Ω_c . Ihr Verlauf kann durch die angegebenen Stützstellen ($\Omega_0 / 0, \Omega_i / \kappa_i, 1 / \kappa_{ml}, \Omega_u / \kappa_u, \Omega_r / \infty$) an die vorhandenen Versuchsergebnisse sehr gut angepasst werden. Im hier entwickelten elastoplastischen Materialmodell können diese Stützstellen für jeden der vier Spannungspfade explizit vorgegeben werden. In Abhängigkeit des vorhandenen

Spannungszustandes ($\tau_{\text{oct}} / \sigma_m$) werden dann die Dehnungen entsprechend der zugehörigen Spannungs-Dehnungsbeziehung ermittelt. Zur Vereinfachung der elastoplastischen Algorithmen wird auf eine Interpolation zwischen den vorgegebenen Spannungs-Dehnungslinien verzichtet. Der Ver- und Entfestigungsfunktion wird eine bereichsweise Gültigkeit bis zum jeweils nächst folgenden Spannungspfad unterstellt. Damit ist die Ver- und Entfestigungsfunktion des Spannungspfades

$$\sigma_r / \sigma_v = 0 \text{ (einaxialer Druckversuch) für alle Spannungspunkte } \tau_{\text{oct}} > \frac{\sqrt{1,805}}{1,1} |\sigma_m| ,$$

$$\sigma_r / \sigma_v = 0,05 \text{ für alle Spannungspunkte } \frac{\sqrt{1,805}}{1,1} |\sigma_m| \geq \tau_{\text{oct}} > \frac{\sqrt{1,445}}{1,3} |\sigma_m| ,$$

$$\sigma_r / \sigma_v = 0,15 \text{ für alle Spannungspunkte } \frac{\sqrt{1,445}}{1,3} |\sigma_m| \geq \tau_{\text{oct}} > \frac{\sqrt{0,98}}{1,6} |\sigma_m| ,$$

$$\sigma_r / \sigma_v = 0,30 \text{ für alle Spannungspunkte } \tau_{\text{oct}} \leq \frac{\sqrt{0,98}}{1,6} |\sigma_m|$$

gültig. Zur Vermeidung numerischer Pfadabhängigkeiten wird die Identifikation des jeweils gültigen Spannungsbereiches nur in den Gleichgewichtszuständen der globalen Newton-Raphson Iteration aktualisiert.

Wie Bierwirth [19] zeigt, ist die häufig für Beton [12], [23] verwendete affine Vergrößerung der einaxialen Spannungs-Dehnungslinie zur Ermittlung der Dehnungen unter dreiaxialen Druckspannungszuständen für die Beschreibung des Verformungsverhaltens von Mörtel wenig geeignet. Der wesentliche Grund liegt hierfür in der stärkeren Zunahme der Mörtelverformungen gegenüber den Spannungen unter dreiaxialer Druckbelastung. Damit ändert sich auch die Form der Spannungs-Dehnungsbeziehung, was mit dem hier vorgeschlagenen Materialmodell berücksichtigt werden kann.

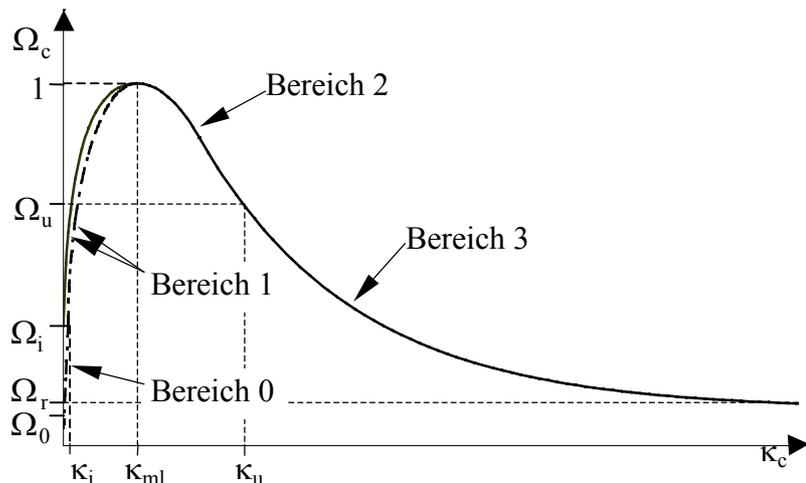


Bild 5.4 Ver- und Entfestigungsfunktionen im Druck-Zug und Druck-Druck Bereich

Die mathematische Beschreibung der aus mehreren Bereichen bestehenden Ver- und Entfestigungsfunktion ist in Tabelle 5.2 zusammengestellt. Sie wird in Abhängigkeit des Ver- bzw. Entfestigungsparameters κ_c , der entsprechend Gleichung (3.21) gewählt wird, formuliert.

$\tau_{\text{oct}} > \frac{\sqrt{1,445}}{1,3} \sigma_m $	$\tau_{\text{oct}} \leq \frac{\sqrt{1,445}}{1,3} \sigma_m $
<p>Bereich 0: $\kappa_c \leq \kappa_i$</p> $\Omega_c = \frac{\Omega_i - \Omega_0}{\kappa_i} \kappa_c + \Omega_0 \quad (5.9)$ $\frac{d\Omega_c}{d\kappa_c} = \frac{\Omega_i - \Omega_0}{\kappa_i}$ <p>Bereich 1: $\kappa_c \leq \kappa_{ml}$</p> $\Omega_c = \Omega_i + (1 - \Omega_i) \sqrt{\frac{2\kappa_c}{\kappa_{ml}} - \frac{\kappa_c^2}{\kappa_{ml}^2}} \quad (5.8)$ $\frac{d\Omega_c}{d\kappa_c} = \frac{1}{2} \frac{(1 - \Omega_i) \left(\frac{2}{\kappa_{ml}} - \frac{2\kappa_c}{\kappa_{ml}^2} \right)}{\sqrt{\frac{2\kappa_c}{\kappa_{ml}} - \frac{\kappa_c^2}{\kappa_{ml}^2}}}$	<p>Bereich 1: $\kappa_i \leq \kappa_c \leq \kappa_{ml}$</p> $\Omega_c = \Omega_i + (1 - \Omega_i) \sqrt{\frac{2(\kappa_c - \kappa_i)}{\kappa_{ml} - \kappa_i} - \frac{(\kappa_c - \kappa_i)^2}{(\kappa_{ml} - \kappa_i)^2}} \quad (5.10)$ $\frac{d\Omega_c}{d\kappa_c} = \frac{(1 - \Omega_i) \left[\frac{1}{\kappa_{ml} - \kappa_i} - \frac{\kappa_c - \kappa_i}{(\kappa_{ml} - \kappa_i)^2} \right]}{\sqrt{\frac{2(\kappa_c - \kappa_i)}{\kappa_{ml} - \kappa_i} - \frac{(\kappa_c - \kappa_i)^2}{(\kappa_{ml} - \kappa_i)^2}}}$
<p>Bereich 2: $\kappa_{ml} \leq \kappa_c \leq \kappa_u$</p> $\Omega_c = 1 + (\Omega_u - 1) \left(\frac{\kappa_c - \kappa_{ml}}{\kappa_u - \kappa_{ml}} \right)^2$ $\frac{d\Omega_c}{d\kappa_c} = \frac{2(\Omega_u - 1)(\kappa_c - \kappa_{ml})}{(\kappa_u - \kappa_{ml})^2} \quad (5.11)$	
<p>Bereich 3: $\kappa_u \leq \kappa_c$</p> $\Omega_c = \Omega_r + (\Omega_u - \Omega_r) \exp(m)$ <p>mit: $m = \frac{2(\Omega_u - 1)(\kappa_c - \kappa_u)}{(\kappa_u - \kappa_{ml})(\Omega_u - \Omega_r)}$</p>	$\frac{d\Omega_c}{d\kappa_c} = 2 \frac{\Omega_u - 1}{\kappa_u - \kappa_{ml}} \exp(m) \quad (5.12)$

Tabelle 5.2 Ver- und Entfestigungsfunktion im Druckbereich

Für κ_c gilt

$$d\kappa_c = \frac{1}{\sigma_e} \{\sigma\}^T d\varepsilon^{pl} \quad (5.5)$$

mit: $d\varepsilon^{pl} = d\varepsilon_{F1}^{pl} + d\varepsilon_{F2}^{pl}$.

Im Bereich mehraxialer Druckspannungszustände wird entsprechend der damit einhergehenden Festigkeitssteigerung die erreichbare Höchstspannung der einachsigen Spannungs-Dehnungsbeziehung nach einem Vorschlag von Bathe et. al [12], [10] mit einem Faktor f_{st} vergrößert. Somit ergibt sich für die Vergleichsspannung:

$$\sigma_e = f_{st} R_D = R_{DD}. \quad (5.6)$$

Die Ableitungen des Ver- bzw. Entfestigungsparameters sowie der Fließkriterien ergeben sich zu

$$\frac{\partial \kappa_c}{\partial \lambda_i} = \frac{1}{\sigma_c} \{\sigma\}^T \frac{\partial Q_i}{\partial \sigma} \quad \text{für } i = 1, 2 \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \kappa_c} = -\tilde{\sigma}_{yt} \frac{d\Omega_c}{d\kappa_c} \quad \frac{\partial F_2}{\partial \kappa_c} = -\tilde{\sigma}_{yc} \frac{d\Omega_c}{d\kappa_c}.$$

Für größere Querdruckspannungsverhältnisse ($\sigma_r / \sigma_v \geq 0,15$) wird die Verfestigungskurve $\kappa_c < \kappa_{ml}$ in zwei Bereiche unterteilt. Diese Unterteilung dient der besseren Erfassbarkeit des nachstehend erläuterten Querdehnverhaltens.

Die Nachvollziehbarkeit des im Versuch beobachteten, vom Spannungszustand abhängigen Querdehnverhaltens wird durch die Verwendung nichtassoziierter Fließregeln möglich. Zur Steuerung der Querdehnung wird in Anlehnung an das von Chen [23] veröffentlichte Betonmodell der Dilatanzfaktor δ_c , welcher einen Wert zwischen 0 und 1 annehmen kann, eingeführt. Es werden zwei Spannungsbereiche definiert, die durch das Verhältnis $\tau_{oct} = \sqrt{1,445 / 1,3} |\sigma_m|$ begrenzt sind. Im Bereich $\tau_{oct} > \sqrt{1,445 / 1,3} |\sigma_m|$ ergeben sich die plastischen Potentiale und deren Ableitungen zu

$$Q_1 = \sigma_s + \delta_c \beta_t \sigma_m \quad (5.13)$$

$$Q_2 = \sigma_s + \delta_c \beta_c \sigma_m$$

$$\left\{ \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{S_X}{2\sigma_s} + \frac{\beta_t}{3} \delta_c, \frac{S_Y}{2\sigma_s} + \frac{\beta_t}{3} \delta_c, \frac{S_Z}{2\sigma_s} + \frac{\beta_t}{3} \delta_c, \frac{S_{XY}}{\sigma_s}, \frac{S_{YZ}}{\sigma_s}, \frac{S_{ZX}}{\sigma_s} \right\}^T$$

$$\left\{ \frac{\partial^2 Q_1}{\partial \sigma^2} \right\} = \left\{ -\frac{S_X^2}{4\sigma_s^3} + \frac{1}{3\sigma_s}, -\frac{S_Y^2}{4\sigma_s^3} + \frac{1}{3\sigma_s}, -\frac{S_Z^2}{4\sigma_s^3} + \frac{1}{3\sigma_s}, -\frac{S_{XY}^2}{\sigma_s^3} + \frac{1}{\sigma_s}, -\frac{S_{YZ}^2}{\sigma_s^3} + \frac{1}{\sigma_s}, -\frac{S_{ZX}^2}{\sigma_s^3} + \frac{1}{\sigma_s} \right\}^T$$

$$\left\{ \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{S_X}{2\sigma_s} + \frac{\beta_c}{3} \delta_c, \frac{S_Y}{2\sigma_s} + \frac{\beta_c}{3} \delta_c, \frac{S_Z}{2\sigma_s} + \frac{\beta_c}{3} \delta_c, \frac{S_{XY}}{\sigma_s}, \frac{S_{YZ}}{\sigma_s}, \frac{S_{ZX}}{\sigma_s} \right\}^T$$

$$\left\{ \frac{\partial^2 Q_2}{\partial \sigma^2} \right\} = \left\{ \frac{\partial^2 Q_1}{\partial \sigma^2} \right\}$$

mit: $\delta_c = \delta_{cr}$.

Für $\tau_{oct} \leq \sqrt{1,445 / 1,3} |\sigma_m|$ gilt:

$$Q_2 = \delta_c \sigma_s + \delta_c \beta_c \sigma_m \tag{5.14}$$

$$\left\{ \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \left(\frac{S_X}{2\sigma_s} + \frac{\beta_c}{3} \right) \delta_c, \left(\frac{S_Y}{2\sigma_s} + \frac{\beta_c}{3} \right) \delta_c, \left(\frac{S_Z}{2\sigma_s} + \frac{\beta_c}{3} \right) \delta_c, \frac{S_{XY}}{\sigma_s}, \frac{S_{YZ}}{\sigma_s}, \frac{S_{ZX}}{\sigma_s} \right\}^T$$

$$\left\{ \frac{\partial^2 Q_2}{\partial \sigma^2} \right\} = \left\{ -\frac{S_X^2 \delta_c}{4\sigma_s^3} + \frac{\delta_c}{3\sigma_s}, -\frac{S_Y^2 \delta_c}{4\sigma_s^3} + \frac{\delta_c}{3\sigma_s}, -\frac{S_Z^2 \delta_c}{4\sigma_s^3} + \frac{\delta_c}{3\sigma_s}, -\frac{S_{XY}^2 \delta_c}{\sigma_s^3} + \frac{\delta_c}{\sigma_s}, -\frac{S_{YZ}^2 \delta_c}{\sigma_s^3} + \frac{\delta_c}{\sigma_s}, -\frac{S_{ZX}^2 \delta_c}{\sigma_s^3} + \frac{\delta_c}{\sigma_s} \right\}^T$$

mit: Bereich 0, $\kappa_c \leq \kappa_i$: $\delta_c = \delta_{ci}$

Bereich 1, $\kappa_i \leq \kappa_c \leq \kappa_{ml}$: $\delta_c = \delta_{ci} + (\delta_{cr} - \delta_{ci}) \left[1 - \exp\left(-\frac{\kappa_c - \kappa_i}{0,0001}\right) \right]$

Bereich 2, 3, $\kappa_{ml} \leq \kappa_c$: $\delta_c = \delta_{cr}$.

Dabei werden die Dilatanzfaktoren δ_{ci} , δ_{cr} in der Hauptdruckspannungsrichtung gleich 1 gesetzt. Dieser Ansatz ermöglicht, den im Versuch [19] beobachteten Verlauf der Querdehnungen im dreiaxialen Druckbereich zu erfassen. In Bild 5.5 sind die Spannungs-Dehnungslinien des dreiaxialen Druckversuchs (B1t, Mörtelgruppe IIa) [19] mit einem Spannungsverhältnis $\sigma_r / \sigma_v = 0,3$ den Berechnungsergebnissen mit assoziierter Fließregel und nichtassoziierter Fließregel nach Gleichung (5.14) sowie denen einer linearen Berechnung gegenübergestellt. Bei Verwendung der nichtassoziierten Fließregel nach Gleichung (5.14) wurden die Dilatanzfaktoren zu $\delta_{ci} = 1$ und $\delta_{cr} = 0,1$ gewählt. Damit sind beide Fließregeln im Bereich 0 (bis zum Erreichen einer Längsdehnung von $\epsilon_v = -2,6$ mm/m) identisch.

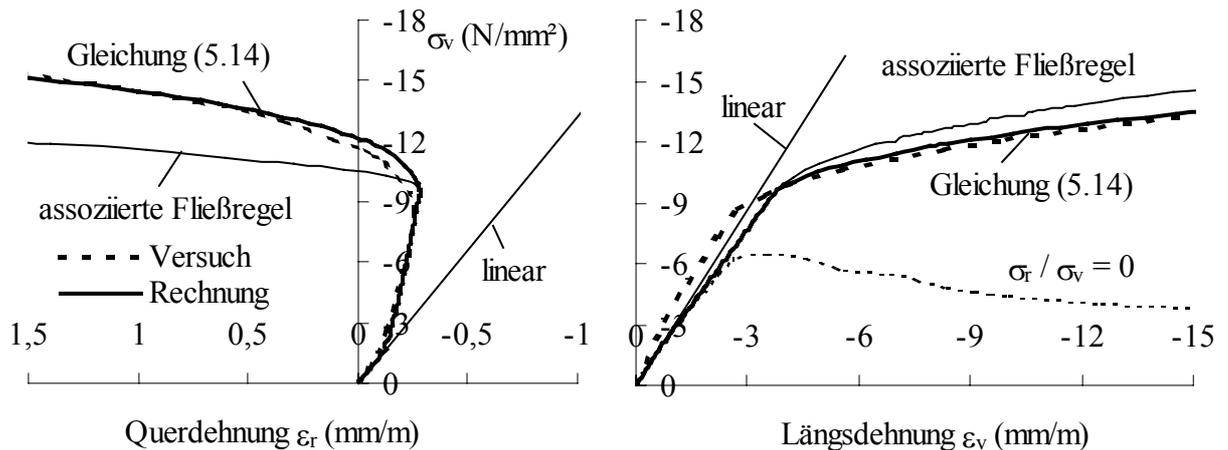


Bild 5.5 Dreiaxialer Druckversuch B1t $\sigma_r / \sigma_v = 0,3$ [19], Vergleich der Ergebnisse mit assoziierter und nicht assoziierter Fließregel

Die negative Querdehnung der linearen Berechnung resultiert aus der hohen horizontalen Druckspannung, welche den Querdehnungsanteil (Querdehnzahl $\mu = 0,07$ [19]) aus der Vertikalspannung überdrückt. Mit einsetzender Nichtlinearität (Mikrorissbildung) im Bereich 0 wird dieser Effekt deutlich abgemindert. In diesem Bereich führt auch die

assoziierte Fließregel zu einer guten Übereinstimmung mit den experimentellen Werten. Ab einer Vertikalspannung von ca. -9 N/mm^2 nehmen die Längsdehnungen stärker zu (Übergang zum Bereich 1, Gleichung (5.10) bzw. (5.14)). Die Verwendung einer assoziierten Fließregel führt dann zu einer wesentlichen Überschätzung der Querdehnungen des Mörtels. Mit der hier vorgeschlagenen nichtassoziierten Fließregel können dagegen die im Versuch beobachteten Mörtelverformungen gut nachvollzogen werden. Bei der in Bild 5.5 gezeigten Nachrechnung des Spannungsverhältnisses $\sigma_r / \sigma_v = 0,3$ steigt die plastische Verformungsenergie der Berechnung mit nichtassoziierten Fließregel auf den vierfachen Wert der Berechnung mit assoziierter Fließregel. Diese Erhöhung der plastischen Verformungsenergie fällt beim hier nicht dargestellten einaxialen Druckversuch ($\sigma_r / \sigma_v = 0$) mit ca. 1% wesentlich geringer aus. Der Vergleich der Energiebilanzen verdeutlicht den zunehmenden Einfluss der durch die Fließregel beschriebenen Querdehnungen mit steigendem Spannungsverhältnis σ_r / σ_v .

Die vollständige Nachrechnung der unterschiedlichen Spannungsverhältnisse sowie die Angabe der übrigen Materialparameter ist im Kapitel 5.4 dokumentiert. Die bei den Längsdehnungen im Versuch beobachtete geringfügige Versteifung kann durch das elastoplastische Materialmodell nicht abgebildet werden. Sie beeinflusst jedoch die Spannungen im Mauerwerk nur unwesentlich. Der Elastizitätsmodul wird deshalb entsprechend dem einaxialen Druckversuch ($\sigma_r / \sigma_v = 0$) gewählt. Wichtiger für die Untersuchung des im Mauerwerk herrschenden Beanspruchungszustandes und die Prognose der Mauerwerkdruckfestigkeit ist die realistische Beschreibung der Mörtelquerdehnungen. Zu große Querdehnungen im Mörtel, wie sie im Falle der assoziierten Fließregel ermittelt wurden, führen zur Überschätzung der horizontalen Steinzugspannungen und damit zu einem vorzeitigen Mauerwerkdruckversagen durch ein Zugversagen der Steine. Für die Anwendung des Materialmodells zur Simulation eines Kalkmörtels der Mörtelgruppe I erscheint hingegen die Verwendung einer assoziierten Fließregel ($\delta_c = 1$) aufgrund des ausgeprägt plastischen Verhaltens derartiger Mörtel [17] gerechtfertigt.

5.1.3 Verformungsverhalten im Zugbereich

Die Festigkeit im Zugbereich ($\sigma_m > 0$) wird durch das in Gleichung (5.1) angegebene Fließkriterium beschrieben. Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit wird von einem linearen Materialverhalten ausgegangen. Danach wird, wie bereits auch im Kapitel 4.1.1 und 4.2 erläutert, der einsetzenden Rissbildung und Schädigung durch eine exponentielle Degradation der Zugfestigkeit Rechnung getragen. Die zugehörige Entfestigungsfunktion lautet

$$\Omega_t = e^{-\left(\frac{h R_z}{G_f^1} \kappa_t\right)}. \quad (5.15)$$

Derartige Ansätze werden auch zur Materialbeschreibung von Beton [93], [98] verwendet. Für die Bruchenergie G_f^1 liegen derzeit keine Versuchsergebnisse von Mörtel vor, so dass näherungsweise auf die für Beton bekannten Werte zurückgegriffen werden muss. Für praktische Berechnungen ist diese Ungenauigkeit jedoch von geringer Bedeutung, da in den überwiegenden Fällen bei einer Zugbeanspruchung der Mörtelfuge

die in Kapitel 5.3 beschriebene geringere Haftzugfestigkeit maßgebend wird. Der Entfestigungsparameter κ_t wird (wie bereits in Gleichung (5.5) für den Druckbereich angegeben) als plastische Vergleichsdehnung der Form

$$d\kappa_t = \frac{1}{\sigma_e} \{\sigma\}^T d\varepsilon_{F1}^{pl} \quad (5.16)$$

mit: $\sigma_e = R_z$

gewählt. Die zugehörigen Ableitungen lauten

$$\frac{d\kappa_t}{d\lambda_1} = \frac{1}{\sigma_e} \{\sigma\}^T \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \quad \frac{\partial F_1}{\partial \kappa_t} = \frac{\tilde{\sigma}_{yt} h R_z \Omega_t}{G_f^1} \quad (5.17)$$

Auch im Zugbereich wird bei der hier verwendeten Drucker-Prager Fließbedingung die Formulierung einer nichtassozierten Fließregel notwendig. Sie stellt sicher, dass unter reiner, einaxialer Zugbeanspruchung keine physikalisch unzutreffenden positiven Querdehnungen auftreten. In Analogie zum Druckbereich wird ein Dilatanzfaktor δ_t eingeführt. Das plastische Potential, sowie dessen partiellen Ableitungen lauten damit

$$Q_1 = \sigma_s + \delta_t \beta_t \sigma_m \quad (5.18)$$

$$\left\{ \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{S_X}{2\sigma_s} + \frac{\beta_t}{3} \delta_t, \quad \frac{S_Y}{2\sigma_s} + \frac{\beta_t}{3} \delta_t, \quad \frac{S_Z}{2\sigma_s} + \frac{\beta_t}{3} \delta_t, \quad \frac{S_{XY}}{\sigma_s}, \quad \frac{S_{YZ}}{\sigma_s}, \quad \frac{S_{ZX}}{\sigma_s} \right\}^T$$

mit: $\delta_t = 0 \dots 0,2$.

5.2 Steinmaterialmodell

Aufgrund des gewöhnlich aus der Stein-Mörtel-Interaktion resultierenden Druck-Zug-Zug-Spannungszustands im Stein ist für dessen Festigkeitsbeschreibung vor allem die Berücksichtigung der richtungsabhängigen Zugfestigkeit von Bedeutung. Wie sich in Druckversuchen [115], [17] bei Verwendung verschiedener (künstlicher und natürlicher) Mauersteine zeigt, tritt das Mauerwerkdruckversagen in den meisten Fällen durch ein Zugversagen der Steine bei vertikaler Rissbildung ein. Während die Stoffgesetze der Grundmaterialien wie z.B. Ton oder Beton häufig bekannt sind, liegen für die Mauersteine (mit ihren aus dem Herstellungsprozess resultierenden Eigenschaften) keine systematischen Versuchsergebnisse zum Verhalten in räumlichen Spannungszuständen vor. Auch bedingt die Vielzahl unterschiedlicher Mauersteinarten einen entsprechenden Idealisierungsgrad des Materialmodells. Die Verwendung komplexer Versagenskriterien erscheint daher wenig angebracht. Vielmehr sollen im Folgenden durch eine mit praxisnahen Materialparametern beschreibbare Fließbedingung die wesentlichen Versagensmechanismen des Steins im Mauerwerkverband nachvollzogen werden können.

5.2.1 Versagensbedingung

Die Beschreibung der räumlichen Festigkeit des Mauersteins erfolgt in Anlehnung an den auch in der Geotechnik gebräuchlichen Ansatz des multilaminaren Materialmodells [134], [132]. Hierbei wird die in Kapitel 5.1 vorgestellte singuläre Drucker-Prager Fließbedingung nach Gleichung (5.1), (5.2) und (5.13) mit drei weiteren an der Ausrichtung des Steins orientierten Zugbruchkriterien ($F_3 - F_5$) nach Gl. (5.19) gekoppelt.

$$F_3 = \sigma_x - f_{tx} \Omega_{tx} \quad F_4 = \sigma_y - f_{ty} \Omega_{ty} \quad F_5 = \sigma_z - f_{tz} \Omega_{tz} \quad (5.19)$$

mit: f_t Steinzugfestigkeit in der jeweiligen Raumrichtung
 Ω_t Entfestigungsfunktion

$$\left\{ \frac{\partial F_3}{\partial \sigma} \right\} = \{1, 0, 0, 0, 0, 0\}^T \quad \left\{ \frac{\partial F_4}{\partial \sigma} \right\} = \{0, 1, 0, 0, 0, 0\}^T \quad \left\{ \frac{\partial F_5}{\partial \sigma} \right\} = \{0, 0, 1, 0, 0, 0\}^T$$

Auf diese Weise entsteht eine zusammengesetzte Fließbedingung, welche die Orthotropie der für die Beanspruchung im Mauerwerksverband maßgeblichen Steinzugfestigkeit berücksichtigen kann. Während die Drucker-Prager Fließbedingung die Druck- und Schubfestigkeit des in der Regel isotropen Grundmaterials beschreibt, stellen die Zugspannungskriterien $F_3 - F_5$ Ebenen verminderter Zugfestigkeit dar, wie sie sich beispielsweise durch die Ausrichtung der Tonteilchen bei der Herstellung des Ziegels in der Strangpresse oder durch den geologischen Entstehungsprozesses als Schichtung eines Natursteins ausbilden können.

5.2.2 Verformungsverhalten

Die experimentellen Untersuchungsergebnisse zum Spannungs-Dehnungsverhalten von Mauersteinen unter einaxialer Druckbelastung wurden in Kapitel 2.1.2 erläutert. Erwartungsgemäß können drei Bereiche der Arbeitslinie (linearer Bereich, nichtlinearer Bereich bis zur Höchstspannung, Entfestigungsbereich) identifiziert werden. Dementsprechend lässt sich mit der in Bild 5.4 dargestellten Ver- und Entfestigungsfunktion durch die Gleichungen (5.8), (5.11) und (5.12) auch das Spannungs-Dehnungsverhalten der Mauersteine im Druckbereich gut abbilden.

Die vorliegenden Versuchsergebnisse zur Richtungsabhängigkeit und zum Spannungs-Dehnungsverhalten von Mauersteinen unter Zugbeanspruchung wurden in den Kapiteln 2.1.1 und 2.1.3 vorgestellt. Wie aus [91] für künstlich hergestellte Steine und aus [2] für Sandstein hervorgeht, kann der bereits in Kapitel 4 und 5.1 vorgestellte Ansatz einer exponentiellen Zugentfestigung auch für den Mauerstein als realistisch angenommen werden. Bei Verwendung einer dehnungsgesteuerten Entfestigung gemäß Gleichung (3.18) ergeben sich die Entfestigungsparameter und Entfestigungsfunktionen zu

$$d\kappa_{tx} = d\varepsilon_{x3}^{pl} = d\lambda_3 \quad d\kappa_{ty} = d\varepsilon_{y4}^{pl} = d\lambda_4 \quad d\kappa_{tz} = d\varepsilon_{z5}^{pl} = d\lambda_5 \quad (5.20)$$

$$\Omega_{tx} = e^{-\left(\frac{h f_{tx}}{G_{tx}^1} \kappa_{tx}\right)} \quad \Omega_{ty} = e^{-\left(\frac{h f_{ty}}{G_{ty}^1} \kappa_{ty}\right)} \quad \Omega_{tz} = e^{-\left(\frac{h f_{tz}}{G_{tz}^1} \kappa_{tz}\right)}$$

Die zugehörigen Ableitungen der Fließkriterien lauten

$$\frac{\partial F_3}{\partial \kappa_{tx}} = \frac{f_{tx}^2 h \Omega_{tx}}{G_{fx}^I} \quad \frac{\partial F_4}{\partial \kappa_{ty}} = \frac{f_{ty}^2 h \Omega_{ty}}{G_{fy}^I} \quad \frac{\partial F_5}{\partial \kappa_{tz}} = \frac{f_{tz}^2 h \Omega_{tz}}{G_{fz}^I}.$$

Damit verfügt das vorgestellte Steinmaterialmodell über die für eine detaillierte Mikromodellierung erforderlichen Eigenschaften, wie die räumliche Formulierung des Materialgesetzes, die Berücksichtigung der Orthotropie wesentlicher Materialparameter, die Einbeziehung der vollständigen Spannungs-Dehnungsbeziehung und die von der Beanspruchung abhängige Formulierung der Materialentfestigung.

5.3 Verbund zwischen Stein und Mörtel

Der Verbund zwischen Mauerstein und Mörtel wird durch die in der Verbundfuge vorhandene Haftzug- und Haftscherfestigkeit sowie durch die aktivierbare Reibung charakterisiert. Die hierzu verfügbaren Versuchsergebnisse wurden in den Kapiteln 2.3.1.3 und 2.3.1.4 dargelegt. Für die Beschreibung des Verbundes wird das im Kapitel 4.2 vorgestellte, aus einem Mohr-Coulombschen Schubspannungskriterium F_6 und einem Zugspannungskriterium F_7 bestehende Modell verwendet. Das Entfestigungsverhalten wird entsprechend den Ausführungen in Kapitel 4.2.1.1 berücksichtigt. Die Abfrage dieser beiden Fließkriterien erfolgt innerhalb der Mörtelfuge in Kombination mit dem in Kapitel 5.1 hergeleiteten Mörtel-Materialmodell.

Grundsätzlich kann die Modellierung des Haftverbundes auch durch Kontaktelemente, die zwischen den Stein- und Mörtel-elementen angeordnet werden, erfolgen. Wesentlicher Nachteil dieser Variante ist die für den Kontaktalgorithmus erforderliche Steifigkeit, welche bei der detaillierten räumlichen Diskretisierung wie auch im Bezug auf die hier verwendete implizite Zeitintegration eine rein numerische Kenngröße darstellt und sich damit einer Verifikation und Sicherung der Prognosefähigkeit entzieht. Eine derartige Modellierung wird daher im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet.

5.4 Verifikation

Für eine möglichst breit angelegte Überprüfung sollen nachstehend sowohl die Materialmodelle der Einzelkomponenten Mörtel und Stein als auch das detaillierte Mikromodell in seiner Gesamtheit mit Hilfe verfügbarer Versuchsergebnisse aus der Literatur durch Vergleichsrechnungen verifiziert werden. Die Einbeziehung verschiedener Mörtel-, Stein- und Mauerwerkarten sowie unterschiedlicher Strukturgeometrien und Verbandsausbildungen dient dazu, die Eignung des entwickelten Mikromodells unter praktisch relevanten Anwendungsfällen nachzuweisen.

5.4.1 Ein- und dreiaxiale Druckversuche an Normalmörtel

Zur Verifikation des Mörtelmaterialmodells werden die bereits in den Kapiteln 2.2 und 5.1 beschriebenen Versuche von Bierwirth [19] herangezogen. Aus dem in Tabelle 5.1

angegebenen Versuchsprogramm werden exemplarisch die Versuchsreihen B/1t und B/3f nachgerechnet. Die den Berechnungen zugrunde liegenden Materialkennwerte sind in Tabelle 5.3 zusammengestellt. Die zweiaxiale Druckfestigkeit ergibt sich nach Auswertung der Versuche [19] für Normalmörtel zu $R_U = 1,5 R_D$, die einaxiale Zugfestigkeit wird zu $R_Z = 0,1 R_D$ angenommen. Zur Verbesserung der Anwendbarkeit des Materialmodells werden direkt die Dehnungen ($\varepsilon_i, \varepsilon_{ml}, \varepsilon_u$) als Stützstellen der Spannungs-Dehnungsbeziehungen vorgegeben. Die Kennwerte ($\kappa_i, \kappa_{ml}, \kappa_u$) der Ver- und Entfestigungsfunktion lassen sich einfach aus diesen Gesamtdehnungen durch Abzug des elastischen Dehnungsanteils ermitteln. Für den Fall der einaxialen Spannungs-Dehnungslinie gilt z.B.

$$\kappa_i = \varepsilon_i - \varepsilon_i^{el} = \varepsilon_i - \frac{R_D \Omega_i}{E} \tag{5.21}$$

Die Ermittlung der Kennwerte κ_{ml} und κ_u erfolgt in Analogie zu Gleichung (5.21).

Elastizitätskennwerte, Festigkeiten, Dilatanzfaktoren								
	E	ν	R_D	R_U	R_Z	δ_{ci}	δ_{cr}	δ_t
	N/mm ²		N/mm ²					
B/1t	2765	0,07	6,49	9,735	0,65	1	0,1	0,2
B/3f	5400	0,07	16,29	24,44	0,16	1	0,1	0,2
Kennwerte der Spannungs-Dehnungsbeziehungen								
		ε_i	ε_{ml}	ε_u	Ω_0	Ω_i	Ω_u	Ω_r
	Spannungsbereich	%	%	%				
B/1t	$\tau_{oct} > \frac{\sqrt{1,805}}{1,1} \sigma_m $	-	0,35	0,68	-	0,33	0,85	0,60
B/3f			0,39	0,70		0,33	0,60	0,35
B/1t	$\frac{\sqrt{1,805}}{1,1} \sigma_m \geq \tau_{oct} > \frac{\sqrt{1,445}}{1,3} \sigma_m $	-	0,85	2,5	-	0,70	0,85	0,60
B/3f			0,47	0,71		0,63	0,85	0,53
B/1t	$\frac{\sqrt{1,445}}{1,3} \sigma_m \geq \tau_{oct} > \frac{\sqrt{0,98}}{1,6} \sigma_m $	0,26	3,5	*1	0,10	0,75	*1	*1
B/3f			0,30	0,70	1,5	0,10	0,60	0,95
B/1t	$\tau_{oct} < \frac{\sqrt{0,98}}{1,6} \sigma_m $	0,35	8,0	*1	0,10	0,55	*1	*1
B/3f			0,45	9,5		0,10	0,60	

Tabelle 5.3 Materialkennwerte *1 ohne Einfluss auf das Ergebnis

Die gemessenen und berechneten Spannungs-Dehnungslinien sind für die Versuchsreihe B/1t in Bild 5.6 und für die Versuchsreihe B/3f in Bild 5.7 abgebildet. Der Vergleich zwischen Experiment und Berechnung verdeutlicht einerseits, dass sich das Materialmodell durch eine entsprechende Wahl der Stützpunkte der Ver- und Entfestigungsfunktion mit den Versuchsergebnissen kalibrieren lässt und so das Verformungsverhalten in Richtung der Hauptdruckbeanspruchung gut nachvollzogen werden kann. Andererseits wird deutlich, dass die für die Berechnung von Mauerwerk sehr bedeutende Querdehnungsentwicklung des Mörtels in guter Übereinstimmung zu den experimentellen Werten abgebildet wird. Damit ist eine wichtige Voraussetzung für eine realistische Erfassung der Stein-Mörtel-Interaktion gegeben. Neben dem Verformungsverhalten wurde durch die Berechnungen auch die vom Spannungszustand abhängige Festigkeitsentwicklung realistisch wiedergegeben. Anzumerken ist dabei die

dem Modell zugrunde liegende einfache Versagensbedingung, welche lediglich von drei Festigkeitswerten abhängig ist. Offenbar können zwei dieser Festigkeitsparameter (R_U und R_Z) mit den angegebenen Beziehungen in guter Näherung aus der einachsigen Druckfestigkeit R_D abgeschätzt werden. Dies bedeutet, dass mit dem hier vorgestellten Materialmodell auch in den Fällen, in denen nur wenige Materialkennwerte (z.B. nur R_D) vorliegen, Ergebnisse in zutreffender Größenordnung erwartet werden können. Liegen umfangreichere Versuchsdaten vor, so lässt sich die Qualität der Berechnung durch die entsprechende Wahl der Kennwerte steigern.

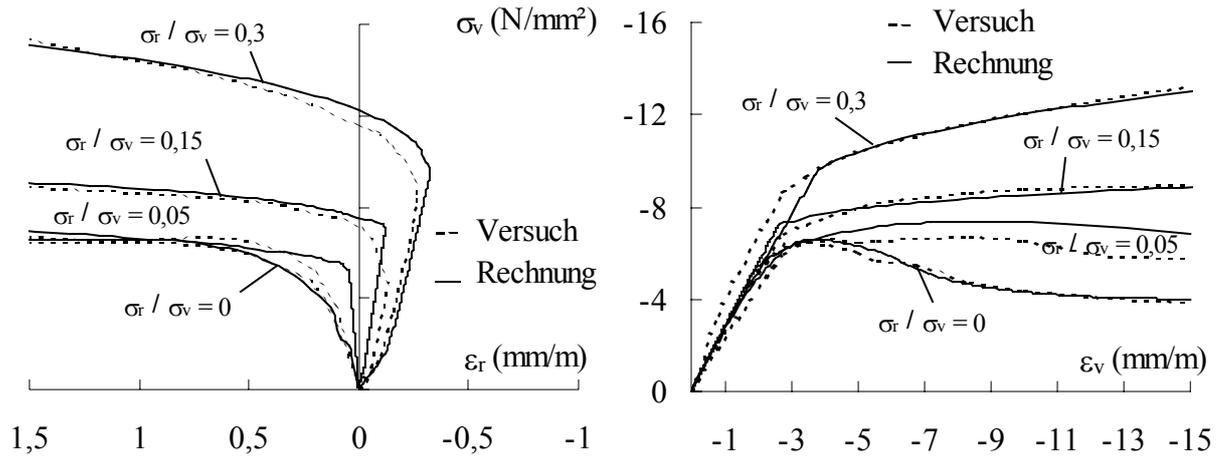


Bild 5.6 Spannungs-Dehnungslinien Versuchsreihe B1/t [19] – Vergleich Versuch und Berechnung

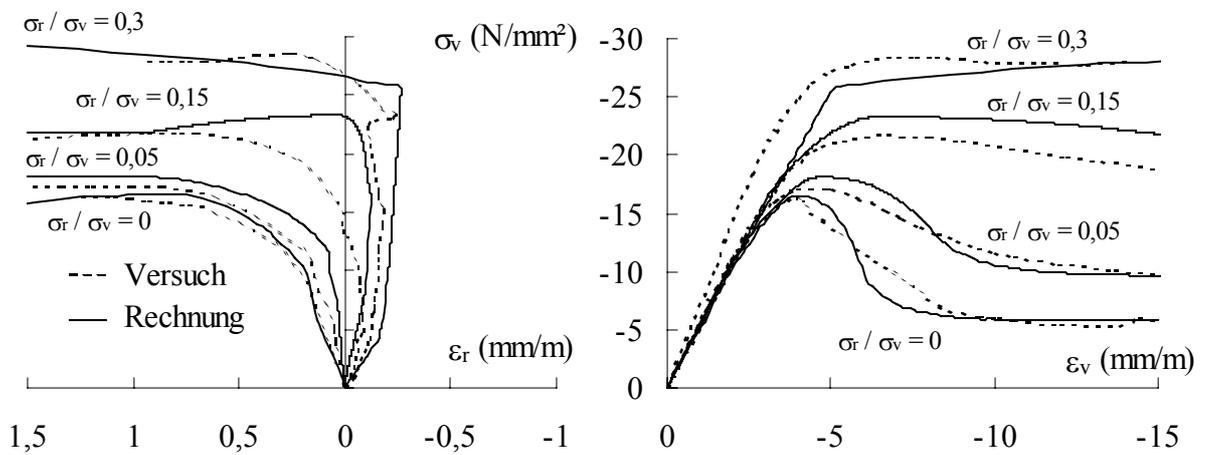


Bild 5.7 Spannungs-Dehnungslinien Versuchsreihe B3/f [19] – Vergleich Versuch und Berechnung

5.4.2 Einaxiale Druckversuche an Kalksandsteinen und Porenbetonsteinen

Das Stein-Materialmodell soll durch einaxiale Druckversuche von Marzahn [74] an Kalksandsteinen und Porenbetonsteinen verifiziert werden. Dabei wird überprüft, ob das Verformungsverhalten dieser Mauersteine mit Hilfe der verwendeten Ver- und Entfestigungsfunktion beschrieben werden kann. Die für diese Berechnungen relevanten Materialkennwerte, die weitgehend aus [74] entnommen wurden, sind in Tabelle 5.4 zusammengestellt.

Elastizitätskennwerte, Festigkeiten, Dilatanzfaktoren							
	E	ν	R_D	R_U	R_Z	δ_c	δ_t
	N/mm ²		N/mm ²				
Kalksandstein KS 20	6700	0,11	17,4	17,84	1,19	0,1	0,2
Porenbetonstein PPW 4	1300	0,20	3,55	3,64	0,33	0,1	0,2
Kennwerte der Spannungs-Dehnungsbeziehung							
	ϵ_{ml}	ϵ_u	Ω_i	Ω_u	Ω_r		
	%	%					
Kalksandstein KS 20	0,25	0,59	0,7	0,53	0,12		
Porenbetonstein PPW	0,29	0,35	0,9	0,85	0,3		

Tabelle 5.4 Materialkennwerte

Die gemessenen und berechneten Spannungs-Dehnungslinien (Bild 5.8) zeigen, dass es durch eine entsprechende Wahl der Stützstellen möglich ist, mit der verwendeten Ver- und Entfestigungsfunktion das Deformations- und Entfestigungsverhalten verschiedener Mauersteine zu beschreiben. Wie sich in den folgenden Verifikationsberechnungen an Mauerwerkprüfkörpern herausstellt, ist die realistische Erfassung der nichtlinearen Spannungs-Dehnungsbeziehung des Steins notwendig, um die Verformungen des Mauerwerkverbandes zutreffend abbilden zu können.

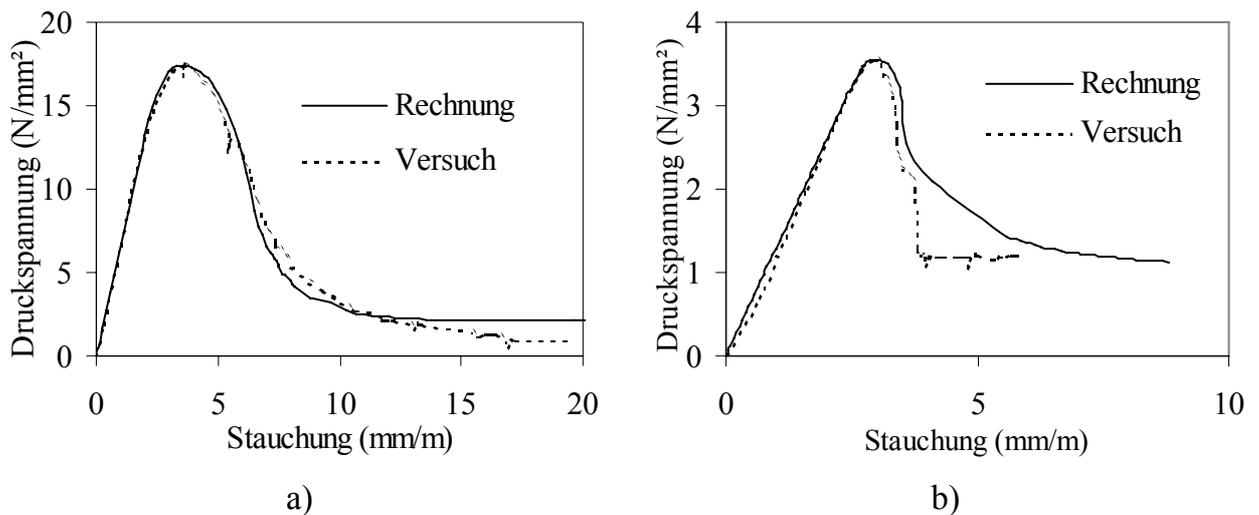


Bild 5.8 Spannungs-Dehnungslinien
 a) Kalksandstein KS 20; b) Porenbetonstein PPW 4

5.4.3 Druckversuche an 5-Stein-Prüfkörpern aus Kalksandsteinmauerwerk

Im Rahmen eines Forschungsvorhabens zum Druckversagen von Mauerwerk führten Schubert et al. [115] Druckversuche an 5-Stein-Prüfkörpern aus Kalksandsteinmauerwerk durch. Der prinzipielle Aufbau der Prüfkörper ist in Bild 5.9 dargestellt. Verwendet wurden Kalksandsteine KS 12 (Vollsteine) in verschiedenen Steinformaten und Mörtel der Mörtelgruppe IIa, welcher in unterschiedlichen Fugendicken t_f verarbeitet wurde. Da für die verwendeten Materialien umfangreiche Versuchsergebnisse vorliegen, erscheinen diese Mauerwerkdruckversuche für eine Verifikation des detaillierten Mikromodells besonders geeignet. Der benötigte Satz an Eigenschaftswerten des Kalksandsteins KS 12 kann aus Marzahn [74] entnommen werden. Insbesondere sind dort auch Angaben zur

gesamten Spannungs-Dehnungsbeziehung des KS 12 zu finden. Dabei wurden die Kennwerte mit Hilfe von aus Vollsteinen gewonnenen zylindrischen Prüfkörpern bestimmt, wodurch sich Störeinflüsse aus der Querdehnungsbehinderung starrer Lastplatten, wie sie bei Normdruckversuchen an Mauersteinen auftreten, minimieren lassen [74]. Die so ermittelte „unverfälschte“ Steindruckfestigkeit kann nach Marzahn teilweise erheblich (bis zu 40 %) von dem normgerecht bestimmten Wert abweichen. Ähnliche Beobachtungen treffen auch auf die Bestimmung der Elastizitätskennwerte zu. Dieser Umstand macht die bereits von der Versuchsdurchführung abhängige Streuung der Steinparameter deutlich. Die erforderlichen Parameter des Mörtels der Mörtelgruppe IIa wurden für den vorliegenden Fall von Bierwirth [19] (Versuchsreihe B/1t s. Tab. 5.1 und 5.3) umfassend ermittelt. Auch in [115] wurden in Vorversuchen einige Kennwerte der Steine und des Mörtels bestimmt. Die den Verifikationsberechnungen zugrunde liegenden Materialparameter sind in Tabelle 5.5 zusammengestellt. Dabei wurde die in [115] ermittelte einaxiale Mörteldruckfestigkeit berücksichtigt.

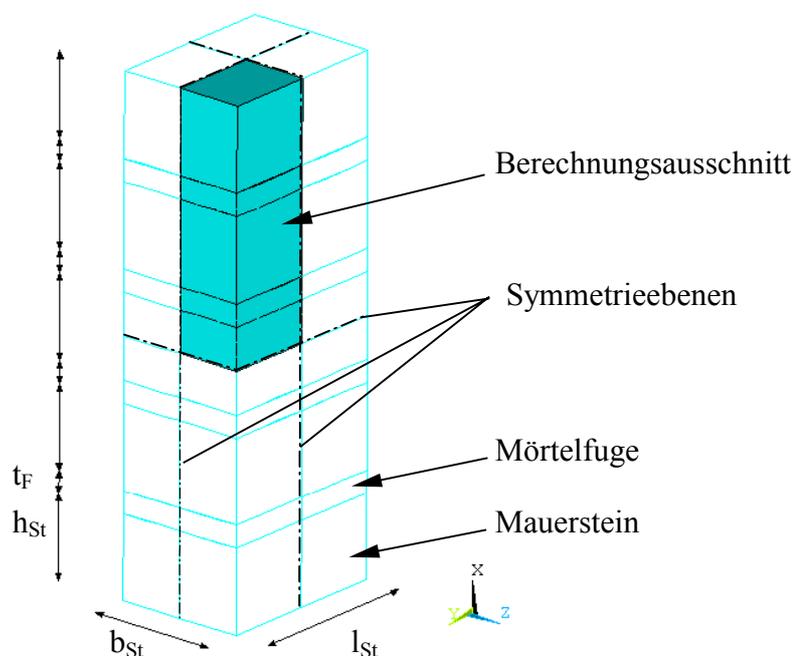


Bild 5.9 5-Stein-Prüfkörper und Berechnungsausschnitt

Elastizitätskennwerte, Festigkeiten, Dilatanzfaktoren								
	E	ν	R_D	R_U	R_Z	δ_{ci}	δ_{cr}	δ_t
	N/mm ²		N/mm ²					
Stein KS12	5500	0,11	12	13,2	0,9	-	0,1	0,2
Mörtel MG IIa	2765	0,07	4,6	6,9	0,46	1	0,1	0,2
Kennwerte der Spannungs-Dehnungsbeziehung								
	ϵ_{ml}	ϵ_u	Ω_i	Ω_u	Ω_r			
	%	%						
KS 12	0,25	0,59	0,7	0,53	0,12			
Mörtel MG IIa	Kennwerte wie Tab. 5.3, B/1t							

Tabelle 5.5 Materialkennwerte

Aus den beschriebenen Versuchsreihen werden die zwei Versuche

- A2/V2 mit KS 12 – 3DF ($l_{St} = 24 \text{ cm}$, $b_{St} = 17,5 \text{ cm}$, $h_{St} = 11,3 \text{ cm}$), $t_F = 30 \text{ mm}$ und
- A2/V4 mit KS 12 – 8DF ($l_{St} = 25,2 \text{ cm}$, $b_{St} = 24,1 \text{ cm}$, $h_{St} = 23,8 \text{ cm}$), $t_F = 12 \text{ mm}$

nachgerechnet. Wie in Bild 5.9 angegeben, werden die Berechnungen unter Ausnutzung der Symmetrie an einem Achtel des Probekörpers durchgeführt. Die Diskretisierung der Probekörper A2/V2 und A2/V4 erfolgt mit 8-Knoten-Volumenelementen. Die in den Bildern 5.10a und b dargestellten FE-Modelle bestehen im Fall A2/V2 aus 440 Elementen und 690 Knoten mit insgesamt 1787 Freiheitsgraden sowie im Fall A2/V4 aus 725 Elementen und 1080 Knoten mit 2844 Freiheitsgraden.

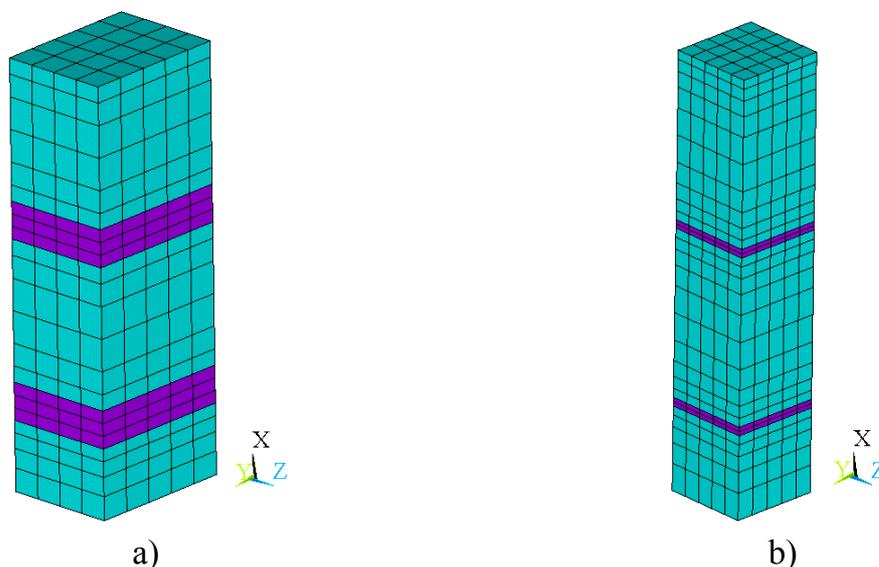


Bild 5.10 Finite Element Modelle der Probekörper a) A2/V2; b) A2/V4

Alternative Berechnungen wurden in beiden Fällen mit veränderter, größerer Netzdichte durchgeführt. Sie brachten keine nennenswerten Unterschiede in den Berechnungsergebnissen, so dass das dargestellte Diskretisierungsniveau als ausreichend genau bezeichnet werden kann.

Das Konvergenzkriterium der globalen Newton Raphson Iteration wurde mit 0,1% der L2-Norm (Quadratsummenwurzel) der Ungleichgewichtskräfte gewählt. Für die vollständige Berechnung des Versuchskörpers A2/V2 bis zum Versagen wurden in 153 Lastinkrementen 4527 Iterationen benötigt. Die Rechenzeit betrug 2783 Sekunden. Der Versagenszustand des Versuchskörpers A2/V4 wurde in 98 Inkrementen und 3041 Iterationen erreicht. Die Rechenzeit betrug in diesem Fall 3335 Sekunden. Die Rechnungen wurden auf einer SGI Origin 2000 bei Nutzung eines R12000 Prozessors durchgeführt. Die Belastung wurde verschiebungsgesteuert eingetragen.

Die experimentell ermittelten und die berechneten Spannungs-Dehnungslinien sind in Bild 5.11 dargestellt. Die zugehörigen Mauerwerksdruckfestigkeiten sind in Tabelle 5.6 enthalten. Die Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung kann als gut eingeschätzt werden. Es zeigt sich, dass das entwickelte Mikromodell für Mauerwerk sowohl die Versagensspannungen als auch den Verlauf der Spannungs-Dehnungslinie

zutreffend nachzuvollziehen kann. Infolge der geringeren Mörtelfugendicke weist der Prüfkörper A2/V4 eine deutlich größere Tragfähigkeit auf. Während die berechnete Mauerwerksdruckfestigkeit im Versuch A2/V4 nahezu dem gemessenen Mittelwert entspricht, wird sie in der Versuchsserie A2/V2 um 12% überschätzt. Diese Abweichung erscheint jedoch angesichts der vielfältigen Einflussfaktoren und der Streuung der einzelnen Materialkennwerte des Steins und des Mörtels, die auch deutlich größer (in Abhängigkeit des Prüfverfahrens bis zu 40% [74]) ausfallen kann, akzeptabel. In Bild 5.11b sind u.a. die an zwei benachbarten Messstellen gemessenen Werte angegeben. Sie sind ein Beispiel für den Streubereich der Messungen, der durch verschiedene Störeinflüsse wie z.B. Messungenauigkeit, exzentrische Lasteintragung, Nachgiebigkeit der Prüfeinrichtung ect. hervorgerufen werden kann. Unter diesen Gesichtspunkten wäre es unrealistisch, mit Versuchen identische Ergebnisse berechnen zu wollen.

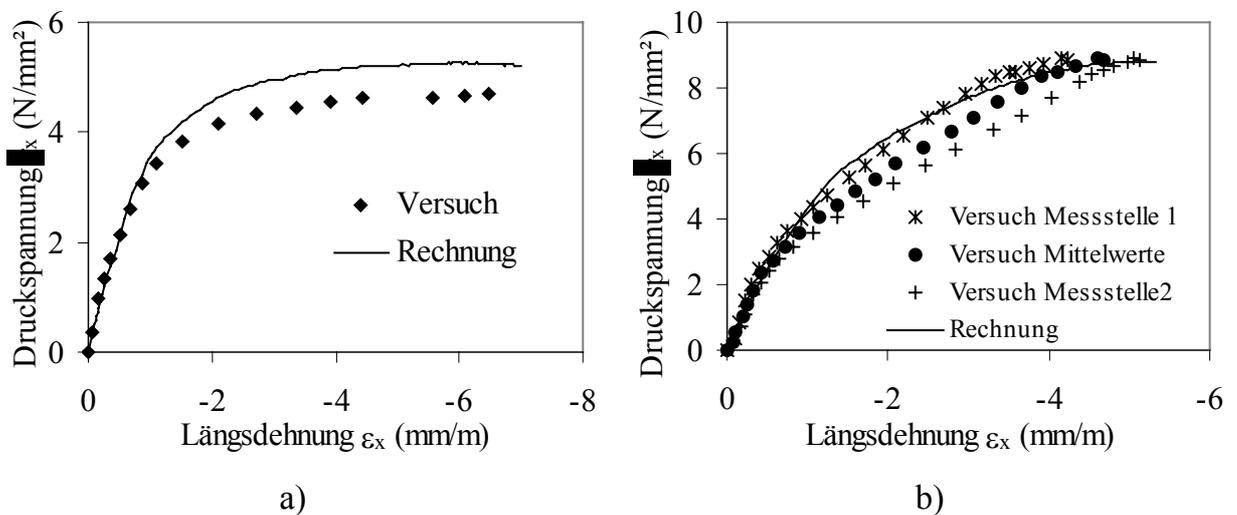


Bild 5.11 Spannungs-Dehnungslinien a) Versuchsserie A2/V2; b) Versuchsserie A2/V4

	Versuchsserie	
	A2/V2	A2/V4
Versuch	4,68 N/mm ² (100 %)	8,84 N/mm ² (100 %)
Berechnung	5,26 N/mm ² (112 %)	8,77 N/mm ² (99 %)

Tabelle 5.6 Mauerwerksdruckfestigkeiten

In den Bildern 5.12 und 5.13 sind die berechneten Spannungen und im Bild 5.14 die plastischen Vergleichsdehnungen bei Erreichen der Höchstlast abgebildet. Auf die Wiedergabe der Horizontalspannungen σ_z sowie der Schubspannungen σ_{zx} wird verzichtet, da sie mit den angegebenen Spannungsverteilungen σ_y und σ_{xy} vergleichbar sind. Die Darstellung erfolgt an dem in Bild 5.9 gezeigten Berechnungsausschnitt. Die berechneten Spannungsverläufe sind für derartige Mauerwerksdruckversuche typisch. Als Folge der Steifigkeits- und Querdehnungsunterschiede entstehen Zwängungen zwischen Stein und Mörtel. Während in den Mörtelfugen dreiaxiale Druckspannungszustände vorherrschen, treten in den Steinen vertikale Druck- und horizontale Zugspannungen auf. Mit abnehmender Fugendicke konzentrieren sich die

Materialzwangungen auf die Randbereiche des Mauerpfeilers. Deutlich sichtbar ist der an den Fugenrändern und insbesondere an den Außenecken stattfindende Ausbruch des Mörtels. Er führt zu einer Umverteilung der Vertikalspannungen und zu weiteren Quer- und Spaltzugbeanspruchungen im Stein. Die vertikale Rissbildung im Stein entwickelt sich von den Randbereichen beginnend in die Steinmitte, wo im Versagenszustand die größten horizontalen Zugbeanspruchungen auftreten. Die an den Steinecken sichtbaren Spannungskonzentrationen korrespondieren mit den häufig in Druckversuchen beobachteten Steinabplatzungen in diesen Bereichen. Neben den Verformungen und Versagenslasten konnten damit auch der innere Spannungszustand und die Versagensmechanismen plausibel abgebildet werden.

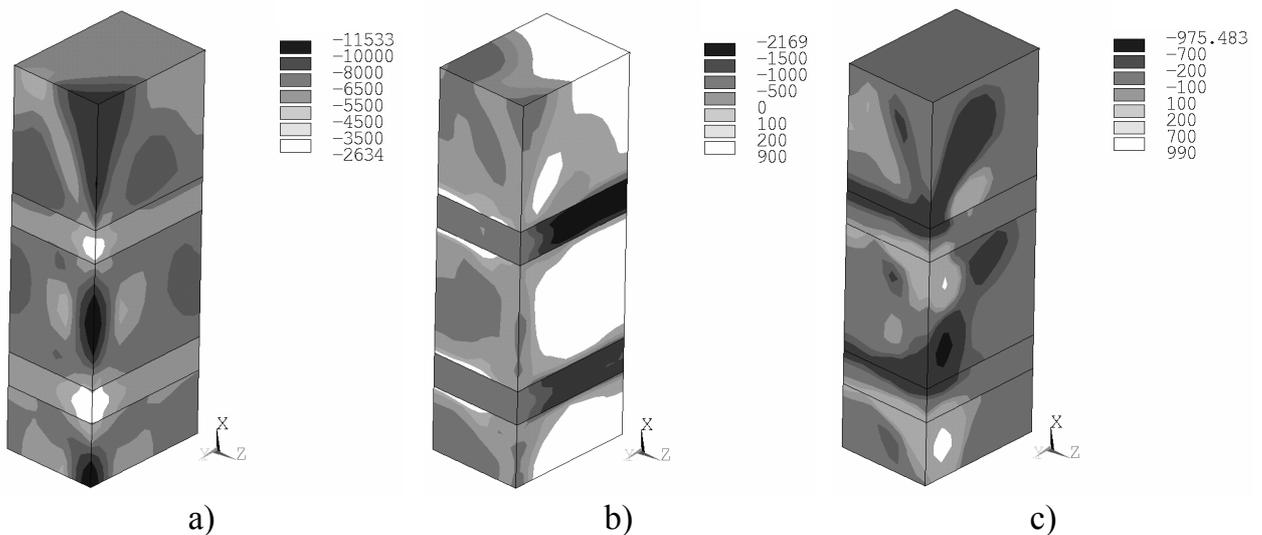


Bild 5.12 Spannungen (kN/m²) im Versagenszustand, Versuch A2/V2
 a) Vertikalspannungen σ_x ; b) Horizontalspannungen σ_y ;
 c) Schubspannungen σ_{xy}

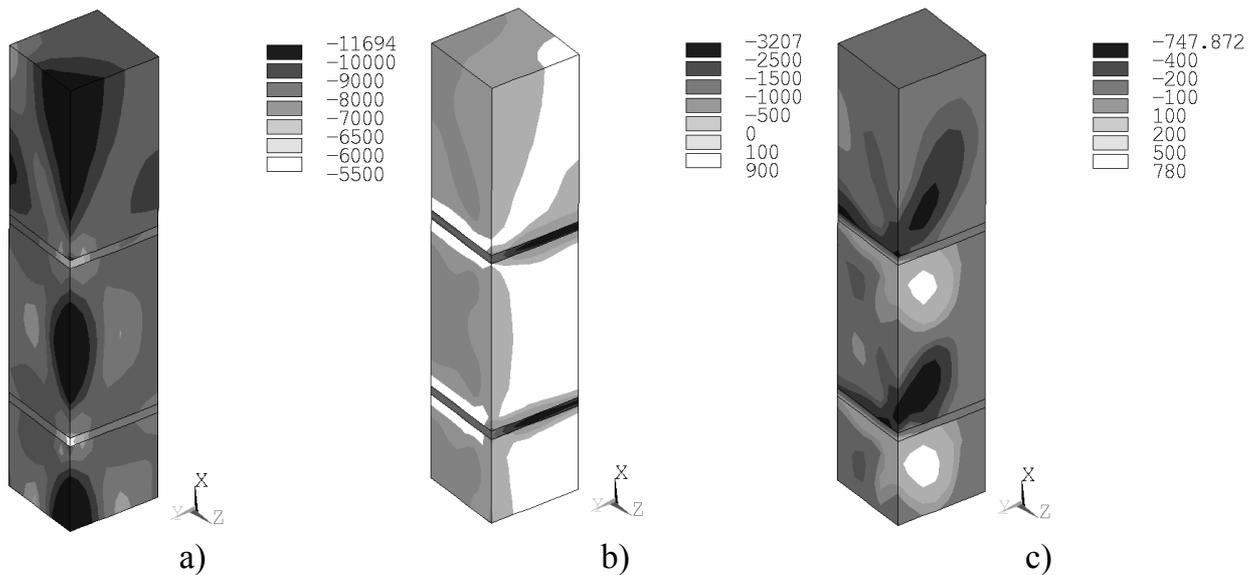


Bild 5.13 Spannungen (kN/m²) im Versagenszustand, Versuch A2/V4
 a) Vertikalspannungen σ_x ; b) Horizontalspannungen σ_y ;
 c) Schubspannungen σ_{xy}

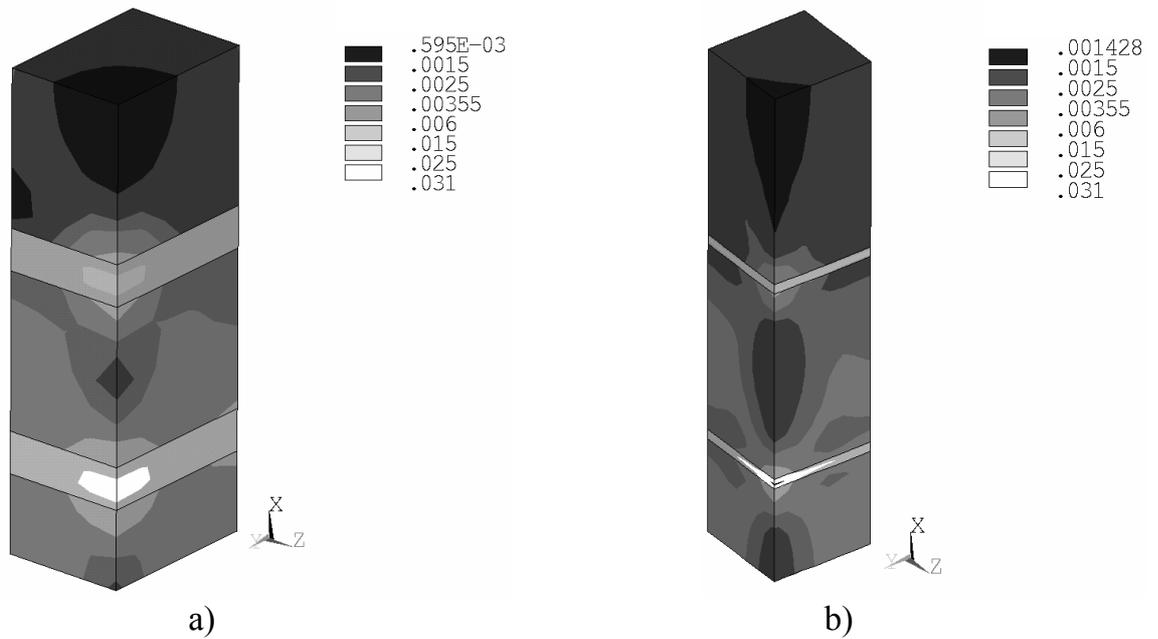


Bild 5.14 Plastische Vergleichsdehnungen bei Erreichen der Versagenslast
a) A2/V2; b) A2/V4

5.4.4 Druckversuche an Prüfkörpern aus Ziegelmauerwerk

Nachdem in den vorstehenden Verifikationsberechnungen pfeilerartige Mauerwerk-Prüfkörper untersucht wurden, sollen im Weiteren Druckversuche an Verbandmauerwerk nachgerechnet werden. Hierfür werden die von Binda et al. [20] an Ziegelmauerwerk durchgeführten Versuche verwendet. Die Prüfkörperanordnung und der unter Ausnutzung der Symmetrie betrachtete Berechnungsausschnitt sind in Bild 5.15 dargestellt.

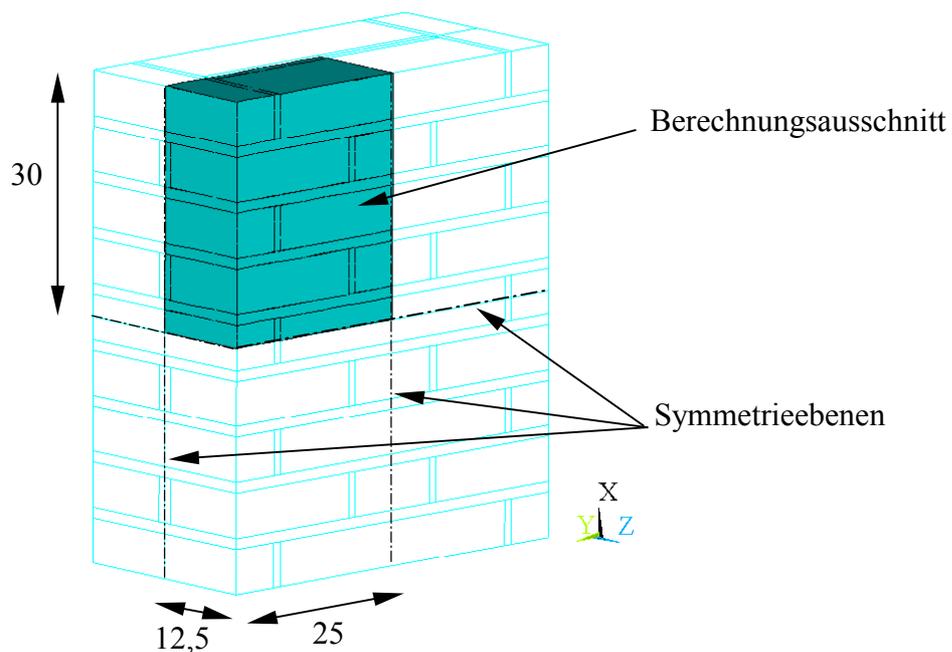


Bild 5.15 Prüfkörper und Berechnungsausschnitt (Maße in cm)

Das Versuchsprogramm von Binda et al. beinhaltete die Untersuchung der Mauerwerkdruckfestigkeit in Abhängigkeit von der Mörtelart. Die Lagerfugen wurden 1,2 cm und die Vertikalfugen 1 cm dick ausgeführt. Die Abmessungen der Vollziegel betragen $l_{St} / b_{St} / h_{St} = 25 / 12 / 5,5$ cm. Die hier durchgeführten Verifikationsrechnungen konzentrieren sich wegen der praktischen Relevanz besonders auf die Versuchsserie MU1, bei der ein historischer Kalkmörtel (M1) vermauert wurde. Für zwei weitere Versuchsserien (MU2 und MU3), bei denen ein Kalkzementmörtel (M2) und ein aus hochfestem Zement mit Acrylzusätzen bestehender Mörtel (M3) zum Einsatz kamen, werden ebenfalls Vergleichsrechnungen durchgeführt. Der Kalkzementmörtel (M2) kommt seiner Zusammensetzung nach einer Normalmörtelgruppe IIa nach DIN 1053 [139] nahe. Für ihn werden daher zum Teil die von Bierwirth im Versuch B/1t gemessenen Kennwerte verwendet. Der Zementmörtel (M3) ist nicht mit einem Normalmörtel vergleichbar. Durch seine sehr hohe Festigkeit wird ihm ein linear elastisches Materialverhalten unterstellt.

Die in die Berechnung eingegangenen Materialkennwerte sind in Tabelle 5.7 zusammengestellt. Sie konnten teilweise aus [20] entnommen werden. Unstimmigkeiten waren bei den angegebenen Elastizitätsmoduln für Stein und Mörtel festzustellen. Diese korrespondieren nicht mit dem elastischen Bereich der dokumentierten Spannungs-Dehnungslinie des Mauerwerkverbandes und mussten deshalb entsprechend angeglichen werden. Derartige Abweichungen sind auf die im vorstehenden Kapitel 5.4.3 genannten Störeinflüsse, wie z.B. die von Marzahn [74] beschriebenen Abhängigkeiten der Steineigenschaftswerte vom Prüfverfahren, zurückzuführen. Die Steinzugfestigkeit R_Z wurde nach Schubert [109] als Spaltzugfestigkeit zu 7 % der einachsigen Steindruckfestigkeit angenommen. Die horizontale Steinzugfestigkeit wurde gegenüber diesem Wert auf 80 % reduziert. Wegen des ausgeprägt plastischen Verhaltens historischer Kalkmörtel wurde ab dem Erreichen der Dehnung bei Höchstspannung ϵ_{ml} für den Mörtel M1 ein ideal plastisches Verhalten mit einer assoziierten Fließregel $\delta_{ci} = \delta_{cr} = 1$ gewählt.

Elastizitätskennwerte, Festigkeiten, Dilatanzfaktoren										
	E	ν	R_D	R_U	R_Z	f_{ty}	f_{tz}	δ_{ci}	δ_{cr}	δ_t
	N/mm ²		N/mm ²							
Ziegel	2000 – 3228	0,1	26,9	29,6	1,8	1,5	1,5	-	0,1	0,2
Mörtel M1	400	0,06	3,2	4,8	0,32	-	-	1	1	0,2
Mörtel M2	1350	0,07	12,7	19,05	0,63	-	-	1	0,1	0,2
Mörtel M3	2800	0,09	95	142,5	4,75	-	-			
Spannungs-Dehnungsbeziehung					Verbund Mörtel / Stein			Bruchenergien		
	ϵ_{ml}	ϵ_u	Ω_i	Ω_u	Ω_r	$\varphi / \varphi_r / \psi$	c	f_t	G_f^I	G_{fj}^{II}
						°	N/mm ²		Nmm/mm ²	
Ziegel	0,015	0,019	0,05	0,85	0,2	-	-	-	0,05	-
Mörtel M1	0,012	ideal plastisch $\epsilon_u \rightarrow \infty, \Omega_u \rightarrow 1$				30/21/30	0,05	0,01	0,01	0,05
Mörtel M2	0,012	wie Tab. 5.3, B/1t				30/21/30	0,05	0,01	0,01	0,05
Mörtel M3	linear elastisch					30/21/30	0,05	0,01	0,01	0,05

Tabelle 5.7 Materialkennwerte

Das in Bild 5.16a dargestellte Finite-Element Modell besteht aus 2464 Elementen (8-Knoten Volumenelemente), 3128 Knoten und hat 8537 Freiheitsgrade. Für die vollständige Berechnung der Versagenslast wurden im Fall MU1 39 Lastinkremente und 298 Iterationen, im Fall MU2 25 Lastinkremente und 123 Iterationen und im Fall MU3 49 Lastinkremente und 210 Iterationen benötigt. Die Rechenzeit betrug zwischen 517 und 1258 Sekunden auf einer SGI Origin 2000 bei Nutzung eines R12000 Prozessors. Vergleichsrechnungen mit einer feineren Vernetzung (Bild 5.16b) führten zu gleichwertigen Berechnungsergebnissen. Erwartungsgemäß wurden die auftretenden Spannungskonzentrationen durch das höhere Diskretisierungsniveau besser erfasst.

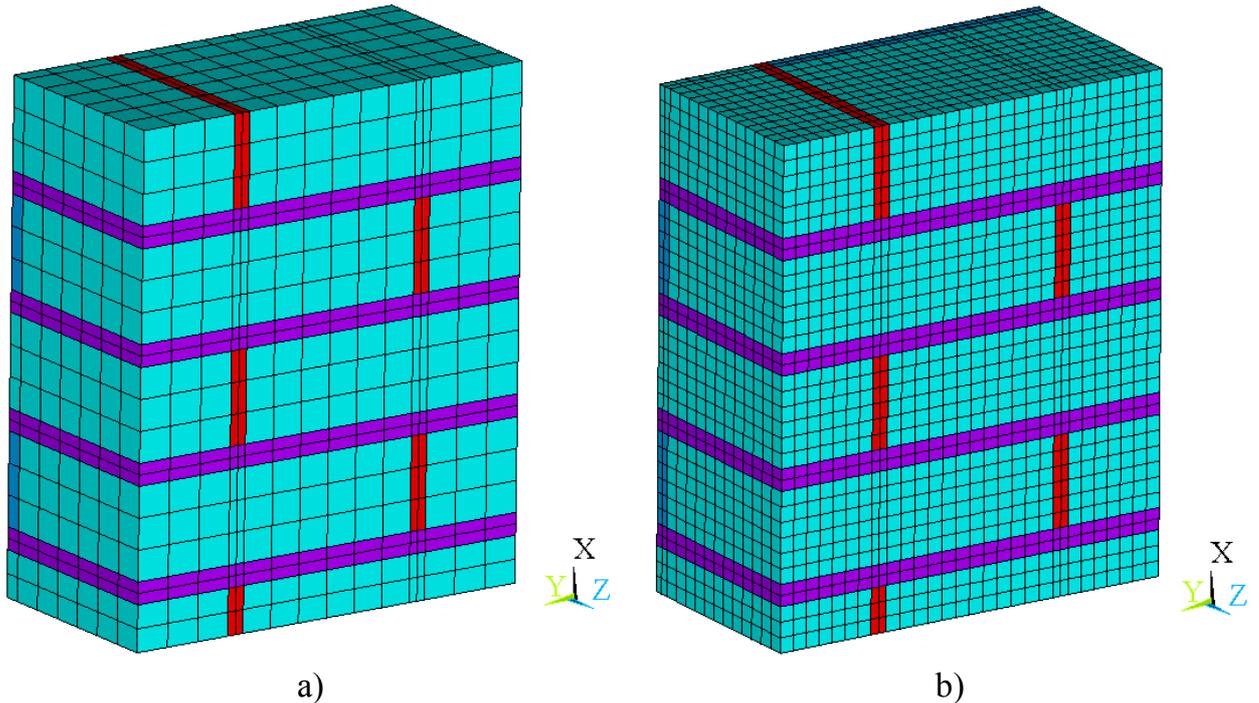


Bild 5.16 Finite-Element Modell, verschiedene Diskretisierungs-niveaus

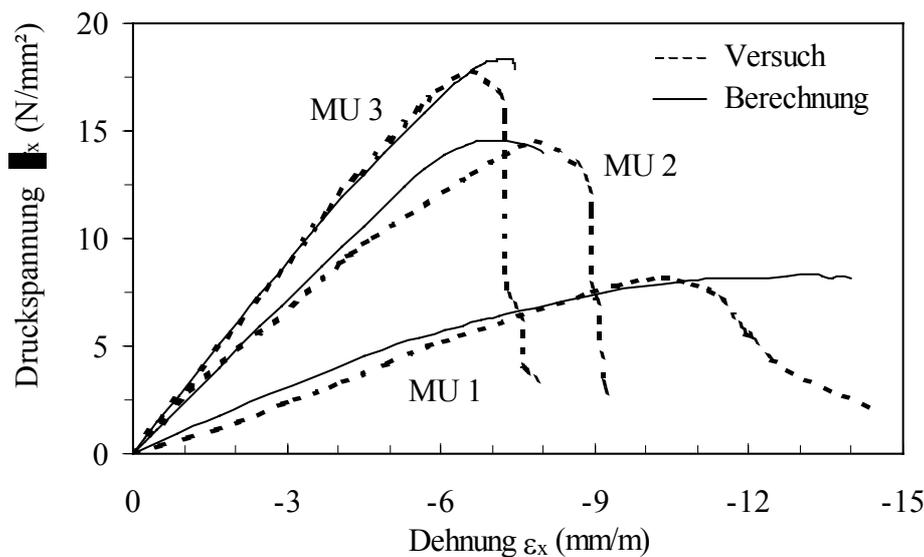


Bild 5.17 Spannungs-Dehnungslinien

Die gemessenen und berechneten Spannungs-Dehnungslinien sind für alle drei Versuche in Bild 5.17 abgebildet. In Tabelle 5.8 sind die Werte der im Versuch und in der Rechnung ermittelten Mauerwerksdruckfestigkeit gegenübergestellt. Beide Auswertungen belegen die gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung. Insbesondere können die Versagenslasten zutreffend nachvollzogen werden. Für den Fall MU1 kann der im Versuch beobachtete Entfestigungsbereich nicht nachvollzogen werden. Ein Grund hierfür liegt in der Annahme eines ideal plastischen Nachbruchverhaltens des Mörtels M1.

	MU 1	MU 2	MU 3
Versuch	8,12 N/mm ² (100 %)	14,5 N/mm ² (100 %)	17,8 N/mm ² (100 %)
Berechnung	8,35 N/mm ² (103 %)	14,6 N/mm ² (101 %)	18,3 N/mm ² (103 %)

Tabelle 5.8 Mauerwerkdruckfestigkeiten

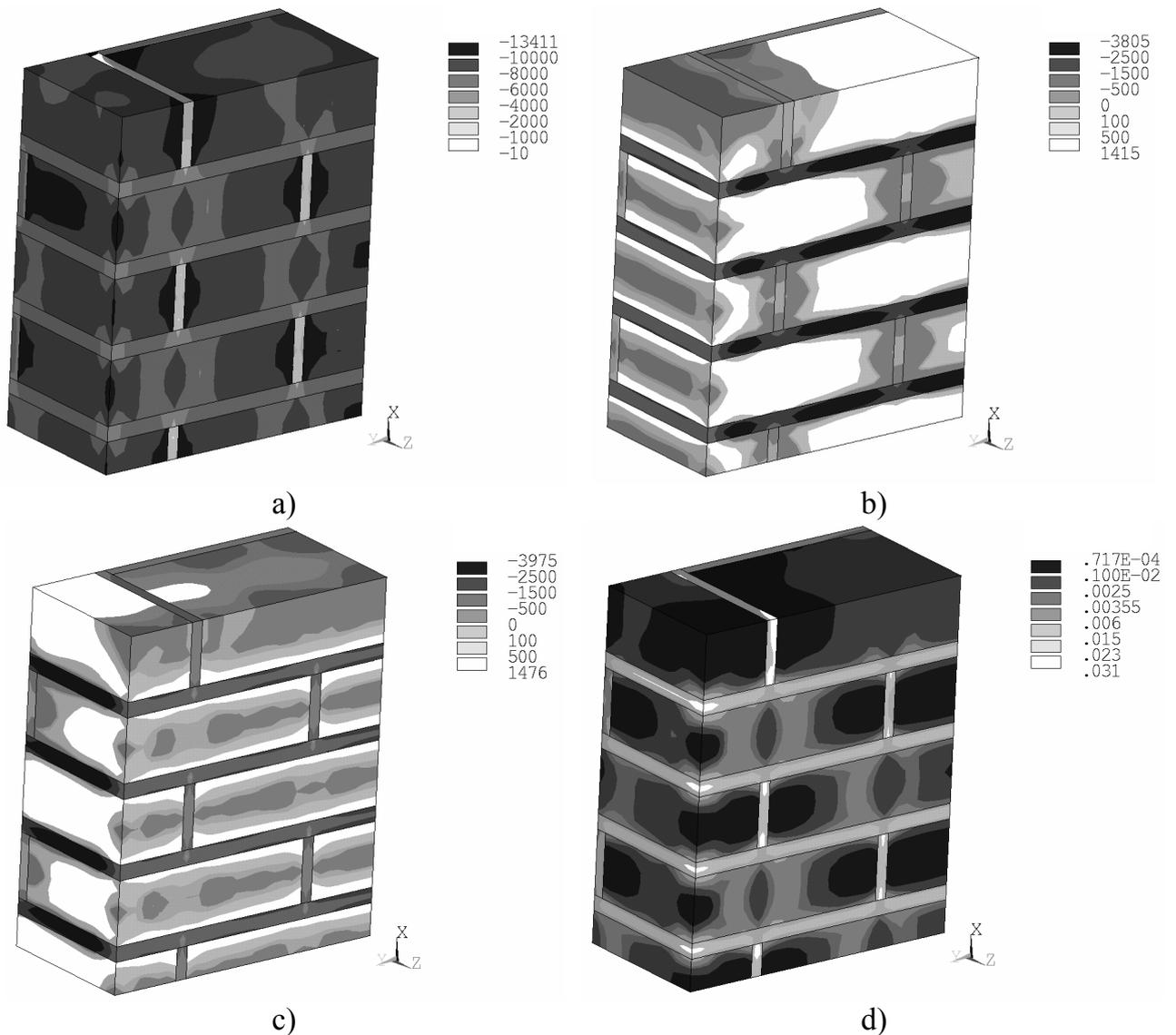


Bild 5.18 Ergebnisse Versuchskörper MU1 im Versagenszustand
 a) Vertikalspannungen σ_x (kN/m²); b) Horizontalspannungen σ_y (kN/m²)
 c) Horizontalspannungen σ_z (kN/m²) d) plastische Vergleichsdehnungen

Die in Bild 5.18 dargestellten Spannungen und plastischen Vergleichsdehnungen bei Erreichen der Höchstlast zeigen den für derartige Prüfkörper typischen Lastfluss sowie die charakteristischen Versagensmechanismen und Rissbildungen. Neben der bereits im vorstehenden Kapitel 5.4.3 beschriebenen Interaktion zwischen Stein und Lagerfugenmörtel und der daraus resultierenden Querkzugbeanspruchung im Stein sowie den dreiaxialen Druckspannungszuständen im Mörtel wird der Einfluss der vertikalen Mörtelfugen deutlich. Deren geringe Steifigkeit und Festigkeit führt in den benachbarten Steinbereichen zu einer Konzentration der Vertikaldruckspannungen und in den jeweils oberhalb bzw. unterhalb der Vertikalfugen befindlichen Steinen zu erhöhten Querkzugspannungen. Aus den in Bild 5.18d dargestellten plastischen Dehnungen werden die Rissbildungen und Versagensmechanismen ersichtlich. Die Stoß- und Längsfugen sind aufgrund nicht übertragbarer Zug- und Schubspannungen vollständig plastifiziert bzw. gerissen. Ausgehend von den Vertikalfugen bilden sich in den Mauersteinen senkrecht bzw. leicht geneigt verlaufende Risse aus, die zum finalen Versagen des Mauerwerkverbandes führen. Wie bei den Pfeilerartigen Prüfkörpern kommt es vor allem in den Eckbereichen zu Mörtelausbrüchen in der Lagerfuge. Diese sehr plausibel berechneten Versagensmechanismen sind für das untersuchte Verbandmauerwerk typisch und werden durch Versuchsbeobachtungen bestätigt.

5.4.5 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

Eine der grundlegenden Problemstellungen bei der Entwicklung eines Berechnungsmodells ist die Suche nach dem Kompromiss zwischen der erforderlichen Genauigkeit der Materialbeschreibung und der Sicherung einer praktischen Anwendbarkeit und Prognosefähigkeit. Es wurde gezeigt, dass das nichtlineare Verhalten des Mörtels und des Steins mit den vorgestellten Materialmodellen realitätsnah beschrieben werden kann. Beide Modelle lassen sich mit gegebenen Versuchsdaten sehr gut kalibrieren, wodurch sich die Qualität der Berechnungsergebnisse steigern lässt. Fehlen entsprechende Messwerte, so können die meisten der verwendeten Materialparameter relativ gut abgeschätzt werden. Insbesondere trifft dies auf die einfache Fließbedingung und die von wenigen Stützstellen abhängige Ver- und Entfestigungsfunktion zu. Die eingeführten Dilatanzfaktoren zur Steuerung der Querdehnung können für Normalmörtel der Mörtelgruppe II, IIa, III, IIIa zu $\delta_{ci} = 0,85 \dots 1$ und $\delta_{cr} = 0,1$ gewählt werden. Mit diesen Werten wurde eine gute Übereinstimmung mit den Versuchen von Bierwirth [19] gefunden. Für historische Kalkmörtel (MG I) sollte wegen des ausgeprägt plastischen Verhaltens mit einer assoziierten Fließregel, d.h. $\delta_{ci} = \delta_{cr} = 1$, gerechnet werden. Grundsätzlich werden für diesen Fall die größten Mörtelquerdehnungen errechnet und meist die geringste Mauerwerkdruckfestigkeit prognostiziert.

Die Verifikationsrechnungen an Mauerwerkdruckversuchen wurden an verschiedenen Prüfkörpern (pfeilerartiges Mauerwerk und im Verband hergestelltes Mauerwerk) unter Einbeziehung unterschiedlicher Stein- und Mörtelarten durchgeführt. Die gute Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse mit den Versuchswerten belegt das Vermögen des vorgestellten detaillierten Mikromodells, das von der Interaktion zwischen Stein und Mörtel geprägte Materialverhalten von Mauerwerk zutreffend zu beschreiben. Die berechneten Versagenslasten entsprachen in guter Näherung den experimentell ermittelten Werten. Die maximale Abweichung in den hier untersuchten Fällen betrug

12 %. Diese Abweichung liegt jedoch angesichts der auch im Versuch liegenden Ungenauigkeiten in einer akzeptablen Größenordnung. So weist Marzahn [74] auf große Differenzen hinsichtlich der Eigenschaftswerte von Mauersteinen in Abhängigkeit von der Prüfkörpergestalt hin. Derartige Abweichungen wurden auch zum Teil bei der Nachrechnung der von Binda et al. durchgeführten Mauerwerkdruckversuche feststellbar. Ein weiteres Indiz für die Eignung des Berechnungsmodells ist durch die sehr plausible und mit Versuchsbeobachtungen korrespondierende Beschreibung der Spannungszustände, Lastumlagerungen und Versagensmechanismen gegeben. Das Vermögen, Versagenszustände im Mauerwerkverband abzubilden, spricht dabei für die Leistungsfähigkeit und numerische Robustheit der Materialmodelle. Dagegen verhinderten Konvergenzprobleme die vollständige Nachvollziehbarkeit des Entfestigungsastes, was jedoch keine Auswirkungen auf die gewünschte Aussage zur Mauerwerksdruckfestigkeit hatte.

Bei den Verifikationsberechnungen zeigte sich auch, dass die realistische Beschreibung des nichtlinearen Verformungsverhaltens von Mauerwerk nur dann möglich wird, wenn auch die Einzelmaterialemodelle für Stein und Mörtel den auftretenden Nichtlinearitäten der beiden Mauerwerkkomponenten Rechnung tragen.

6 Vereinfachte Mikromodellierung

Mit der diskreten Berücksichtigung der Steine und Fugenlagen wird der Mauerwerkverband seinem eigentlichen Erscheinungsbild entsprechend als diskontinuierliches Medium modelliert. Mit Mikromodellen ist daher die Untersuchung des Verformungs- und Rissverhaltens sowie der Versagensmechanismen des Mauerwerkverbandes am genauesten möglich. Ein detailliertes Mikromodell, wie es in Kapitel 5 vorgestellt wurde, scheidet aufgrund des hohen Rechenaufwandes für die Untersuchung ganzer Mauerwerkbauteile aus. Die vereinfachte Beschreibung der Mörtelfugen mit Hilfe leistungsfähiger Kontaktformulierungen ermöglicht die effiziente numerische Modellierung des Mauerwerkverbandes auf der Grundlage diskontinuumsmechanischer Gesetzmäßigkeiten. Dadurch können die Einflüsse der Verbandsausbildung auf das Materialverhalten, die sich z.B. aus der Fugenanordnung, Fugenvermörtelung, Steinüberbindung und Steingröße ergeben, direkt untersucht und quantifiziert werden. Im Gegensatz zum klassischen Kontinuumsmodell lassen sich auch Steinrotationen und Verblockungserscheinungen verfolgen.

Für die vereinfachte Mikromodellierung von Mauerwerk wird in dieser Arbeit die ursprünglich für felsmechanische Problemstellungen entwickelte Distinkt Element Methode verwendet. Die Anwendbarkeit dieses Berechnungsverfahrens zur Untersuchung von Mauerwerk ist aufgrund der vorhandenen Analogien zwischen beiden Materialien nahe liegend. So wird das Tragverhalten von Mauerwerk und Fels wesentlich durch Diskontinuitäten beeinflusst. Parallelen hinsichtlich der Modellierung ergeben sich zwischen dem intakten Felsgestein und dem Mauerstein sowie zwischen den Trennflächenscharen und den Mörtelfugen. Im Folgenden werden im Kapitel 6.1 die wesentlichen Grundzüge dieser Berechnungsmethode dargelegt sowie in den Kapiteln 6.2 und 6.3 die verwendeten Materialmodelle beschrieben. Für eine umfassende Darstellung wird auf die entsprechende Literatur wie z.B. [137], [136], [56] verwiesen. Der Nachweis der Eignung zur Modellierung von Mauerwerk wird im Kapitel 6.4 mit Hilfe von Verifikationsrechnungen erbracht. Die besondere Leistungsfähigkeit zur Identifikation von Versagensmechanismen in Abhängigkeit des Verbandes soll am Beispiel einer in Kapitel 6.5 durchgeführten Studie zum Schubversagen von regelmäßigem Mauerwerk veranschaulicht werden.

6.1 Distinkt Element Methode

Die Methode der distinkten Elemente wurde erstmals 1971 von Cundall [24] vorgestellt. Zunächst war die Entwicklung mit dem expliziten DEM-Programm UDEC auf eine zweidimensionale Modellierung beschränkt. Ab 1983 folgte dann die Erweiterung auf die Dreidimensionalität mit der Einführung des Programms 3DEC. Beide Programme kommen in dieser Arbeit zur Anwendung. Grundsätzlich wird die zu untersuchende Struktur im Rahmen der DEM als Diskontinuum mit einzelnen Blöcken, welche durch Kontakt miteinander korrespondieren, abgebildet. Die Blöcke können starr oder deformierbar sein. Durch eine entsprechende Blockgröße und Vernetzung ist es möglich, einzelne Strukturbereiche als Kontinuum zu modellieren. Die Interaktionen zwischen den Blöcken werden mit Hilfe leistungsfähiger Kontaktalgorithmen, welche die

unterschiedlichen Kontaktzustände automatisch identifizieren und verwalten, beschrieben. Im allgemeinen räumlichen Fall (3DEC) können dabei Blockecken, -kanten und -flächen miteinander in Kontakt kommen. Zur Vermeidung numerischer Probleme (Verkantung, unrealistische Spannungskonzentrationen) werden bei der Kontaktformulierung die Blockecken abgerundet. Die Kraftübertragung zwischen den Blöcken ist senkrecht und parallel zur Fugenrichtung möglich. Hierfür müssen die jeweiligen Kraft-Verschiebungsbeziehungen definiert werden. Im Rahmen der hier betrachteten vereinfachten Mikromodellierung von Mauerwerk stellen die Blöcke die um die Mörtelfugendicke vergrößerten Mauersteine dar. Die Generierung der Fugen erfolgt linienförmig bzw. flächenhaft mit Hilfe der Kontaktbedingungen.

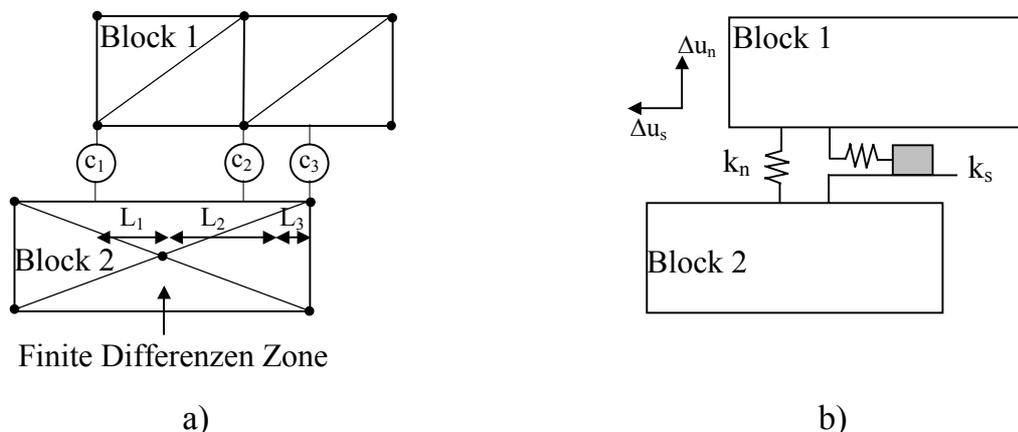


Bild 6.1 Schematische Darstellung der Struktur-Diskretisierung [137]
 a) Deformierbare Blöcke mit Kontaktpunkten c und Kontaktlängen L
 b) Kraftübertragung zwischen in Kontakt stehenden Blöcken

Für die räumliche Diskretisierung der deformierbaren Blockelemente wird die Finite Differenzen Methode (FDM) verwendet. Zur Vermeidung von Zero-Energy bzw. Hourglassmodes erfolgt die Vernetzung mit Dreieck- bzw. Tetraederelementen [136]. Die Aufstellung bzw. Verwaltung von Elementmatrizen wie bei der FEM entfällt. Das Diskretisierungsniveau liegt i.d.R. unter dem der FEM, was jedoch durch eine Netzverfeinerung ausgeglichen werden kann.

Die Lösung der Bewegungsgleichung erfolgt durch die im Kapitel 3.2.2 beschriebene explizite Zeitintegration nach der zentralen Differenzenmethode. Dabei ist die Größe des für die Gewährleistung der numerischen Stabilität erforderlichen kritischen Zeitschritts von der Elementgröße sowie von der Systemsteifigkeit (Block- und Kontaktsteifigkeit) abhängig. Für die deformierbaren Blöcke ergibt sich als kritischer Zeitschritt:

$$\Delta t_n = 2 \min \sqrt{\frac{m_i}{k_i}} \quad (6.1)$$

mit: m_i Masse des Knotens i und
 k_i Steifigkeitsmaß der am Knoten i angeschlossenen Elemente.

Das Steifigkeitsmaß k_i setzt sich aus einem Anteil der Elementsteifigkeit der Blöcke k_{zi} und einem Anteil der Fugensteifigkeit k_{ji} zusammen.

$$k_i = \sum (k_{zi} + k_{ji}) \quad (6.2)$$

Unter Berücksichtigung der Schallausbreitungsgeschwindigkeit im Kontinuum (3.12) ergibt sich

$$k_{zi} = \frac{8}{3} \left(K + \frac{4}{3} G \right) \frac{b_{\max}^2}{h_{\min}} \quad (6.3)$$

mit: b_{\max} größte Kantenlänge
 h_{\min} kleinste Elementhöhe.

Der Anteil der Fugensteifigkeit existiert nur für die Randknoten eines Blockes und wird aus dem Produkt der größeren Fugensteifigkeit (Scher- oder Normalsteifigkeit) und der Summe der Kantenlängen der angeschlossenen Dreieckelemente bzw. der Flächen der angeschlossenen Tetraederelemente gebildet.

Für die Kontakte zwischen den Blöcken ergibt sich der kritische Zeitschritt zu:

$$\Delta t_b = \text{fakt } 2 \sqrt{\frac{M_{\min}}{K_{\max}}} \quad (6.4)$$

mit: M_{\min} Masse des kleinsten Blocks im System
 K_{\max} maximale Kontaktsteifigkeit
 fakt Anpassungsfaktor zur Berücksichtigung der Anzahl an Blöcken, die in Kontakt sind (typischer Wert = 0,1).

Für die gesamte Berechnung wird der kleinste Zeitschritt in der Struktur als kritischer Zeitschritt maßgebend

$$\Delta t_{\text{crit}} = \min(\Delta t_n, \Delta t_b). \quad (6.5)$$

Der Lösungsalgorithmus der Distinkt Element Methode ist schematisch in Bild 6.2 dargestellt. Er beinhaltet für jeden Zeitschritt die wechselweise Berechnung der Blockbewegung und der Kontaktkräfte. Dabei werden die dynamischen Gleichgewichtsbedingungen der Blöcke / Elemente schrittweise unter Berücksichtigung der vereinbarten Kontaktgesetzmäßigkeiten und Randbedingungen gelöst.

Die Bewegung (Translation und Rotation) eines Blockes wird von der Größe und Richtung der auf den Block wirkenden Lasten und Kontaktkräfte bestimmt. Bei deformierbaren, vernetzten Blöcken werden die aus den Belastungen (Kräfte und Spannungen) resultierenden Bewegungen an den Knotenpunkten berechnet.

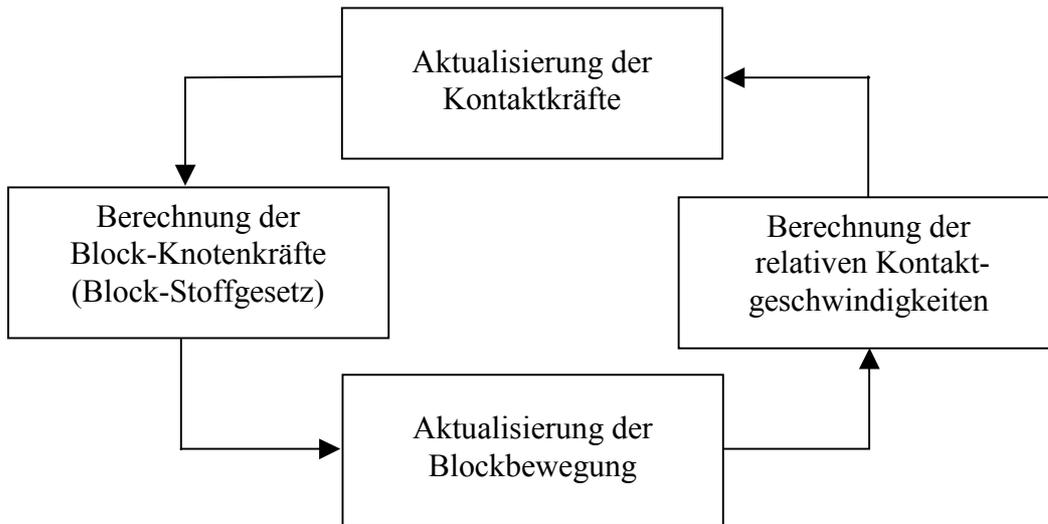


Bild 6.2 Lösungsalgorithmus der Distinkt Element Methode [136]

Ohne Dämpfungskräfte ergibt sich nach Newtons 2. Gesetz der Bewegung:

$$\dot{\mathbf{u}}\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right) = \dot{\mathbf{u}}\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{\Delta t}{m} \sum \mathbf{F}_i^{(t)} \quad (6.6)$$

mit: Knotenlastvektor: $\sum \mathbf{F}_i^{(t)} = \mathbf{F}_i^z + \mathbf{F}_i^c + \mathbf{F}_i^l + \mathbf{F}_i^g$

$\mathbf{F}_i^z = \int_c \boldsymbol{\sigma}_{ij} n_j ds$ elastische Verformungskräfte

$\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ Komponenten des Spannungstensors

n_j Normale zu s

\mathbf{F}_i^c Kontaktkräfte

\mathbf{F}_i^l äußere Lasten

\mathbf{F}_i^g Gewichtslasten

Die Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Verschiebungen werden mit Hilfe der im Kapitel 3.2.2 erläuterten zentralen Differenzenmethode berechnet. Entsprechend der umgeformten Langrangeschen Betrachtungsweise wird die Lage des Berechnungspunktes nach jedem Zeitschritt aktualisiert.

$$\mathbf{x}_i^{(t+\Delta t)} = \mathbf{x}_i^{(t)} + \dot{\mathbf{u}}_i\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right) \Delta t \quad (6.7)$$

$$\theta_i^{(t+\Delta t)} = \theta_i^{(t)} + \dot{\theta}_i\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right) \Delta t$$

Aus den neuen Koordinaten der Blöcke werden mit Hilfe der vorgegebenen Kraft-

Verschiebungsbeziehungen die neuen Kontaktkräfte berechnet, welche dann wiederum im nächsten Zeitschritt entsprechend Gleichung (6.6) als Belastung auf die Blöcke einwirken. Wie aus Gleichung (6.7) deutlich wird, ist die Verfolgung großer Verschiebungen und Rotationen bei Einhaltung der Verträglichkeitsbedingungen im Berechnungsverfahren bereits integriert. Durch die inkrementelle Bestimmung der Spannungen und Verformungen ist auch die Einbeziehung nichtlinearer Stoffgesetze relativ problemlos möglich.

Für die in quasistatischen Berechnungen erforderliche kritische Dämpfung existieren in UDEC und 3DEC zwei von Cundall [137] entwickelte Dämpfungsschemata. Das erste Verfahren, die adaptive globale Dämpfung, stellt eine viskose Systemdämpfung dar. Die globale Viskositäts- bzw. Dämpfungskonstante wird im Berechnungsverlauf ständig aktualisiert, so dass gilt:

$$R = \frac{\sum P}{\sum \dot{E}_k} = \text{konstant} (= 0,5 \text{ in UDEC / 3DEC}) \quad (6.8)$$

mit: P Knotendämpfungskraft
 \dot{E}_k Änderung der kinetischen Energie eines Knotens
 \sum Summe über alle Knoten

Die Dämpfungskonstante strebt bei Annäherung an den Gleichgewichtszustand gegen Null. Im zweiten Verfahren, der lokalen Dämpfung, werden die Knotendämpfungskräfte proportional zu den Ungleichgewichtskräften der jeweiligen Knoten angetragen. Gleichung (6.6) ergibt sich dann zu:

$$\dot{u} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) = \dot{u} \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right) + \left\{ \sum F_i^{(t)} - \alpha \left| \sum F_i^{(t)} \right| \operatorname{sgn} \left(\dot{u} \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right) \right) \right\} \frac{\Delta t}{m} \quad (6.9)$$

mit: α Dämpfungskonstante = 0,8 in UDEC / 3DEC

Grundsätzlich wurde von Cundall gezeigt, dass beide Verfahren zur gleichen quasistatischen Lösung konvergieren. Dies bestätigen auch die in Kapitel 6.4 gezeigten Berechnungsergebnisse. Lokale Versagenserscheinungen und Plastizierungen werden durch die lokale Dämpfung besser erfasst. Ebenso sollten bei Verwendung elastoplastischer Materialmodelle durch die geeignete Wahl der Dämpfung unerwünschte Überschreitungen des Spannungsniveaus, wie sie sich infolge einer unterkritischen Dämpfung einstellen können, vermieden werden.

6.2 Fugenmodell

Wie in den Bildern 6.1 und 6.3 dargestellt ist, werden die Mauerwerkfugen durch Kontaktbedingungen beschrieben.

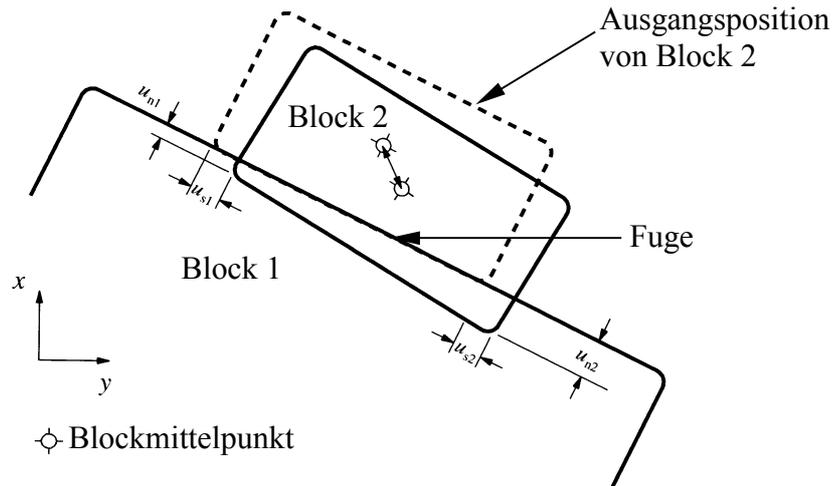


Bild 6.3 Kontakt zwischen zwei Blöcken [137]

Die Fugenspannungen werden auf der Grundlage der elastischen Spannungs-Verschiebungsbeziehung ermittelt und sind in ihrer Größe durch die vorhandene Schub- und Zugfestigkeit begrenzt.

$$\text{Normalspannung: } \Delta\sigma_n = -k_n \Delta u_n^{\text{el}} \quad (6.10)$$

$$\text{Scherspannung: } \Delta\tau_s = -k_s \Delta u_s^{\text{el}} \quad (6.11)$$

mit: $\Delta u_n, \Delta u_s$ elastisches Normal- bzw. Scherverschiebungsinkrement
 k_n, k_s Normal- bzw. Tangentialsteifigkeit der Fuge

Die in den Gleichungen (6.10) und (6.11) enthaltenen Fugensteifigkeiten stehen mit den Elastizitätskenngrößen des Steins und des Mauerwerks im Zusammenhang. Dabei wird vorausgesetzt, dass das elastische Verformungsverhalten des Mauerwerkverbandes durch ein Kontinuums- und Diskontinuumsmodell äquivalent abgebildet werden muss. Für einaxiale Spannungszustände und eine in gleichmäßigen Abständen angeordnete Fugenlage gilt dann:

$$E_{\text{MW}i} = \left(\frac{1}{E_{\text{St}}} + \frac{1}{s_i k_{ni}} \right)^{-1} \quad \text{bzw.} \quad k_{ni} = \frac{E_{\text{MW}i} E_{\text{St}}}{s_i (E_{\text{St}} - E_{\text{MW}i})} \quad (6.12)$$

$$G_{\text{MW}ij} = \left(\frac{1}{G_{\text{St}}} + \frac{1}{s_i k_{si}} + \frac{1}{s_j k_{sj}} \right)^{-1} \quad (6.13)$$

mit: $i, j = 1, 2, 3$ Orthotropieachsen entsprechend der drei Fugenrichtungen
 s Fugenabstand
 $E_{\text{MW}}, G_{\text{MW}}$ Elastizitätskennwerte des Mauerwerkverbandes
 $E_{\text{St}}, G_{\text{St}}$ Elastizitätskennwerte des Mauerwerksteins

In praktischen Berechnungen sind die Gleichungen (6.12) und (6.13) als Näherungslösungen anzusehen, da sie die Komplexität des Materialverhaltens unter mehraxialer Beanspruchung nicht vollständig erfassen können. So sind z.B. Einflüsse einer unterschiedlichen Verbandsausbildung oder einer verminderten Steifigkeit infolge einer fehlenden bzw. nur teilweise ausgeführten Stoßfugenvermörtelung nicht enthalten. In diesen Fällen kann dann eine weitere Abstimmung der Steifigkeitswerte notwendig werden.

Zur Beschreibung der Schub- und Zugfestigkeit wird ein auf die Fugenebene bezogenes Mohr-Coulombsches Schubspannungskriterium

$$F_{sJ} = \tau_s + \sigma_n \tan \varphi - c \quad (6.14)$$

mit: φ, c Reibungswinkel und Kohäsion der Fuge

in Verbindung mit einem Zugspannungskriterium

$$F_{tJ} = \sigma_n - f_t \quad (6.15)$$

mit: $f_t \leq \frac{c}{\tan \varphi}$ Zugfestigkeit normal zur Fugenebene

verwendet. Eine Entfestigung infolge von Fugenversagen kann in vereinfachter Weise durch die Reduzierung der Anfangsfestigkeiten φ, c und f_t auf Restfestigkeiten φ_r, c_r und f_{tr} nach Überschreitung der Schub- oder Zugfestigkeit berücksichtigt werden. Während in UDEC die Werte der Restfestigkeiten vorgegeben werden können, werden in 3DEC bei konstantem Reibungswinkel die Kohäsion und die Zugfestigkeit nach dem Fugenversagen zu Null gesetzt. Durch Vorgabe eines Dilatanzwinkels kann mit Hilfe nichtassoziierter Plastizität die Normalverschiebung infolge eines Schubgleitens entlang der Fuge gesteuert werden. Dabei wird der Dilatanzwinkel bis zum Erreichen einer definierten Scherverschiebung vollständig abgebaut. In beiden Programmen steht außerdem ein komplexeres Entfestigungsmodell zur Beschreibung des Fugenscherversagens zur Verfügung. Die Verwendung dieses Modells setzt jedoch die Vernachlässigbarkeit der Fugenzugfestigkeit voraus.

6.3 Blockmaterialmodell

In der Regel ist für die Untersuchung von Mauerwerkstrukturen die Einbeziehung der Deformationen und des Versagens der Blöcke (Steine) notwendig. Die Dehnungen und Rotationen werden dabei aus den Geschwindigkeiten nach Gleichung (6.6) wie folgt ermittelt:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) \quad (6.16)$$

$$\dot{\theta}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} - \dot{u}_{j,i})$$

Somit ist nach jedem Zeitschritt der Deformationszustand der Blockelemente bekannt. Die daraus resultierenden Spannungen werden direkt aus den Spannungs-Dehnungsbeziehungen, welche linear oder nichtlinear sein können, berechnet.

Die Diskretisierung der Mörtelfugen mit Hilfe linienförmiger bzw. flächenhafter Kontaktformulierungen im Rahmen der hier betrachteten vereinfachten Mikromodellierung des Mauerwerkverbandes führt zu einigen Besonderheiten bezüglich des Blockmaterialmodells. Durch die fehlende Querdehnungsinteraktion zwischen Stein und Mörtel, welche bei traditionellen Fugendicken die Mauerwerkdruckfestigkeit entscheidend beeinflusst, verkörpert die Blockfestigkeit nicht mehr allein die Festigkeit des Steingrundmaterials. Vielmehr muss dann durch das Blockmaterial die sich aus der Stein-Mörtel-Interaktion ergebende Mauerwerkdruckfestigkeit abgebildet werden. Die Beschreibung des Blockmaterials kann in UDEC und 3DEC mit Hilfe elastoplastischer Materialmodelle erfolgen. Die Festigkeitsbeschreibung basiert dabei auf dem im Hauptspannungsraum formulierten Mohr-Coulombschen Versagenskriterium

$$F_{sB} = \sigma_1 - \sigma_3 N_\varphi + 2c\sqrt{N_\varphi} \quad (6.17)$$

$$\text{mit: } N_\varphi = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

in Kombination mit einem Zugspannungskriterium zur Begrenzung der Hauptzugspannungen

$$F_{tB} = f_t - \sigma_3 \quad (6.18)$$

$$\text{mit: } f_t \leq \frac{c}{\tan \varphi} \quad \text{Steinzugfestigkeit.}$$

Die Kohäsion c und der Reibungswinkel φ können entsprechend Gleichung (4.58) mit der Mauerwerkdruckfestigkeit korreliert werden. Durch die Berücksichtigung des Dilatanzwinkels ist es möglich, die plastischen Deformationen infolge des Scherversagens realitätsnaher mit einer nichtassozierten Fließregel zu beschreiben. Zusätzlich kann in einem Strain-Softening/Hardening Modell eine Ver- und Entfestigung der Kohäsion c , des Reibungswinkels φ und des Dilatanzwinkels ψ sowie eine Entfestigung der Zugfestigkeit f_t berücksichtigt werden. Dies ermöglicht analog zu den in Kapitel 4 und 5 vorgestellten Modellen die Beschreibung des nichtlinearen Block-Materialverhaltens. Die Ver- bzw. Entfestigungsfunktion kann abschnittsweise linear vorgegeben werden. Als Ver- bzw. Entfestigungsparameter der Scherfestigkeitskenngrößen c , φ und ψ wird entsprechend Gleichung (3.18) ein äquivalentes plastisches Dehnungsinkrement verwendet.

$$\Delta\kappa_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{1s}^{pl} - \Delta\varepsilon_{ms}^{pl})^2 + (\Delta\varepsilon_{ms}^{pl})^2 + (\Delta\varepsilon_{3s}^{pl} - \Delta\varepsilon_{ms}^{pl})^2} \quad (6.19)$$

$$\text{mit: } \Delta\varepsilon_{ms}^{pl} = \frac{1}{3} (\Delta\varepsilon_{1s}^{pl} + \Delta\varepsilon_{3s}^{pl})$$

Für die Zugentfestigung lautet der Entfestigungsparameter

$$\Delta\kappa_t = \Delta\varepsilon_{3t}^{\text{pl}}. \quad (6.20)$$

Einschränkend ist anzumerken, dass die verwendeten Blockmaterialmodelle auf einer isotropen Werkstoffbeschreibung basieren und daher nicht für alle Steinarten zutreffend sind. Wie im Kapitel 2.1 dargelegt wurde, ist in einigen Fällen (z.B. Ziegel) bereits das Steingrundmaterial anisotrop. Außerdem werden häufig bei modernen Mauerwerkarten gelochte Steine vermauert, so dass weitere geometrische Einflüsse hinzukommen. Die Ableitung eines genaueren, anisotropen Blockmaterialmodells, welches die wesentlichen Einflüsse wie z.B. die Stein-Mörtel-Interaktion, die Steinlochung sowie die Ver- und Entfestigung berücksichtigt, erfordert systematische Untersuchungen verschiedener Beanspruchungskombinationen und Steintopologien, wie sie beispielsweise mit dem in Kapitel 5 vorgeschlagenen detaillierten Mikromodell und einer begleitenden experimentellen Absicherung möglich sind. Hier eröffnet sich eine lohnenswerte Aufgabe für künftige Forschungsarbeiten.

Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass das orthotrope Materialverhalten des Mauerwerkverbandes in starkem Maße durch die Fugenausbildung beeinflusst wird. Durch eine entsprechende Korrelation der Fugen- und Blockmaterialkennwerte lässt sich mit dem hier verwendeten Modell das orthotrope Deformationsverhalten des Mauerwerkverbandes zutreffend abbilden, so dass sich die vorstehend beschriebene Einschränkung etwas relativiert und vor allem auf das Steinversagen zu beziehen ist.

6.4 Verifikation

Mit Hilfe von Versuchsergebnissen, die der Literatur entnommen wurden, soll die Eignung des verwendeten Berechnungsmodells zur Modellierung von Mauerwerk nachgewiesen werden. Hierbei werden die in Kapitel 4.6.1 vorgestellten Schubversuche an Wänden aus Betonsteinmauerwerk von Lurati und Thürlimann [65] nachgerechnet. Die Versuchsanordnung und -durchführung ist im Kapitel 4.6.1 beschrieben und soll hier nicht wiederholt werden.

6.4.1 Materialkennwertermittlung

In den Tabellen 6.1 und 6.2 sind die den Berechnungen zugrunde gelegten Materialparameter zusammengestellt. Da Angaben zum Verformungsverhalten der Fugen fehlten und die Steifigkeit der Mauersteine nur indirekt aus den Vorversuchsergebnissen [64] abschätzbar war, wurden die Elastizitätskennwerte der Blöcke und Fugen in zwei Varianten angenommen. In Variante 1 wurden die Steifigkeitsparameter des diskreten Modells mit Hilfe der Gleichungen (6.12) und (6.13) aus den Elastizitätskenngrößen des Mauerwerkverbandes, welche auch bei der Verifikation des Kontinuumsmodells (Tabelle 4.2) verwendet wurden, ermittelt. Dabei berücksichtigt diese Variante den oberen Bereich der Steinsteifigkeitswerte. Die zweite Variante basiert auf einem geringeren Elastizitätsmodul der Mauersteine. Dabei wurden die Steifigkeiten der Mörtelfugen mit den Gleichungen (6.12) und (6.13) abgeschätzt und anschließend in elastischen Vorberechnungen mit den experimentell gemessenen Deformationen der ersten, im

elastischen Bereich liegenden Laststufen abgeglichen. Während bei der ersten Variante die orthotropen Elastizitätskennwerte des Mauerwerks zu unterschiedlichen Steifigkeiten der Lager- und Stoßfugen führen, wurden in der zweiten Variante aufgrund der vorhandenen Stoßfugenvermörtelung einheitliche Fugensteifigkeiten gewählt. Unter Verwendung der von Schubert [109] angegebenen Beziehung zwischen der Mörteldruckfestigkeit und des Mörtel-Elastizitätsmoduls

$$E_{M\ddot{o}} \approx 2100 \beta_{D,M\ddot{o}}^{0,7} \quad (6.21)$$

mit $E_{M\ddot{o}}$ Elastizitätsmodul des Mörtels
 $\beta_{D,M\ddot{o}}$ Normdruckfestigkeit eines Mörtelprismas

soll die Plausibilität der angenommenen Fugensteifigkeiten überprüft werden. In den Versuchsberichten [65], [64] wird die Normdruckfestigkeit des verwendeten Zementmörtels aus mehreren Prüfreihen mit $\beta_{D,M\ddot{o}} = 11 - 20 \text{ N/mm}^2$ angegeben. Setzt man eine Mörtelfugendicke in der üblichen Abmessung von 1 bis 1,23 cm voraus, ergibt die einfache Beziehung

$$k_n \approx \frac{E_{M\ddot{o}}}{t} \quad \text{mit: } t - \text{Mörtelfugendicke} \quad (6.22)$$

eine Abschätzung der Normalsteifigkeit der Mörtelfuge zwischen $9 \cdot 10^5$ und $1,7 \cdot 10^6 \text{ MN/m}^2$. In dieser Größenordnung liegen auch die in Tabelle 6.1 angegebenen Normalsteifigkeitswerte, so dass die ermittelten Materialkenngrößen als realistisch eingeschätzt werden können.

Die Kohäsion und der Reibungswinkel des Blockmaterials wurden mit der in Gleichung (4.58) angegebenen Beziehung auf die Mauerwerkdruckfestigkeit ($9,1 \text{ MN/m}^2$) abgestimmt. Die Zugfestigkeit des Blockmaterials wurde als Steinzugfestigkeit nach Schubert [109] mit 8 % der Steindruckfestigkeit ($16,5 \text{ MN/m}^2$ [65]) abgeschätzt. Die Schubfestigkeit (c, φ) der Lagerfuge konnte dem Versuchsbericht entnommen werden. Die Zugfestigkeiten sowie die Schubfestigkeit der Stoßfuge wurden mit Hilfe von Werten aus der Literatur [109], [110], [90], [91], [92] abgeschätzt.

	Blockmaterial		Lagerfuge		Stoßfuge	
	K (MN/m ²)	G (MN/m ²)	k_n (MN/m ³)	k_s (MN/m ³)	k_n (MN/m ³)	k_s (MN/m ³)
Variante 1	13440	3952	1413929	456340	71896	48101
Variante 2	11857	3952	764286	246670	764286	246670

Tabelle 6.1 Steifigkeitskennwerte

Blockmaterial			Lagerfuge			Stoßfuge		
c	φ	f_t	c / c_r	φ / φ_r	f_t / f_{tr}	c / c_r	φ / φ_r	f_t / f_{tr}
(MN/m ²)	(°)	(MN/m ²)	(MN/m ²)	(°)	(MN/m ²)	(MN/m ²)	(°)	(MN/m ²)
2,37	35	1,32	0,5 /	39 / 31	0,4 / 0,2	0,25 / 0,15	30 / 24	0,1 / 0,05
	12		0,25	0			0	

Tabelle 6.2 Festigkeitskennwerte

6.4.2 Berechnungsergebnisse

In Bild 6.4 sind die errechneten Last-Verschiebungskurven den experimentell ermittelten Werten gegenübergestellt. Die gemessenen und berechneten Versagenslasten sind in Tabelle 6.3 enthalten. Bei beiden Schubwänden ZW1 und ZW2 ist eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung feststellbar.

Versuchswand	Versuch	Berechnung Var. 1	Berechnung Var. 2
ZW 1	353 kN	358 kN	354 kN
ZW 2	634 kN	635 kN	635 kN

Tabelle 6.3 Gemessene und berechnete Versagenslasten V_u

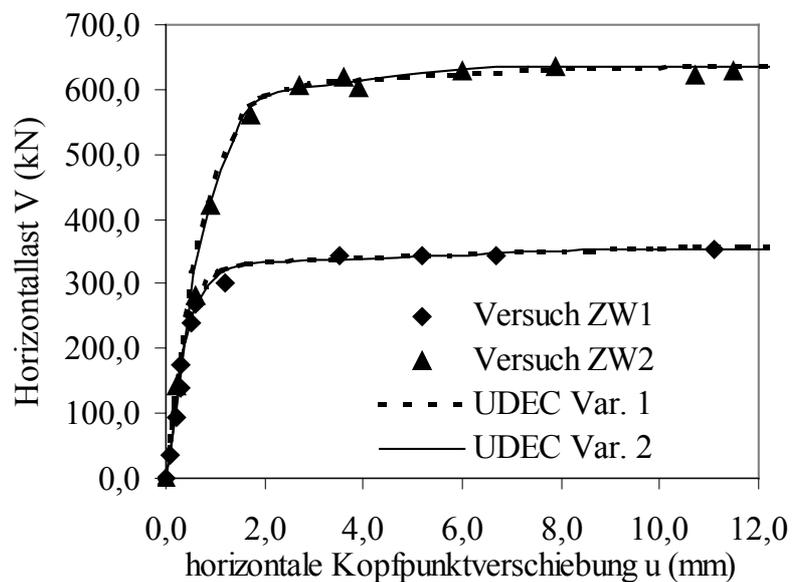


Bild 6.4 Last-Verschiebungskurven der Versuchswände ZW1 und ZW2

Auch die in Bild 6.5 dargestellten, berechneten Versagensmechanismen korrespondieren sehr gut mit den im Versuch erhaltenen Bruchbildern (Kapitel 4.6.1, Bilder 4.6.1-3 a und b). Die beiden untersuchten Materialkennwertvarianten führen zu ähnlichen Ergebnissen.

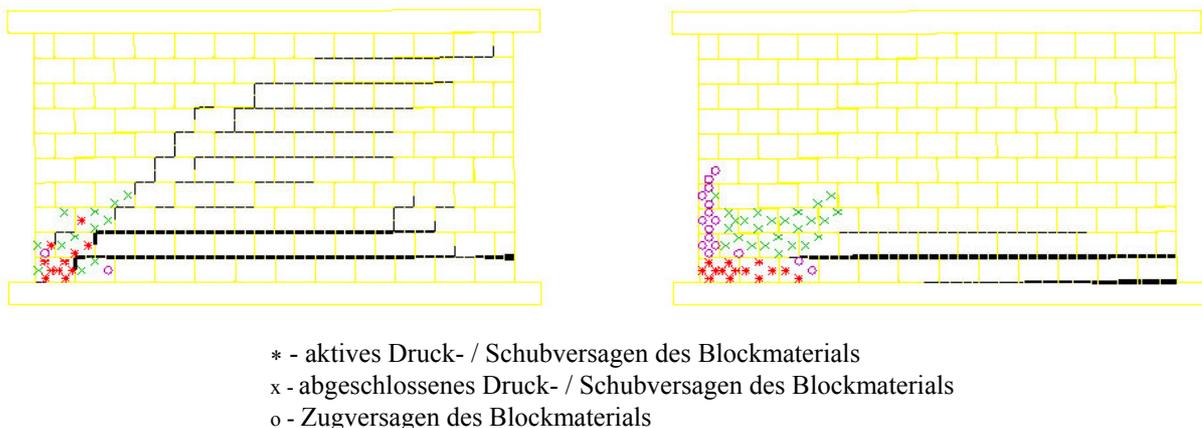


Bild 6.5 Berechnetes Versagensbild: a) ZW1 Variante 2, b) ZW2 Variante 2

Daraus resultiert einerseits die auch schon von Seim [119] beschriebene Schlussfolgerung, dass das Deformationsverhalten und das Versagen der hier untersuchten Schubwände durch die Anisotropie der Elastizitätskennwerte weitgehend unbeeinflusst bleibt. Andererseits wird daran aber auch die Unempfindlichkeit und gute Eignung der Berechnungsmethode ablesbar. Wegen der geringen Unterschiede werden im Folgenden nur noch die Ergebnisse der Materialvariante 2 betrachtet.

Aufgrund der weiträumig verteilten Rissbildung und Schädigung der Versuchswände wurde in den vorgestellten Berechnungen die adaptive globale Systemdämpfung entsprechend Gleichung (6.8) gewählt. Um den Einfluss der Dämpfung zu überprüfen, wurde für die Versuchswand ZW1 eine weitere Vergleichsrechnung mit einer lokalen Dämpfung entsprechend Gleichung (6.9) durchgeführt. Wie aus Bild 6.6 ersichtlich ist, wurden mit beiden Dämpfungsschemata nahezu identische Ergebnisse ermittelt. In Bild 6.7 ist die für die einzelnen Lastschritte erforderliche Anzahl an Berechnungszeitschritten angegeben. Daraus wird der erwartete Vorteil der globalen Systemdämpfung, der sich jedoch bei Erreichen der Versagenslast aufbraucht, ersichtlich.

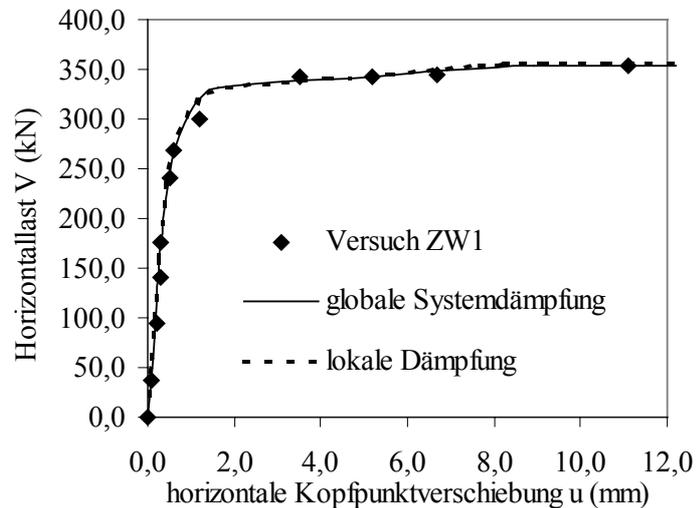


Bild 6.6 Last-Verschiebungslinien ZW1 in Abhängigkeit von der Dämpfungsart

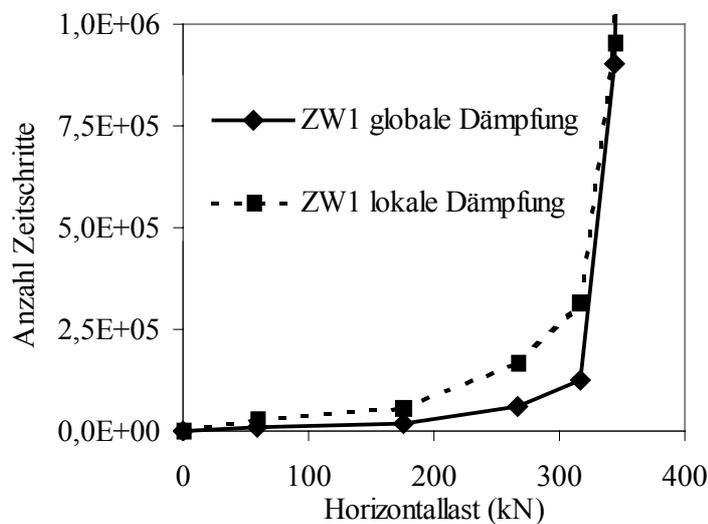


Bild 6.7 Vergleich der globalen und lokalen Dämpfung in Bezug auf die Anzahl der erforderlichen Berechnungszeitschritte

6.4.3 Einflüsse aus der Ausbildung des Mauerwerkverbandes

In Bild 6.8 sind die berechneten Versagensbilder bei fehlender Stoßfugenvermörtelung dargestellt. Hierfür wurden die Steifigkeits- und Festigkeitswerte der senkrechten Fugen gleich Null gesetzt. Im Vergleich mit Bild 6.5 ist eine deutliche Zunahme des treppenförmigen Fugenversagens als Resultat der steigenden Steinrotation zu erkennen. Die ermittelten Versagenslasten fielen geringfügig um ca. 5% gegenüber den in Tabelle 6.1 angegebenen Werten ab. Die horizontalen Verschiebungen am Wandkopf nahmen ab dem Erreichen von ca. 75% der Versagenslast deutlich zu. Diese Ergebnisse korrelieren gut mit den in Kapitel 2.3.1.4 vorgestellten Versuchsergebnissen von Dialer [29].

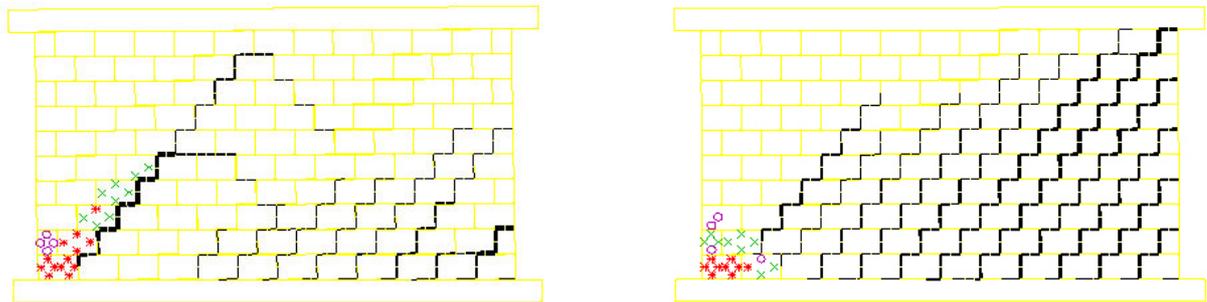


Bild 6.8 Berechnete Versagensbilder ohne Stoßfugenvermörtelung: a) ZW1, b) ZW2

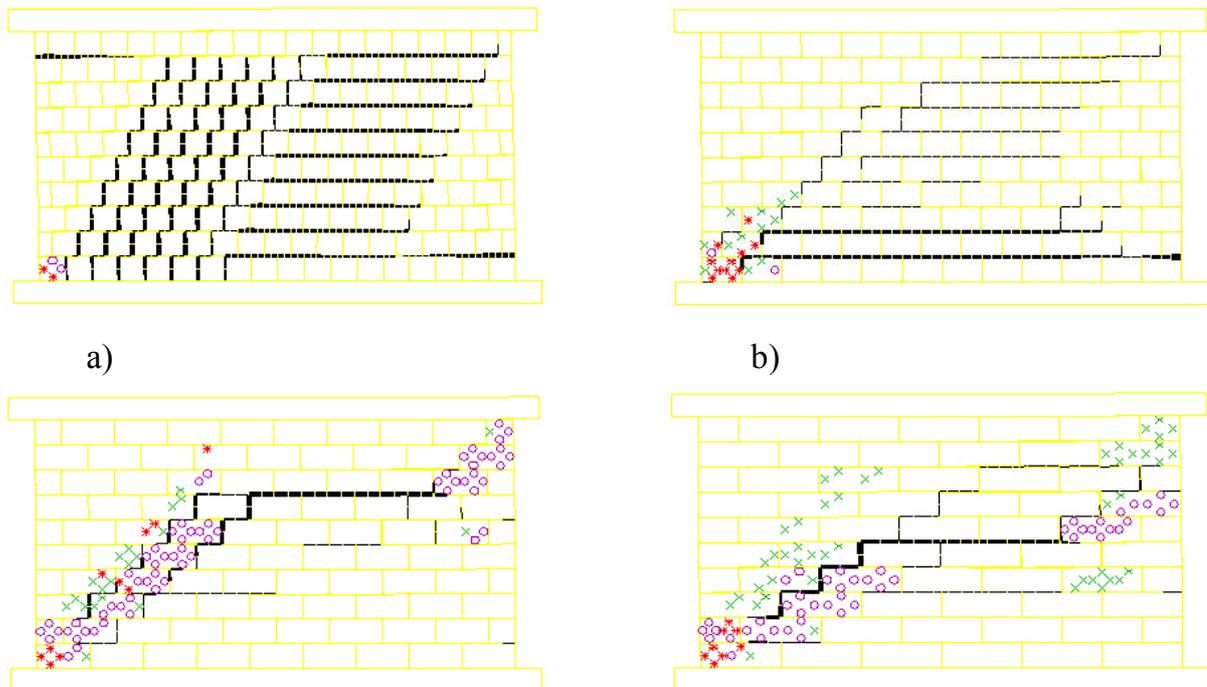


Bild 6.9 Berechnete Versagensbilder in Abhängigkeit des Steinformats (Wand ZW1)
Steinlänge x Höhe (cm): a) 20 x 20, b) 30 x 20, c) 40 x 20, d) 60 x 20

Der Einfluss des Steinformats auf die Versagensmechanismen der untersuchten Wand ZW1 wird aus Bild 6.9 ersichtlich. Dabei wurden den Berechnungen die Materialkennwerte der Variante 2 (Tab. 6.1, 6.2) zugrunde gelegt. Mit einer Verringerung des Verhältnisses der Steinlänge zu Steinhöhe nehmen die Steinrotationen zu. Dies führt im Fall eines quadratischen Steinformats zur Dominanz des Fugenversagens. Eine Zunahme der Steinlänge geht mit einer Konzentration des Fugenversagens auf wenige Gleitebenen und einem drastischen Anstieg des Steinversagens einher. Diese Effekte sind vornehmlich auf die steigende Verblockung und erhöhte Beanspruchung der Steine zurückzuführen.

Aufgrund des auftretenden Steinversagens, welches bei den hier untersuchten Schubwänden das finale Systemversagen auslöst, können die Einflüsse der Verbandsausbildung nicht unverfälscht quantifiziert werden. So blieb in den Fällen c) 40 x 20 und d) 60 x 20 cm die gegenüber dem Fall b) 30 x 20 cm erwartete nennenswerte Steigerung der Versagenslast aus, da die Tragfähigkeit der Wand durch die Stein- bzw. Blockfestigkeit begrenzt wurde. Um diesen Einfluss auszuschalten, wird in der nachfolgenden Studie die Steinfestigkeit nicht begrenzt.

6.5 Studie zum Schubversagen regelmäßigen Mauerwerks

Durch die Variation des Steinformats, der Steingröße und der Stoßfugenvermörtelung soll am Beispiel der in Kapitel 6.4 betrachteten Wand ZW1 der Zusammenhang von Verbandsausbildung und Schubtragfähigkeit des Mauerwerks näher untersucht werden. Gleichzeitig belegen die Berechnungen das Vermögen des hier verwendeten Mikromodells, Einflüsse aus der Steinrotation, der Steinverblockung sowie Größeneffekte abbilden zu können. In Tabelle 6.4 sind die untersuchten Varianten von Steingrößen und -formaten zusammengestellt. Als Materialwerte wurden die in Tabelle 6.1 und 6.2 als Variante 2 angegebenen Werte verwendet. Eine fehlende Stoßfugenvermörtelung wurde durch eine entsprechende Steifigkeits- und Festigkeitsreduzierung der senkrechten Fugen simuliert.

Steinformat $l_{St} : h_{St}$	1 : 1	1,5 : 1	2 : 1	3 : 1
Steingröße (cm)	40 x 40	60 x 40	80 x 40	120 x 40
	20 x 20	30 x 20	40 x 20	60 x 20
	10 x 10	15 x 10	20 x 10	30 x 10

Tabelle 6.4 Untersuchte Varianten der Stein- bzw. Blockabmessungen

Im Bild 6.10 sind die ermittelten Versagenslasten der untersuchten Varianten für die beiden Fälle der vermörtelten und unvermörtelten Stoßfuge dargestellt. Mit einer Vergrößerung des Steinformats steigt zunächst die ertragbare Schubbeanspruchung als Folge der zunehmenden Verblockung und abnehmenden Rotation der Steine an. Diese Tendenz wird durch eine fehlende Stoßfugenvermörtelung verstärkt.

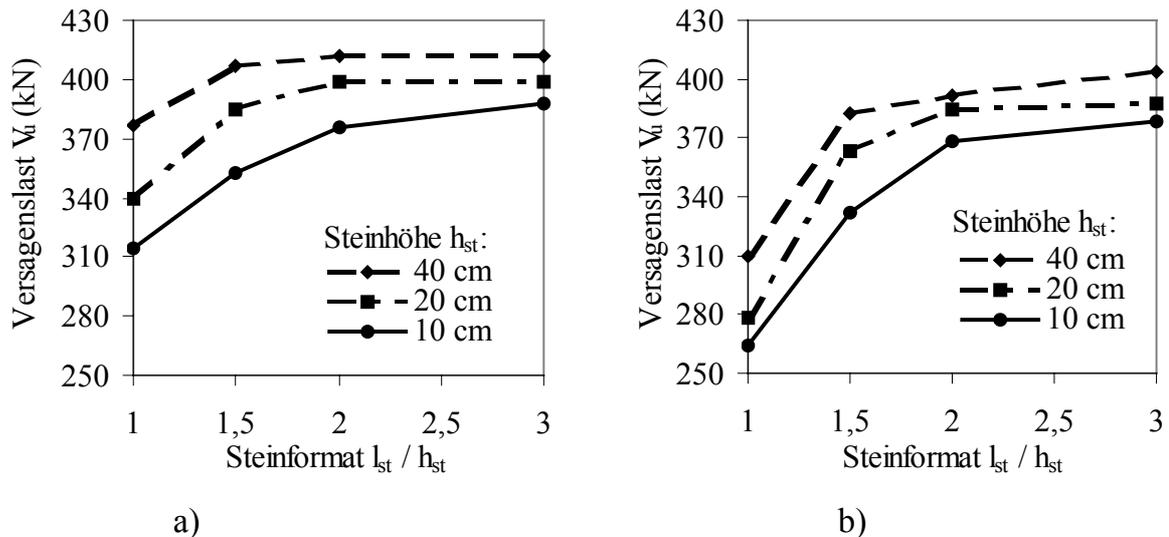


Bild 6.10 Berechnete Versagenslasten in Abhängigkeit des Steinformats und der Steingröße: a) vermörtelte Stoßfuge, b) unvermörtelte Stoßfuge

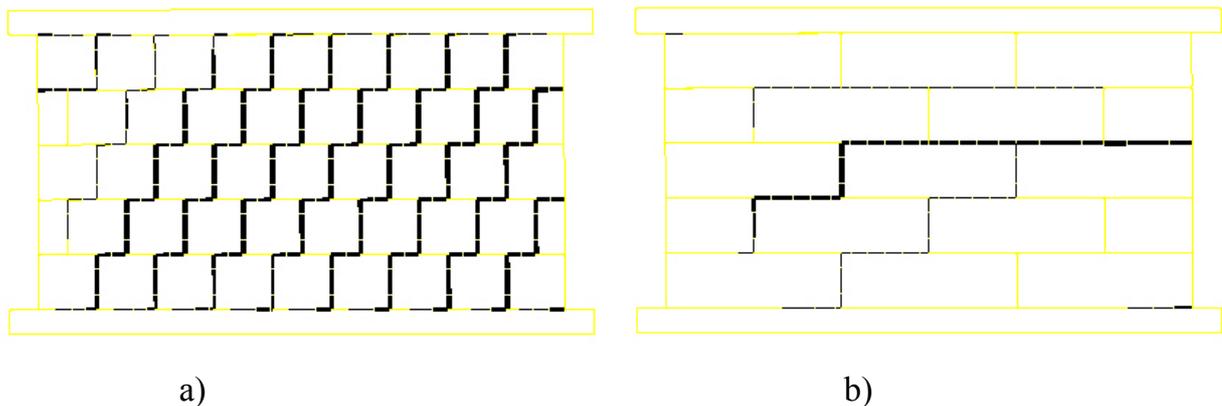


Bild 6.11 Versagensmechanismen in Abhängigkeit vom Steinformat (Stoßfuge unvermörtelt) a) 40 x 40 cm, b) 120 x 40 cm

Wie aus Bild 6.11a deutlich wird, ist bei den kleinen Steinformaten $l_{st} / h_{st} = 1$ aufgrund der großen Steinrotation ein treppenförmiges Fugenversagen dominant. Ab einem Steinformat von $l_{st} / h_{st} = 2$ findet ein Wechsel im Versagensmechanismus der Fugen statt. Die Wand versagt nach Überwindung des Reibwiderstandes durch ein lokalisierendes Abgleiten entlang der Lagerfuge (Bild 6.11 b). Eine weitere Traglaststeigerung durch die Vergrößerung des Steinformats ist dann nicht mehr möglich. Aus Bild 6.10 wird neben dem Einfluss des Steinformats auch ein Größeneffekt ersichtlich. Er nimmt mit steigendem Steinformat ab und ist in dieser Studie auf die zunehmende Verblockung eines größeren Steins bei konstanter Strukturgröße zurückzuführen.

Das Verhältnis der Versagenslasten mit und ohne Stoßfugenvermörtelung ist im Bild 6.12 dargestellt. Demnach reduziert die fehlende Vermörtelung der Stoßfuge die Schubtragfähigkeit des Mauerwerks um bis zu 18 % bei einem quadratischen Steinformat. Diese Reduktion nimmt jedoch aufgrund der Abhängigkeit von der Steinrotation mit steigendem Steinformat ab. Bereits ab einem Format von $l_{st} / h_{st} = 1,5$ erreicht die Tragfähigkeitsreduzierung kleine Werte von maximal 6 %. Neben der Versagenslast wird in einem noch stärkeren Maß die Steifigkeit der Schubwand infolge unvermörtelter Stoßfugen reduziert. Im Bild 6.13 sind die Last-Verschiebungslinien der

zwei untersuchten Extremfälle dargestellt. Erwartungsgemäß stellt sich eine mit der Steingröße zunehmende Versteifung ein. Diese lässt sich prinzipiell auf zwei Ursachen zurückführen. Vorausgesetzt, dass der Elastizitätsmodul des Mörtels deutlich geringer ist als der des Steins, erhöht sich die Steifigkeit des Mauerwerks mit sinkendem Fugenteil. Da jedoch im vorliegenden Fall die Steifigkeit des Zementmörtels und des Betonsteins in der gleichen Größenordnung liegen, tritt dieser Effekt in den Hintergrund. Somit ist die zweite Ursache, die verstärkte Verblockung mit steigendem Verhältnis von Steinlänge zu Steinhöhe und zunehmender Steingröße, für die Erhöhung der Mauerwerksteifigkeit verantwortlich. Ablesbar wird der Verblockungseffekt auch an der Abnahme des Einflusses der Stoßfugenvermörtelung mit der genannten Vergrößerung von Steinformat und -größe.

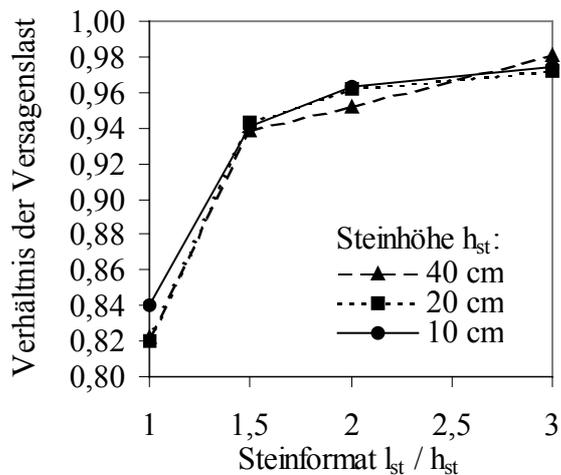


Bild 6.12 Verhältnis der Versagenlasten
Stoßfuge vermörtelt / unvernörtelt

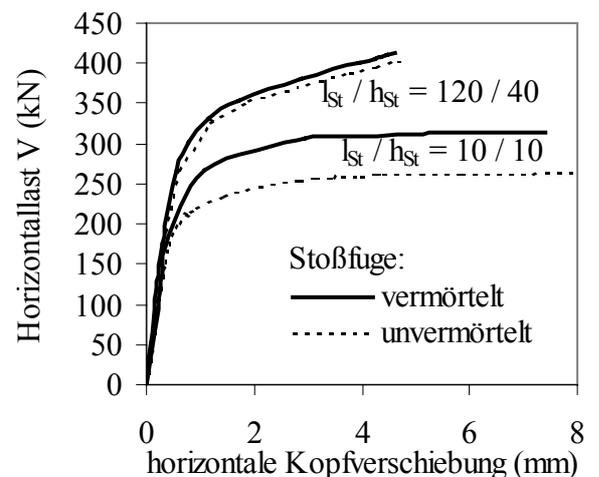


Bild 6.13 Last-Verschiebungslinien

6.6 Zusammenfassung

Die Berechnungsergebnisse im Kapitel 6.4 belegen die sehr gute Eignung der Distinkt Element Methode, das Materialverhalten von Mauerwerk im Rahmen der hier untersuchten vereinfachten Mikromodellierung bis zum Versagen zutreffend abzubilden. Hervorzuheben sind dabei auch die numerische Robustheit und die physikalische Interpretierbarkeit der Materialparameter als notwendige Voraussetzungen für die erwünschte Prognosefähigkeit des numerischen Modells.

Neben dem vorhandenen Einklang mit den Versuchsergebnissen zeigt auch der Vergleich mit den im Kapitel 4.6.1 vorgestellten Verifikationsergebnissen des Makromodells ein hohes Maß an Übereinstimmung. Wie die Studie im Kapitel 6.5 aufzeigt, erschließt das Diskontinuumsmodell durch die Einbeziehung der Verbandsstruktur und das Vermögen, Starrkörperbewegungen verfolgen zu können, erweiterte Untersuchungsmöglichkeiten gegenüber dem Kontinuumsmodell. Dies äußerte sich insbesondere in den Einflüssen aus der Steinrotation sowie der Verblockung. Für die in den Verifikationsberechnungen (Kapitel 6.4) untersuchten Schubwände traten diese Einflüsse ab einem Steinformat von ca. 1,5 bis 2 wegen des einsetzenden Steinversagens in den Hintergrund, woraus sich die bereits erwähnte, gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen des Makromodells in Kapitel 4.6.1 erklärt.

7 Praktische Anwendungsbeispiele und Vergleichsrechnungen

Der Nachweis der praktischen Anwendbarkeit der entwickelten Materialmodelle soll an komplexen Mauerwerkstrukturen geführt werden. Es wird gezeigt, dass die numerischen Berechnungsmodelle als leistungsfähige Werkzeuge sowohl zur Bewertung des Tragvermögens als auch zur Beurteilung von Riss- bzw. Schädigungsursachen eingesetzt werden können. Dabei wird auch auf die Eignung und Anwendungsgrenzen verschiedener Modellierungsstrategien eingegangen.

Die vorgestellten Beispiele repräsentieren mit der Tragfähigkeitsbewertung gemauerter Bogenbrücken, der Untersuchung von Rissbildungen an historischen Mauerwerkstrukturen und mit der Traglastermittlung einzelner Bauteile typische Problemfelder des Mauerwerksbaus. Weitere Beispiele zur Anwendung des für mehrschalige Mauerwerkverbände vorgeschlagenen Modells wurden in [105] veröffentlicht. Die Untersuchung der Rissbildungen und des Tragverhaltens eines aus regelmäßigem und regellosem Mauerwerk bestehenden Kirchturms mit den hier entwickelten Kontinuumsmodellen wurde in [106] dokumentiert.

7.1 Konsequenzen aus der Modellierung des Mauerwerks als homogenes Kontinuum oder Diskontinuum

Nachdem im Kapitel 3.4 die Grundlagen der verschiedenen Modellierungsstrategien im Rahmen der Kontinuums- und Diskontinuumsmechanik dargelegt wurden, sollen nun die Auswirkungen und Grenzen der Modellierung des Mauerwerkverbandes als homogenes Kontinuum (Makromodell) und als Diskontinuum (vereinfachtes Mikromodell) diskutiert und die wesentlichen Einflussgrößen aufgezeigt werden. Dabei soll auch die Leistungsfähigkeit des im Kapitel 4.2 vorgestellten Makromodells untersucht werden.

Die grundlegenden Unterschiede zwischen beiden Modellierungsstrategien ergeben sich einerseits aus der **verschmierten oder diskreten Berücksichtigung der Fugenlage** und andererseits aus der **Einbeziehbarkeit von Steinrotationen und Verblockungseffekten**. Die verschmierte Modellierung des Mauerwerkverbandes im Makromodell hat zur Folge, dass in jedem Diskretisierungspunkt die gesamte Mauerwerkfestigkeit und damit auch die der Fugen berücksichtigt wird. Dies kann vor allem bei größeren Fugenabständen zu einer Überschätzung plastischer Bereiche und zur Unterschätzung der Tragfähigkeit gegenüber dem Mikromodell führen. Steinrotationen und Verblockungen können nur im Diskontinuumsmodell abgebildet werden. Ihr Einfluss steigt vor allem mit einer zunehmenden Schubbeanspruchung des Mauerwerks.

7.1.1 Einflüsse des Steinformats

Wie in den Kapiteln 6.4 und 6.5 mit Hilfe des Diskontinuumsmodells aufgezeigt wurde, beeinflusst das Steinformat (definiert als das Verhältnis von Steinlänge / Steinhöhe) die Schubtragfähigkeit einer Mauerwerkstruktur. Mit sinkendem Steinformat nehmen die

Steinrotationen zu, woraus ein verstärktes treppenförmiges Fugenversagen (Bild 6.9a, 6.11), eine Verringerung der Versagenslast (Bild 6.10) und eine Zunahme der Schubverformungen resultieren. Dagegen führt die Vergrößerung des Steinformats zu einer steigenden Verblockung und es kommt (auch bei konstantem äußeren Normalspannungsniveau) zu einem Wechsel der Versagensmechanismen, was sich in einer Konzentration des Fugenversagens auf wenige Gleitebenen und in einer Zunahme des Steinversagens (Bild 6.9) äußert.

Aus den im Kapitel 3.4 dargelegten Gründen können klassische Kontinuumsformulierungen grundsätzlich keine Blockrotationen abbilden. Um dennoch den sehr wichtigen Einfluss des Steinformats auf die Schubfestigkeit des Mauerwerks zu berücksichtigen, wird in dem in Kapitel 4.2 vorgestellten Makromodell das von Ganz [38] aus einfachen Gleichgewichtsüberlegungen hergeleitete Fließkriterium F_9 (Gleichung 4.53) verwendet. Dadurch wird versucht, mit Hilfe der Fließbedingung die Schubfestigkeit und mit Hilfe des plastischen Potentials über Dilatanzeffekte die Schubverformung des Mauerwerkverbandes realitätsnäher zu erfassen.

Zur Überprüfung der Leistungsfähigkeit dieses Ansatzes soll die in Bild 7.1 dargestellte Schubwand untersucht werden. Dabei erfolgt im ersten Lastschritt die Berechnung des Eigenlastzustandes. Im Anschluss daran wird die obere Lasteinleitungsplatte in vertikaler Richtung fixiert und eine Horizontallast H eingetragen.

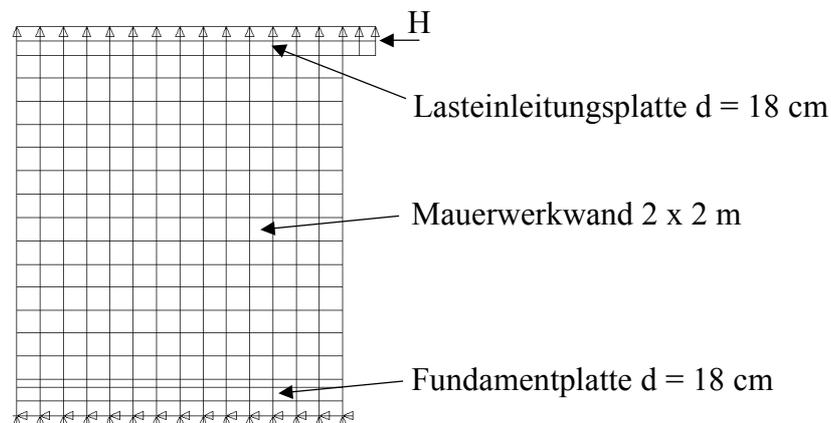


Bild 7.1 Finite Element Modell der Schubwand zur Untersuchung des treppenförmigen Schubversagens

Die Berechnung wird in folgenden Varianten durchgeführt:

- Diskontinuumsmodell in UDEC mit den Steinformaten 20 x 20 cm, 40 x 20 cm und 50 x 20 cm,
- Makromodell in ANSYS (Kap. 4.2) mit dem Stoßfugenabstand $a_s = 20, 40, 50$ cm und dem Lagerfugenabstand $a_l = 20$ cm und
- Makromodell in ANSYS ohne Berücksichtigung der Fließbedingung F_9 .

Die wesentlichen Materialkennwerte des Mauerwerks sind in den Tabellen 7.1 und 7.2 angegeben.

E_x MN/m ²	E_y MN/m ²	ν_{xy}	G_{xy} MN/m ²	f_{tx} MN/m ²	φ / ψ °	c MN/m ²
11600	7750	0,32	3100	0,05	45 / 20	0,26

Tabelle 7.1 Materialkennwerte des homogenen Kontinuumsmodells

Elastizitätskennwerte					
Blockmaterial		Lagerfuge		Stoßfuge	
K (MN/m ²)	G (MN/m ²)	k_n (MN/m ³)	k_s (MN/m ³)	k_n (MN/m ³)	k_s (MN/m ³)
13440	3300	1413929	456340	71896	48101
Festigkeitskennwerte					
Lagerfuge			Stoßfuge		
c (MN/m ²)	φ / ψ (°)	f_t (MN/m ²)	c (MN/m ²)	φ / ψ (°)	f_t / f_{tr} (MN/m ²)
0,26	45 / 20	0,05	0	0	0

Tabelle 7.2 Materialkennwerte des Diskontinuumsmodells

Das elastische Deformationsverhalten des homogenen Kontinuums- und Diskontinuumsmodells wurde mit Hilfe der Gleichungen (6.12) und (6.13) und durch den Vergleich der Verschiebungen bzw. Deformationsenergien in elastischen Vorberechnungen abgeglichen. Um den Formateinfluss (ohne vorzeitiges Steinversagen) unverfälscht untersuchen zu können, wurde in beiden Modellen ein Versagen des Mauerwerks infolge Stein- bzw. Blockversagens sowie eine Entfestigung ausgeschlossen. Wie Vergleichsrechnungen gezeigt haben, ergeben sich im hier betrachteten Beispiel aus der Vernachlässigung der Entfestigung keine nennenswerten Veränderungen für den qualitativen Vergleich zwischen dem homogenen Kontinuums- und dem Diskontinuumsmodell. Als Folge des ausgeschlossenen Steinversagens resultieren für die Mauerwerkswand unrealistisch hohe Versagenslasten, welche jedoch auch in dieser Studie nicht untersucht werden sollen. Von vorrangigem Interesse ist die Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens der Wand in Abhängigkeit vom Steinformat. Durch das gewählte Belastungsregime verspannt sich die Schubwand bei steigender Horizontalbelastung zwischen die beiden sehr steif modellierten Platten am Wandkopf und -fuß. Das Last-Verformungsverhalten der Wand wird damit maßgeblich von der Dilatanz und im Diskontinuumsmodell zusätzlich von der Blockrotation bestimmt. Die Berechnungen wurden bei einer horizontalen Kopfverschiebung von 3 cm abgebrochen, da in diesem Zustand bei Berücksichtigung der vollen Mauerwerk- bzw. Steinfestigkeit ein Versagen der Wand längst eingetreten wäre.

In Bild 7.2 sind die berechneten Last-Verformungslinien für alle untersuchten Varianten sowie für den linear elastischen Fall dargestellt. Bild 7.3 zeigt die bei 3 cm Kopfverschiebung eingetragene Horizontalkraft in Abhängigkeit des Steinformats. Für die beiden größeren Steinformate 50 x 20 und 40 x 20 zeigt das im Kapitel 4.2 vorgestellte homogene Kontinuumsmodell im Last-Verformungsverhalten eine gute

Übereinstimmung mit dem Diskontinuumsmodell.

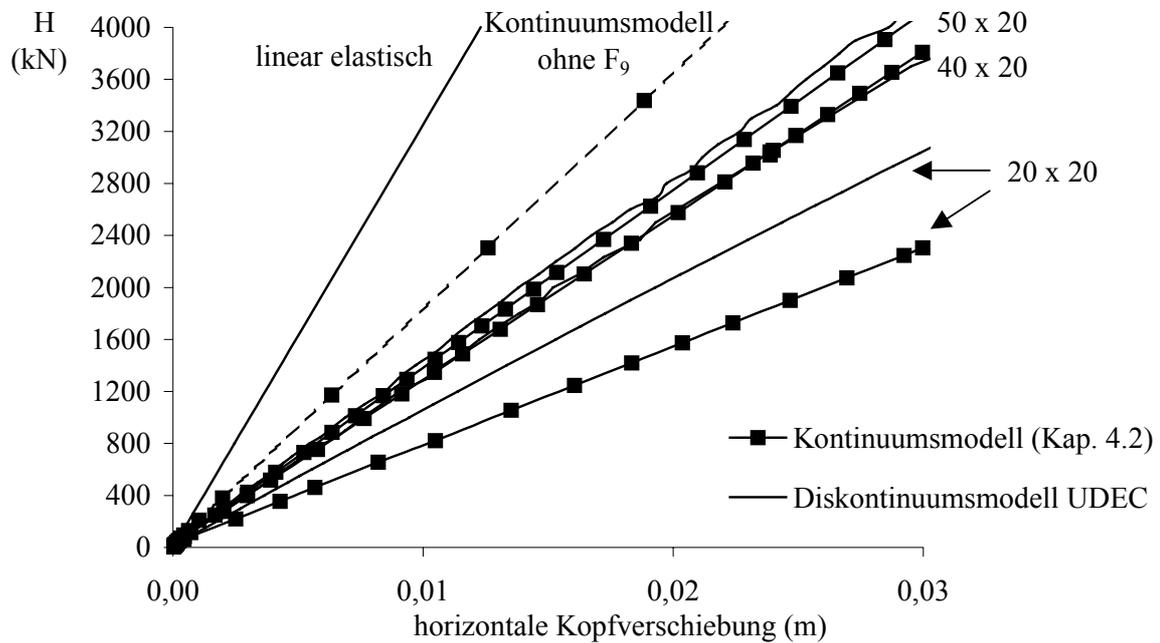


Bild 7.2 Last-Verschiebungsbeziehungen, Dilatanzwinkel 20°

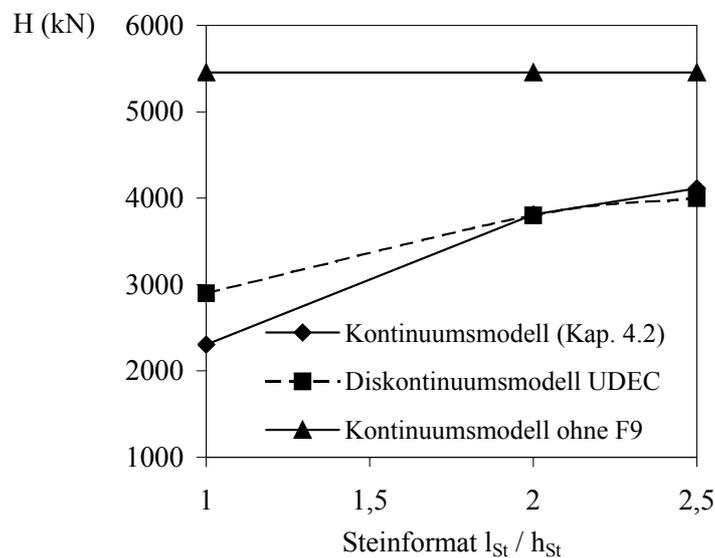


Bild 7.3 Horizontallast bei einer Horizontalverschiebung von 3 cm

Für das quadratische Steinformat unterschätzt das homogene Kontinuumsmodell das Lastaufnahmevermögen der Struktur und weist zu große Verschiebungen aus. Der Vergleich der Versagensmechanismen des Diskontinuumsmodells (Bild 7.4) mit denen des homogenen Kontinuumsmodells (Bild 7.5) zeigt eine gute qualitative Übereinstimmung.

Während die Neigung des Rissmusters im Diskontinuumsmodell (Bild 7.4) klar an das Steinformat gebunden ist, bleibt die Neigung des mit dem homogenen Kontinuumsmodell ermittelten plastischen Bandes (Bild 7.5) weitgehend unbeeinflusst vom Steinformat. Dieses Phänomen resultiert aus dem Unterschied zwischen diskreter und verschmierter Berücksichtigung der Fugenlage und stellt eine typische Auswirkung der Modellierungsstrategie dar. In der Folge davon weichen in Abhängigkeit des Steinformats die Richtungen der resultierenden plastischen Dehnungen des homogenen Kontinuumsmodells von den Richtungen der Verformungen des Diskontinuumsmodells ab. Offenbar tritt dieser Effekt im vorliegenden Fall vor allem bei quadratischen Steinformaten auf.

Grundsätzlich zeigen die Ergebnisse, dass mit dem in Kapitel 4.2 vorgestellten Makromodell der Einfluss des Steinformats auf das Schubtragverhalten der Mauerwerkwand näherungsweise berücksichtigt werden kann. Aus der Einbeziehung des Fließkriteriums F_9 resultiert ein deutlicher Qualitätsgewinn bei der Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens und der Versagensmechanismen von schubbeanspruchtem Mauerwerk gegenüber den in vorangegangenen Arbeiten [119], [62], [52] vorgestellten Makromodellen, welche das Schubversagen der Fugen lediglich mit vom Steinformat unabhängigen Mohr-Coulombschen oder Rankine Fließkriterien berücksichtigen. Die in den Bildern 7.2 und 7.3 dargestellten Ergebnisse belegen, dass die Vernachlässigung des Fließkriteriums für treppenförmiges Fugenversagen (F_9) zu einer Fehleinschätzung der Versagensmechanismen und des Tragvermögens der betrachteten Mauerwerkwand führt. Wie im Bild 7.6 ersichtlich wird, resultieren die plastischen Dehnungen in diesem Fall aus einem Zug- und Schubversagen der Lagerfugen im Bereich der Lasteinleitungs- bzw. Fundamentplatte.

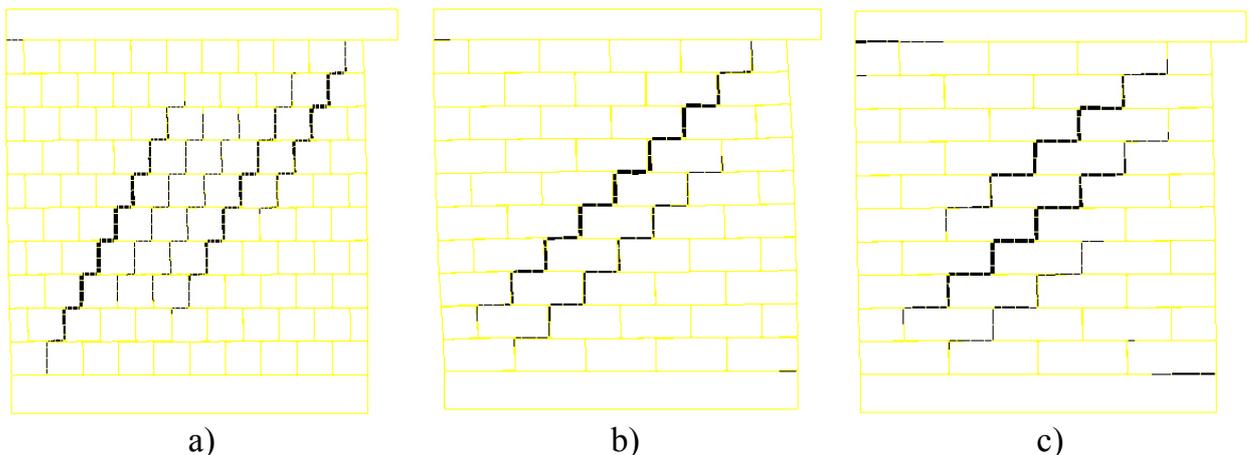


Bild 7.4 Versagensmechanismen des Diskontinuumsmodells:
a) 20 x 20, b) 40 x 20, c) 50x20

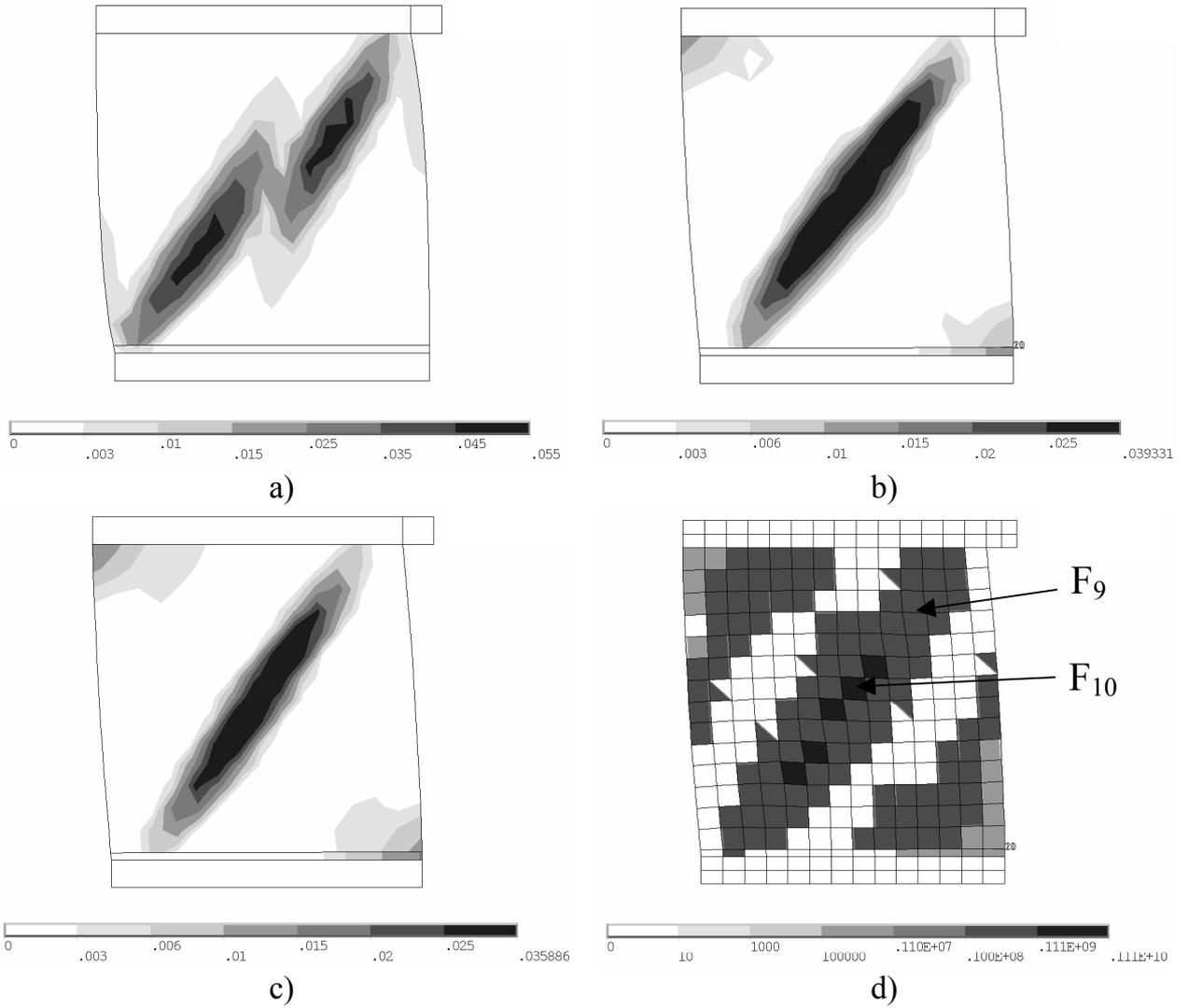


Bild 7.5 Versagensmechanismen des homogenen Kontinuumsmodells (Kapitel 4.2)
 Plastische Vergleichsdehnungen a) 20 x 20, b) 40 x 20, c) 50 x 20,
 d) Plastische Aktivitäten im Fall 40 x 20

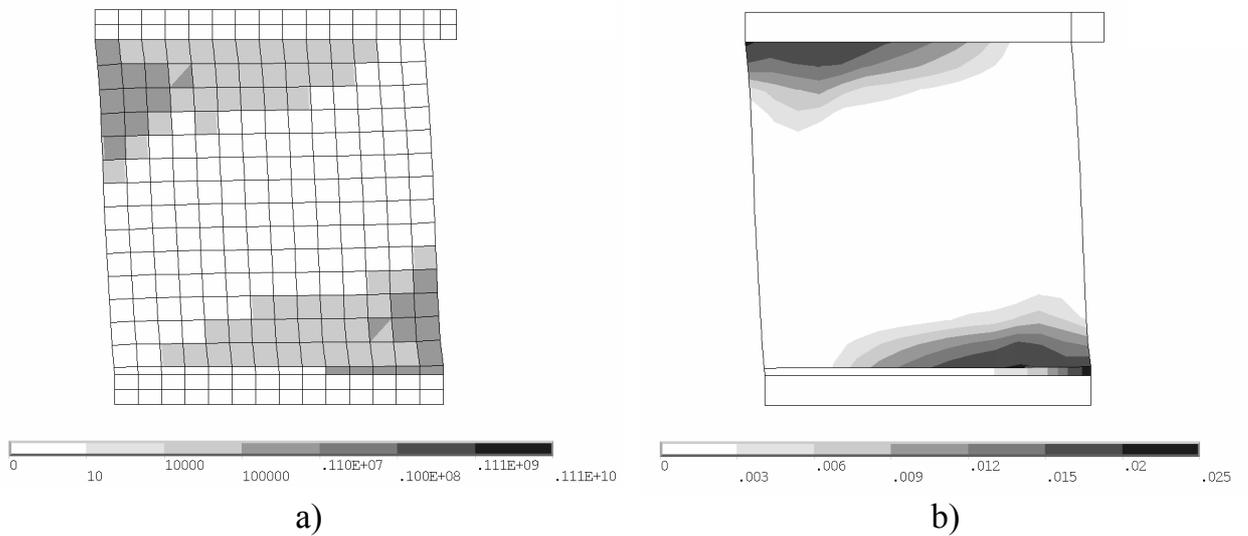


Bild 7.6 Versagensmechanismen des homogenen Kontinuumsmodells ohne F_9
 a) Plastische Aktivitäten, b) Plastische Vergleichsdehnungen

Da das Last-Verformungsverhalten des homogenen Kontinuumsmodells im vorliegenden Fall maßgeblich von der Dilatanz bestimmt wird, soll in einer weiteren Berechnung am Beispiel des Formats 40 x 20 die Auswirkung eines Dilatanzwinkels von 0° (bzw. aus numerischen Gründen nahe Null) untersucht werden. Das Ergebnis dieser Berechnung ist in Bild 7.7 dargestellt. Im homogenen Kontinuumsmodell nimmt die Verspannung der Wand zwischen den beiden fixierten Platten durch die fehlende Dilatanz drastisch ab und es kommt zu einem vorzeitigen Versagen. Dagegen kann die Wand im Diskontinuumsmodell die Verspannung durch Blockrotationen aufbauen und damit die fehlende Fugendilatanz kompensieren. Neben den physikalischen Auswirkungen hat die Verringerung des Dilatanzwinkels erwartungsgemäß zu einer deutlichen Verschlechterung der Konvergenz (ca. 6-fache Rechenzeit gegenüber $\psi = 20^\circ$) bei dem im impliziten Finite Element Programm ANSYS implementierten Makromodell geführt.

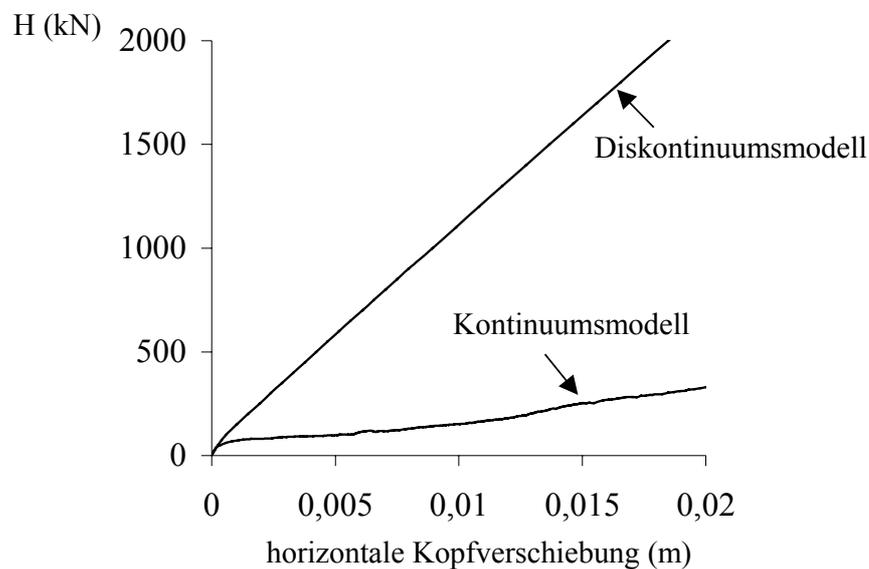


Bild 7.7 Last-Verschiebungsbeziehungen, Fall 40 x 20, Dilatanzwinkel 0°

7.1.2 Einflüsse des Mauerwerkverbandes

Die wesentlichen Einflüsse des Mauerwerkverbandes ergeben sich aus der Art der Fugenausbildung (vermörtelt / unvermörtelt), aus dem vorhandenen Überbindemaß (Steinüberlappung) und aus der Verbandstruktur (z.B. Läuferverband, Kreuzverband, Blockverband). Allgemein sind diese Einflüsse von der konkreten Fugenlage und von den auftretenden Steinrotationen abhängig und können daher nur im Diskontinuumsmodell vollständig abgebildet werden.

Die Auswirkungen der Stoßfugenvermörtelung wurden in den Kapiteln 6.4 und 6.5 untersucht. Aus den in Bild 6.10 dargestellten Ergebnissen wird ersichtlich, dass sich eine fehlende Stoßfugenvermörtelung durch eine erhöhte Steinrotation besonders bei geringeren Steinformaten ($l_{St} / h_{St} \leq 1,5$) auswirkt.

Wie in den Kapiteln 2.3.1.4 und 2.3.1.5 aufgezeigt wurde, beeinflusst das Überbindemaß

vor allem die Schub- und horizontale Zugfestigkeit (Fugenversagen) des Mauerwerkverbandes. Während die Veränderung des von der Steinrotation abhängenden Schubtragverhaltens vom Kontinuumsmodell nicht nachvollziehbar ist, kann durch die Einführung des Kriteriums F_{10} nach Gleichung (4.55) im Makromodell der Einfluss des Überbindemaßes auf die horizontale Mauerwerkzugfestigkeit näherungsweise berücksichtigt werden. Dabei bezieht sich die Näherung des homogenen Kontinuumsmodells besonders auf den über Steine und Fugen gemittelten Spannungszustand, der sich vom tatsächlichen (nur im diskreten Modell ermittelbaren) Spannungszustand in der Fuge deutlich unterscheiden kann.

7.1.3 Größeneffekte

Sowohl die im Kapitel 6.5 dokumentierte Studie zum Schubversagen regelmäßigen Mauerwerks als auch die im Kapitel 7.2.2 durchgeführten Verifikationsberechnungen am Beispiel einer gemauerten Bogenbrücke zeigen die Abhängigkeit des ermittelten Last-Verformungsverhaltens, der Versagenslasten und Versagensmechanismen von der Steingröße (bei gleichem Steinformat) auf.

Die wesentlichen Ursachen dieser Größeneffekte liegen in der Abhängigkeit der Mauerwerksteifigkeit vom Fugenteil, in dem Einfluss der konkreten Fugenlage sowie in der Steinrotation und Steinverblockung begründet. Aus diesen Ursachen kann lediglich der Einfluss des Fugenteils durch eine entsprechende Anpassung der Elastizitätskennwerte im homogenen Kontinuumsmodell berücksichtigt werden. Für die Verfolgung der Einflüsse aus der konkreten Fugenlage und für die Beschreibung der Steinrotationen bzw. Verblockungen ist die diskrete Modellierung des Mauerwerkverbandes im Diskontinuumsmodell erforderlich. Größeneffekte sind daher mit dem homogenen Kontinuumsmodell nicht erfassbar. Die Stärke ihres Einflusses ist deshalb ein wesentliches Kriterium für die Zulässigkeit des homogenen Kontinuumsmodells.

Vergleicht man die im Kapitel 7.2.2 am Beispiel einer gemauerten Bogenbrücke erhaltenen Ergebnisse des Diskontinuumsmodells und des homogenen Kontinuumsmodells, so zeigt sich ab einem Verhältnis von Steingröße zu kleinster Bauteilabmessung von ca. $0,25 \text{ m} / 2,2 \text{ m} \approx 0,1$ eine weitgehende Übereinstimmung zwischen beiden Modellierungsstrategien. Ein ähnliches Ergebnis bringt der Vergleich der in Kapitel 4.3 und 6.4 zur Verifikation berechneten Schubwände. Auch hier brachten beide Modelle bei einem Verhältnis von $h_{\text{Stein}} / h_{\text{Wand}} = 0,2 \text{ m} / 2,0 \text{ m} = 0,1$ vergleichbare Ergebnisse.

Grundsätzlich lässt sich jedoch die Eignung bzw. der Anwendungsbereich des homogenen Kontinuumsmodells nicht durch einen Wert wie dem genannten Verhältnis zwischen Stein- und Strukturgröße festlegen. Weitere Indikatoren, wie die aufgezeigten Einflüsse aus dem Steinformat, der Ausbildung des Mauerwerkverbandes oder auch lokale Versagensmechanismen, können in Abhängigkeit von der physikalischen Problemstellung eine dominierende Rolle spielen. Ablesbar wird diese Tatsache an der in Kapitel 6.5 durchgeführten Studie. Die dort betrachteten Wände zeigen ein Schubversagen der Mauerwerkfugen. Wie in Bild 6.10 dargestellt, führte die weitere

Reduzierung des oben genannten Verhältnisses auf $h_{\text{Stein}} / h_{\text{Wand}} = 0,1 \text{ m} / 2,0 \text{ m} = 0,05$ zu einer Verringerung der Versagenslast um bis zu 10 %. Dieser klar auf die Steinrotation zurückzuführende Größeneffekt ist mit einem verschmierten Materialmodell nicht nachzuvollziehen. Dabei weisen die untersuchten Schubwände ein relativ gleichmäßig verteiltes Rissbild auf. Bei einer stärkeren Lokalisierung der Versagenszone können sich Abhängigkeiten von der Modellierungsstrategie auch in deutlich größerem Maße auswirken.

7.2 Tragfähigkeitsbewertung gemauerter Bogenbrücken

7.2.1 Problemstellung

Aufgrund des großen Bestandes historischer Brückenbauwerke sowohl im Bereich der Eisenbahn- als auch der Straßenbrücken ist die Problemstellung der realitätsnahen Tragfähigkeitsbewertung derartiger Konstruktionen von hoher Aktualität. Bei gemauerten Brücken handelt es sich gewöhnlich um Bogen- bzw. Gewölbestructuren. Typisch für diese Brückentragwerke ist, dass mit den bisher üblichen vereinfachten Berechnungsannahmen und Berechnungsmethoden (wie z.B. Stützlinienverfahren, Gleichgewichtsbetrachtungen am Dreigelenkbogen, lineare Stabstatik) keine ausreichende Sicherheit mehr nachgewiesen werden kann. Nicht selten stehen die so ermittelten zulässigen Belastungen in Widerspruch zu den Erfahrungen des Betreibers über bereits beobachtete ertragbare Einwirkungen. Diese Diskrepanz zwischen Berechnung und Realität ist seit längerem bekannt und war in den letzten Jahrzehnten Gegenstand einer fortwährenden Diskussion [77], [59], [48].

Die sinnvolle Bewertung der Standsicherheit und Gebrauchstauglichkeit des Brückenbauwerks setzt die Berechnung realistischer Spannungs- und Verformungszustände voraus. Wesentliche Voraussetzungen hierfür sind neben der Erfassung der maßgeblichen Einwirkungen insbesondere die zutreffende Strukturmodellierung und die Verwendung eines geeigneten Materialmodells. Oftmals werden bei den historischen Viadukten räumliche Tragstrukturen, bestehend aus dem eigentlichen Bogenmauerwerk, der Gründung, der Übermauerung bzw. Überschüttung und der meist in Querrichtung tragenden Fahrbahnkonstruktion, angetroffen. In diesen Fällen kommt der Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Bauwerksbereichen sowie der Interaktion mit der Gründung eine große Bedeutung zu. In der Regel sind hierfür dreidimensionale Strukturmodelle erforderlich, da neben dem Bogen die Übermauerung bzw. Hinterfüllung und die Gründung infolge einer mittragenden bzw. stützenden Wirkung einen wesentlichen Beitrag zur Tragfähigkeit des Gesamtbauwerks leisten [108].

Der Beanspruchungszustand der Bogenbrücken wird wesentlich durch Rissbildungen und Lastumlagerungen geprägt. So passt sich das Bogenmauerwerk durch Rissbildungen der Beanspruchung an. Auch die tragende Mitwirkung der Aufmauerung ist durch Umlagerungen nicht aufnehmbarer Zug- und Schubspannungen gekennzeichnet. Die Nachvollziehbarkeit der aus Spannungsumlagerungen resultierenden Gefügeföndung und Aktivierung der Bogentragwirkung unter Eigengewicht ist eine Voraussetzung dafür, den Ausgangszustand für die weiteren Belastungen zu generieren. Bild 7.8 zeigt ein typisches Rissbild im Stirnmauerbereich, welches aus den genannten Lastumlagerungen resultiert.



Bild 7.8 Typisches Rissbild in der Übermauerung

Die Berücksichtigung dieser typischen Merkmale gemauerter Viadukte und Gewölbebrücken erfordert eine leistungsfähige Materialbeschreibung, welche das nichtlineare und orthotrope Materialverhalten sowie die wesentlichen Versagensmechanismen des Mauerwerkverbandes erfasst.

Begleitet wird diese Forderung jedoch von dem Umstand, dass die Bereitstellung zuverlässiger Materialdaten insbesondere bei historischem Natursteinmauerwerk große Schwierigkeiten bereiten kann. Häufig sind einzelne Tragwerksbereiche unzugänglich oder entziehen sich einer sinnvollen Beprobung. Auch ist der konstruktive Aufbau teilweise hinter dem äußerlich sichtbaren Mauerwerk verborgen. In vielen Fällen ist das Mauerwerk durch eindringende Feuchtigkeit, Frost oder Pflanzenbewuchs geschädigt. Ein leistungsfähiges, praktisch einsetzbares Materialmodell für Mauerwerk zeichnet sich deshalb auch durch eine Formulierung mit gut bestimmbar bzw. für den Ingenieur gut einschätzbar Materialparametern aus. Mit Hilfe von Parameterstudien besteht dann als Grundlage für eine gezielte Beprobung die Möglichkeit, sensible Materialkennwerte und Tragwerksbereiche zu identifizieren. Sensitivitätsstudien bieten zudem die Gelegenheit bedeutende Einflussfaktoren auf das Tragverhalten des zu untersuchenden Brückentragwerks zu lokalisieren und das Problemverständnis zu schärfen. Ebenso ist eine derartige Vorgehensweise für die Planung und Bewertung von Sanierungsmaßnahmen sinnvoll. Die Einbeziehung der wesentlichen Nichtlinearitäten sichert dabei stets die Aussagefähigkeit der Berechnungsergebnisse.

Das linear elastische Materialmodell ist grundsätzlich nicht in der Lage, das Verhalten des Mauerwerkverbandes abzubilden. Es ist daher für die Beurteilung von Mauerwerkstrukturen nur sehr eingeschränkt anwendbar. Die begrenzte Gültigkeit linearer Berechnungen wird noch verstärkt, wenn komplexere Mauerwerkstrukturen

durch die Interaktion verschiedener Bauwerksbereiche von den oben beschriebenen nichtlinearen Effekten nennenswert beeinflusst werden. Dieser Tatsache wird auch im Vorschriftenwerk zur Berechnung von gemauerten Gewölbebrücken Rechnung getragen. In [142] wie auch in [144] wird die Anwendung der Elastizitätstheorie für die Berechnung derartiger Brücken mit Hilfe realitätsnaher dreidimensionaler Strukturmodelle, welche die Mitwirkung der Stirnmauern bzw. Überschüttungen berücksichtigen, begrenzt. Dort heißt es:

Zitat [142, S. 81]: "Das so erweiterte statische Strukturmodell des Gewölbebauwerks darf auf der Grundlage der Elastizitäts-Theorie berechnet werden. Hierbei dürfen an keiner Stelle größere Zugspannungen als $0,5 \text{ MN/m}^2$ auftreten. Mit der Zugspannung von $0,5 \text{ MN/m}^2$ wird keine zulässige Spannung im Bezug auf die Zugfestigkeit des Baustoffes festgelegt, sondern ein kleiner Zugkeil erlaubt, der die Tragfähigkeit des Querschnitts auf Druck ohne Berücksichtigung dieses Zugkeils nicht beeinträchtigt."

Diese Begrenzung auftretender Zugspannungen auf $0,5 \text{ MN/m}^2$ (die wegen des fehlenden Bezugs zur konkreten Bauwerkssituation nicht unkritisch übernommen werden sollte) zeigt, dass auch im Vorschriftenwerk die Reglementierung der Anwendbarkeit linear elastischer Berechnungen zur Untersuchung von Gewölbebrücken Eingang gefunden hat. Auf die Einschränkungen linear elastischer Berechnungen bei der Bewertung von gemauerten Bogenbrücken wurde in [108] näher eingegangen.

Der Umgang mit nichtlinearen Berechnungsmethoden in den entsprechenden Normen für gemauerte Brücken ist derzeit noch uneinheitlich und teilweise widersprüchlich. Allen Vorschriften gemeinsam ist die Forderung nach dem Nachweis der Druckspannungen unter Ausschluss normal zur Lagerfuge gerichteter Zugspannungen. Die konsequente Umsetzung dieser Forderung führt zu einer nichtlinearen Berechnung, deren Anwendung in der europäischen Richtlinie [144] eingeführt worden ist.

Die grundlegenden Säulen des Nachweiskonzepts sind die Einhaltung der Standsicherheit und die Gewährleistung der Gebrauchstauglichkeit. Im Rahmen des Standsicherheitsnachweises ist zu zeigen, dass unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes die Summe der Einwirkungen nicht größer ist als die Summe der Widerstände. Dabei sind die Einwirkungen in Kombinationen aus ständigen, veränderlichen und außergewöhnlichen Lasten zu untersuchen [142], [141]. Moderne Sicherheitskonzepte sind auf die Einhaltung einer vorgegebenen Versagenswahrscheinlichkeit der Tragstruktur ausgerichtet. In den neueren Vorschriften des Bauwesens wird deshalb durch die Einführung von Teilsicherheitsfaktoren, welche die Streuungen der Einwirkungen und Widerstände berücksichtigen, den wahrscheinlichkeitstheoretischen Aspekten Rechnung getragen [144]. Die Verwendung des Teilsicherheitskonzepts auf der Widerstandsseite ist für nichtlineare Berechnungen jedoch mit Problemen verbunden. Wie Eibl [32] feststellt, ist aus der Abminderung der Festigkeit durch einen Teilsicherheitsfaktor nicht zwangsläufig eine Sicherheitssteigerung für die Traglast einer Struktur ableitbar. Es gilt die Ungleichung

$$\frac{R(f)}{\gamma} \neq R\left(\frac{f}{\gamma}\right) \quad (7.1)$$

mit: R Tragwiderstand
 f Materialfestigkeit
 γ Sicherheitsfaktor.

Es erscheint daher als sinnvoll, den Sicherheitsfaktor auf die Traglast zu beziehen, da Lastumlagerungen durch eine nichtlineare Berechnung realitätsnah (mit realitätsnahen Materialparametern) abgebildet werden sollten [22].

Zur Sicherstellung der Gebrauchstauglichkeit werden die auftretenden Verformungen, Randdruckspannungen und die Lage der Resultierenden im Bogenmauerwerk begrenzt [144]. Die Beschränkung des Druckspannungsniveaus kann auch im Hinblick auf die Materialermüdung unter dynamischen Einwirkungen sinnvoll sein. Insgesamt existiert zum Materialverhalten von Mauerwerk unter zyklischer Beanspruchung noch großer Forschungsbedarf. Wie die zyklischen Druckversuche von Alshehani / Sinha [3] zeigen, liegt die Dauerdruckfestigkeit von Mauerwerk bei 50 bis 60 % der statischen, einaxialen Mauerwerkdruckfestigkeit. Dabei ist zu beachten, dass diese Werte unter einer zyklischen Gesamtbelastung ermittelt wurden. In Abhängigkeit von der vorhandenen Konstruktion und des Eigenlastanteils kann jedoch der dynamisch wirkende Verkehrslastanteil deutlich geringer sein, was die Auswirkungen der Materialermüdung verringern dürfte. Erste Versuche zur Festigkeit von Mauerwerk unter zyklischer Wechselbeanspruchung (wechselweise Zug und Druck) stellte Hughes [49] vor. Auch hier lag die Dauerfestigkeit bei ca. 50 % der statischen Festigkeit. In der europäischen Richtlinie [144] werden die Randdruckspannungen auf 65 % der charakteristischen Mauerwerkdruckfestigkeit (5% Fraktilwert) beschränkt. Dies sind bei den für Quadermauerwerk üblichen Streuungen ca. 45 - 50 % der mittleren statischen Mauerwerkdruckfestigkeit. Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit und der Einhaltung des beschriebenen Druckspannungsniveaus kann durch die Bewertung der realitätsnahen, mit mittleren (oder bei starken Streuungen mit charakteristischen) Materialkennwerten ermittelten Spannungsverteilung sinnvoll geführt werden.

Neben dem Nachweis der Standsicherheit und Gebrauchstauglichkeit sieht das Vorschriftenwerk die Ermittlung der Belastbarkeit, das heißt der maximal aufnehmbaren Verkehrslast vor. Die Feststellung, eine zulässige Spannung nicht überschritten zu haben, reicht dabei nicht aus, um abgesicherte Aussagen über das Tragvermögen einer Mauerwerkstruktur machen zu können. Vielmehr ist hierfür die Kenntnis der Versagenslast und der zugehörigen Versagensmechanismen erforderlich. Diese sind nur mit nichtlinearen Grenztragfähigkeitsberechnungen zu ermitteln.

Das hauptsächliche Anliegen der vorliegenden Arbeit liegt in der Entwicklung und numerischen Umsetzung leistungsfähiger Materialmodelle, welche die Untersuchung komplexer Mauerwerkstrukturen bis zum Versagenszustand ermöglichen. Dabei wird die Eignung verschiedener Modellierungsstrategien verglichen. Der verantwortungsbewusste Umgang mit diesen verfeinerten Berechnungsmodellen verlangt, dass bei der Erschließung von Tragreserven die Konservativität aller Eingangsgrößen erhalten bleibt. Dabei muss immer nachgewiesen werden, dass die Belastungen der Struktur nicht

unterschätzt und die Widerstände der Struktur nicht überschätzt werden.

Die Grundvoraussetzung elastoplastischer Berechnungen im Rahmen der impliziten FEM ist das Auffinden eines Gleichgewichtszustands. Durch plastische Dehnungen werden die Kraftumlagerungen in der Struktur initiiert. Können die plastischen Ungleichgewichtskräfte von der Struktur aufgenommen werden, wird ein ausreichendes Kraftumlagerungsvermögen nachgewiesen. Die Auswertung der plastischen Aktivitäten zeigt an, welche Fließbedingungen in Gleichgewichtszuständen aktiv sind. Das heißt, hier befinden sich die Spannungszustände auf der Fließfläche, und Belastungen können nicht mehr in alle Richtungen aufgenommen werden. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse sind insbesondere für die Konzeption der Sanierungsmassnahmen interessant, da sie unmittelbar zur Klärung der Rissursachen herangezogen werden können.

7.2.2 Verifikationsberechnungen

Am Beispiel einer in dieser Art häufig vorkommenden Bogenbrücke soll mit Hilfe von Traglastberechnungen die Eignung und Leistungsfähigkeit der verwendeten Materialmodelle weiter abgesichert und die Auswirkungen verschiedener Modellierungsstrategien untersucht werden. Die Geometrie dieser auch von Lemos [59] vorgestellten Brücke ist in Bild 7.9 dargestellt. Das Bauwerk besteht aus einem gemauerten Bogen, zwei Stirnmauern sowie dem Widerlager- bzw. Fundamentmauerwerk, welches in den Berechnungen vertikal und horizontal unverschieblich gelagert wurde. Die Verkehrslasten werden über in Querrichtung spannende (nicht mit modellierte) Tragglieder wie z.B. Steinplatten oder gemauerte Bögen in die Stirnmauern eingetragen. Für die Traglastermittlung der hier betrachteten Bogenbrücke ist die ausmittige Verkehrslaststellung im Viertelpunkt der Spannweite (Bild 7.9) maßgebend. In den durchgeführten nichtlinearen Berechnungen wurde folgende Lastgeschichte untersucht:

- Lastschritt 1: Eigengewicht (Gesamtvertikalkraft 7326 kN)
- Lastschritt 2: Eigenlast aus Fahrbahnkonstruktion (70 kN/m pro Stirnmauer; Gesamtvertikalkraft 2800 kN)
- Lastschritt 3: Steigerung der Verkehrslast (je Stirnmauer ein Lastblock 4 m lang) bis zum Versagen der Brücke

Variantenuntersuchungen:

Der Vergleich zwischen den beiden verschiedenen Idealisierungen des Mauerwerkverbandes als verschmiertes Ersatzkontinuum oder Diskontinuum soll durch die Variation der Stein- bzw. Blockgröße in den Stirnwänden erfolgen. Die Steingröße des Bogenmauerwerks sowie die Gründung bleiben unverändert. Untersucht werden die in Bild 7.10 dargestellten (nach der Steinlänge x Steinhöhe bezeichneten) Varianten des Diskontinuumsmodells in 3DEC und das Kontinuumsmodell in ANSYS.

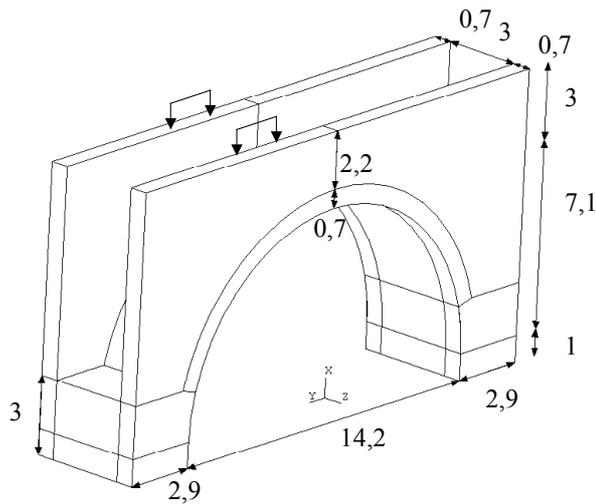
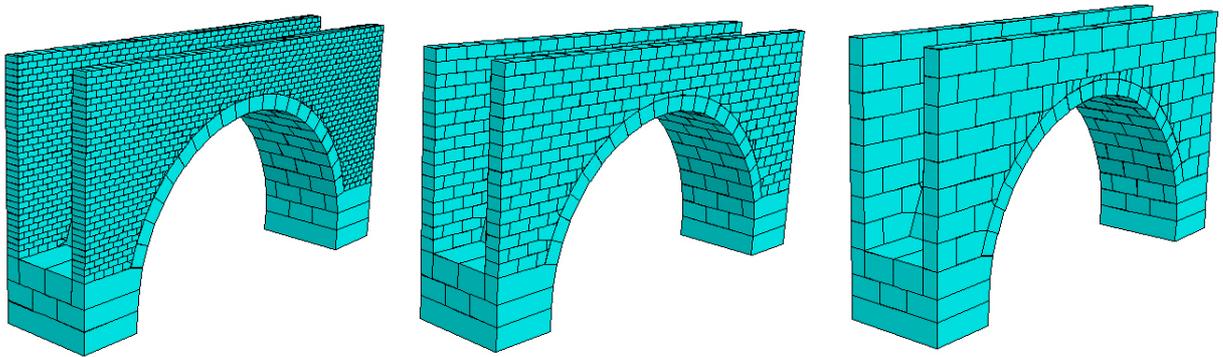


Bild 7.9 Geometrie der Brücke



Variante 0,5 x 0,25 m

Variante 1,0 x 0,5 m

Variante 2,0 x 1,0 m

Bild 7.10 Untersuchte Varianten des Diskontinuumsmodells

Die Steingröße der Variante 0,5 x 0,25 m entspricht der in der Praxis gewöhnlich vorkommenden Größenordnung. Auch dem Kontinuumsmodell wird dieses Steinformat zugrunde gelegt. In den beiden anderen Varianten des diskreten Modells werden die Steinabmessungen jeweils verdoppelt. Damit ist das Steinformat (Verhältnis von Steinlänge zu Steinhöhe) in allen untersuchten Varianten konstant.

Materialkennwerte des Kontinuumsmodells:

Die Materialkennwerte des Mauerwerks, welche dem Kontinuumsmodell zugrunde liegen, sind in Tab. 7.3 zusammengestellt. Sie wurden nach experimentell gewonnenen Angaben aus der Literatur [17], [125], [144] in einer für Natursteinmauerwerk typischen Größenordnung abgeschätzt. Das Mauerwerk des Bogens entspricht demnach einem Quadermauerwerk mit einer Steindruckfestigkeit von ca. 50 N/mm² und einer Mörtelgruppe I (Kalkmörtel mit einer Druckfestigkeit von ca. 1 N/mm²). Die Steinzugfestigkeit kann nach den Angaben in Kapitel 2.1.3 zu ca. 4 % der Steindruckfestigkeit (2 N/mm²) abgeschätzt werden. Dies liegt auch in dem von Alfes [2] angegebenen Bereich. Das Mauerwerk der Stirnwände hat gewöhnlich einen größeren Fugenanteil und eine geringere Ausführungsqualität als das Bogenmauerwerk. Es weist daher eine geringere Steifigkeit und Druckfestigkeit auf. Die Werte der parallel zur Lagerfuge gerichteten Elastizitätsmodule und Druckfestigkeiten wurden entsprechend

den Angaben nach Glitza [40] für Vollstein-Mauerwerk auf 75 % der senkrecht zur Lagerfuge gerichteten Kennwerte geschätzt. Den Stoßfugen der Stirnwände wird übereinstimmend mit den Grundlagen der deutschen Mauerwerksnorm [67] wie auch der hier verwendeten Bruchbedingung nach Ganz [38] (welche in Kap. 2.3.1.4 und 2.3.1.6 erläutert wurden) keine Festigkeit unterstellt. Die parallel zur Lagerfuge gerichtete Mauerwerkzugfestigkeit (Steinversagen) f_{ty} , f_{tz} ergibt sich damit ca. zur halben Steinzugfestigkeit. Eine senkrecht zur Lagerfuge gerichtete Zugfestigkeit wurde dem Vorschriftenwerk gemäß ausgeschlossen. Die Werte des Reibungswinkels und der Kohäsion auf der Lagerfuge wurden der DIN 1053 entnommen. Die in Tabelle 7.3 angegebenen Bruchenergien zur Beschreibung des Nachbruchverhaltens wurden nach experimentell ermittelten Werten von van der Pluijm [91] und Alfes [2] abgeschätzt. Sie beeinflussen das Ergebnis im vorliegenden Fall unwesentlich. Um die Vergleichbarkeit zwischen beiden Berechnungsmodellen zu gewährleisten, wurde die Spannungs-Dehnungsbeziehung im Druckbereich bis zum Erreichen der Druckfestigkeit linear angenommen.

Elastizitätskennwerte								
	E_x N/mm ²	E_y, E_z N/mm ²	ν_{xy}	ν_{zy}, ν_{zx}	G_{xy} N/mm ²	G_{yz}, G_{zx} N/mm ²	ε_{ml} ‰	ε_u ‰
Bogenmauerwerk	10000	7500	0,15	0,15	4348	3261	1,0	3,0
Stirnwände	4500	3375	0,15	0,15	1957	1467	1,3	3,3
Festigkeitskennwerte								
	f_{mx} N/mm ²	f_{my}, f_{mz} N/mm ²	f_{tx} N/mm ²	f_{ty}, f_{tz} N/mm ²	$\varphi_0 / \varphi_r / \psi_0$ °	c N/mm ²	$a_s / a_L / \ddot{u}$ cm	
Bogenmauerwerk	10	7,5	0	1	30 / 24 / 24	0,032	70 / 100 / 70	
Stirnwände	5,85	4,38	0	1	30 / 24 / 24	0,032	50 / 25 / 25	
Bruchenergien							Dichte	
	G_{fl}^I Nmm/mm ²		G_{fl}^{II} Nmm/mm ²		G_{fB}^I Nmm/mm ²		ρ_{MW} t/m ³	
Bogenmauerwerk	0,01		0,25		0,03		2,7	
Stirnwände	0,01		0,25		0,03		2,7	

Tabelle 7.3 Materialkennwerte Kontinuumsmodell

Materialkennwerte des Diskontinuumsmodells

Die Materialparameter des Diskontinuumsmodells sind in Tabelle 7.4 angegeben. Wie im Kapitel 6.3 erläutert wurde, entsprechen die Kennwerte des Blockmaterials denen des Steins. Eine Ausnahme bilden die Festigkeiten φ und c , welche nach Gleichung (4.58) mit der Mauerwerkdruckfestigkeit zu korrelieren sind.

Die Fugensteifigkeiten wurden aus den Elastizitätskennwerten des Mauerwerks und des Steins nach Gleichung (6.12) und (6.13) ermittelt. Die Horizontalsteifigkeit der Stirnmauern im Diskontinuumsmodell hängt aufgrund der fehlenden Tragfähigkeit der Stoßfugen von der Blocksteifigkeit und der Schubsteifigkeit der Lagerfugen ab. Die Schubsteifigkeit der Lagerfugen wurde daher in einer elastischen Vorberechnung aus der Blocksteifigkeit und dem horizontalen Elastizitätsmodul des Mauerwerks bestimmt.

Blockmaterial							
	E N/mm ²	G N/mm ²	ν	φ / ψ °	c N/mm ²	f_t N/mm ²	ρ_{MW} t/m ³
Bogenmauerwerk	15000	7282	0,03	35 / 12	2,6	2,0	2,7
Stirnwände	15000	7282	0,03	35 / 12	1,52	2,0	2,7
Fugenkennwerte							
		k_n MN/m ³	k_s MN/m ³	φ / ψ °	c N/mm ²	f_t N/mm ²	
Bogenmauerwerk		50000	21583	30 / 24	0,032	0	
Stirnwände	Lagerfugen	25000	17500	30 / 24	0,032	0	
	Stoßfugen	1	1	0 / 0	0	0	

Tabelle 7.4 Materialkennwerte Diskontinuumsmodell

Um die Plausibilität der abgeschätzten Fugensteifigkeit des diskreten Modells zu überprüfen, wurde in elastischen Vorberechnungen unter Eigenlast das Deformationsverhalten des Diskontinuumsmodells mit dem des Kontinuumsmodells verglichen. Die Berechnungen wurden mit gleichwertigen räumlichen Diskretisierungsniveaus durchgeführt. Die Steingröße der Stirnmauern wurde mit Länge x Höhe = 0,5 x 0,25 m angenommen. Als Vergleichsindikatoren dienten die Scheitelvertikalverschiebung sowie die elastische Verformungsenergie des Gesamtsystems. Durch eine leichte (20-prozentige) Reduzierung der Fugennormalsteifigkeiten des Bogenmauerwerks konnten die in Tabelle 7.5 angegebenen Indikatoren auf eine geringe Abweichung von 5 %, welche als akzeptierbar erachtet wird, angenähert werden.

	Scheitelvertikalverschiebung (mm)	Gesamtbilanz der elastischen Verformungsenergie (kNm)
Kontinuumsmodell	0,745 (100 %)	1,05 (100 %)
Diskontinuumsmodell	0,706 (95 %)	0,995 (95 %)

Tabelle 7.5 Ergebnisse der elastischen Vorberechnung unter Eigengewicht

Die anschließende nichtlineare Berechnung unter Eigengewicht brachte eine weitgehende Übereinstimmung der Vertikalverschiebung am Scheitelpunkt (Kontinuumsmodell 0,767 mm, Diskontinuumsmodell 0,764 mm). Damit kann davon ausgegangen werden, dass die Materialkennwerte übereinstimmend gewählt wurden und der Ausgangszustand unter Eigengewicht bei beiden Modellen vergleichbar ist.

7.2.2.1 Auswertung der Berechnungsergebnisse

Bild 7.11 zeigt die plastischen Dehnungen und plastischen Aktivitäten in der Übermauerung im Lastschritt Eigengewicht, die aus der Umlagerung unzulässiger Schub- und horizontaler Zugspannungen im Stirnmauerwerk herrühren und als Gefügefingung zu interpretieren sind. Qualitativ können die plastischen Dehnungen den in Bild 4.10 dargestellten Rissbildern 2, 3, und vor allen 5 zugeordnet werden. Derartige Rissverläufe werden auch häufig an den realen Bauwerken vorgefunden (Bild 7.8). Sie sind typisch für

den Stirnmauerbereich und für die Verbundfuge zwischen Bogenmauerwerk und Stirnmauer. Ihre Berücksichtigung im Materialmodell ermöglicht erst die realitätsnahe Berechnung von Gewölbebrücken, da sie z.B. im Eigengewichtslastfall eine Bogentragwirkung aktivieren. Eine linear elastische Betrachtungsweise würde den Bogen ähnlich einem Biegebalken berechnen und die Aktivierung der Bogentragwirkung unberücksichtigt lassen. In Abhängigkeit von der gewählten Steifigkeit der Übermauerung würden bereits im Lastschritt Eigengewicht Zugspannungen an der Bogenunterseite errechnet. Eine weitere Laststeigerung bewirkt dann eine Steigerung des "Feldmoments" in Bogenmitte und folglich eine progressive Zunahme der Zugspannungen an der Bogenunterseite. Dagegen vermag es die nichtlineare Berechnung die Bogentragwirkung u.a. durch Einbeziehung der typischen Rissbildung im Stirnmauerwerk realitätsnah zu berücksichtigen. Hierdurch wird im vorliegenden Fall der Bogen zunächst überdrückt. Vergleichbar ist dieser Beanspruchungszustand im Bogenmauerwerk mit einer gewissen Vorspannung.

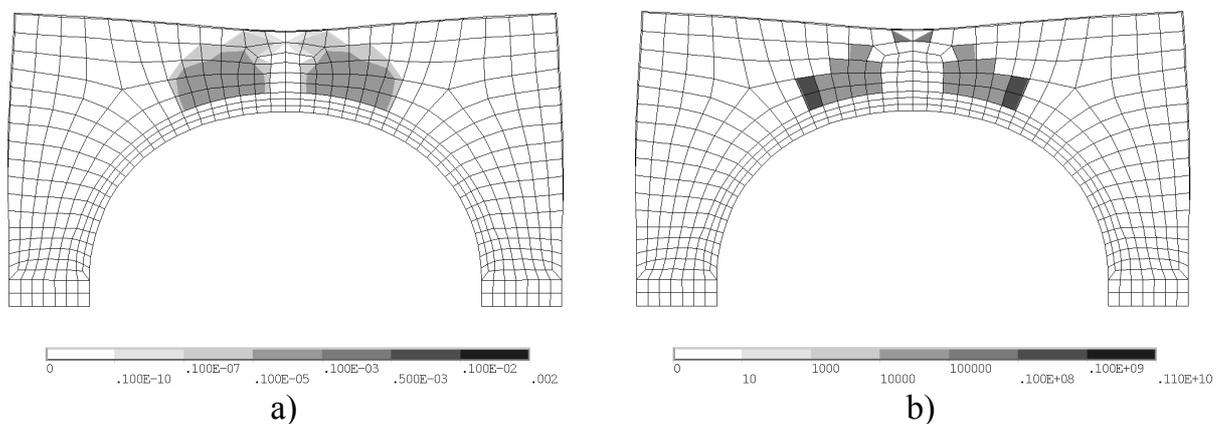


Bild 7.11 Kontinuumsmodell, Lastschritt 1 Eigengewicht:
a) Plastische Vergleichsdehnungen, b) Plastische Aktivitäten

In Bild 7.12 sind die Last-Verschiebungslinien der untersuchten Varianten dargestellt. Die berechneten Versagenlasten sind in Tabelle 7.6 angegeben. Mit abnehmender Steingröße nähern sich erwartungsgemäß die Ergebnisse des Diskontinuumsmodells denen des Kontinuumsmodells an. Für die Steingröße 0,5 x 0,25 m zeigen das Kontinuumsmodell und das Diskontinuumsmodell eine sehr gute Übereinstimmung. Die Versagenlasten werden mit beiden Modellen nahezu identisch ermittelt. Das etwas steifere Verhalten des diskreten Modells resultiert vornehmlich aus der Verblockung der Steine, welche mit dem Kontinuumsmodell nicht nachvollziehbar ist.

Wie bereits beschrieben, unterscheiden sich die diskreten Modelle in der gewählten Steingröße des Stirnwandmauerwerks, das Steinformat ($l_{St} / h_{St} = 2$) bleibt konstant. Der Einfluss der Steingröße wird damit direkt quantifizierbar. In seiner Auswirkung sind dabei zwei Ursachen zu unterscheiden:

1. Eine Steifigkeitserhöhung:

Bei den hier gewählten Steifigkeitsverhältnissen zwischen Stein und Mörtel ($E_{Stein} \gg E_{Mörtel}$) resultiert allein aus der Vergrößerung der Steinabmessungen und des damit sinkenden Fugenanteils eine Erhöhung der Elastizitätsmoduli des

Mauerwerks. Da die Materialkennwerte der Fugen und Blöcke konstant gehalten wurden, ist diese Steifigkeitserhöhung in den Diskontinuumsmodellen bereits enthalten. Durch eine entsprechende Kennwertanpassung ist dieser Anteil auch mit einem Kontinuumsmodell beschreibbar.

2. Eine Verblockung:

Wie bereits im Kapitel 6.5 aufgezeigt wurde, führt die zunehmende Steingröße zur Steigerung der Verblockung bzw. Abnahme der Steinrotation.

Der Vergleich der in Bild 7.12 dargestellten Last-Verschiebungslinien zeigt, dass die Verschiebungen der einzelnen Varianten erst ab einer Gesamtlast von ca. 8500 kN Abweichungen zeigen. Dies macht deutlich, dass die Steifigkeitserhöhung des Stirnwandmauerwerks einen relativ geringen Einfluss auf die Scheitelverschiebung des Bogens hat. Bestätigt wird diese Aussage durch eine Vergleichsrechnung im Diskontinuumsmodell mit stark erhöhten Lagerfugensteifigkeiten ($k_n = 10^5 \text{ MN/m}^3$), die zu den gleichen Versagenslasten führte. Die mit zunehmender Steingröße ermittelte Traglaststeigerung ist damit weitgehend der Verblockung zuzuschreiben. Sie kann, wie aus Bild 7.12 erkennbar wird, mit dem Kontinuumsmodell nicht erfasst werden.

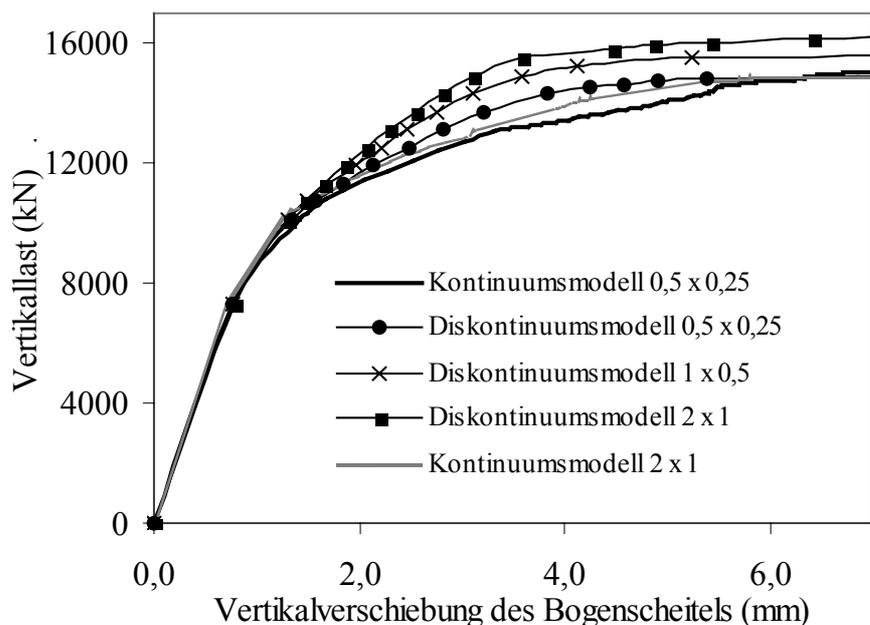


Bild 7.12 Last-Verschiebungslinien der einzelnen Berechnungsvarianten

In Bild 7.13 sind die mit dem Kontinuumsmodell ermittelten plastischen Dehnungen und plastischen Aktivitäten im Versagenszustand dargestellt. Bild 7.14 zeigt das Strukturversagen der einzelnen Varianten des Diskontinuumsmodells. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung in den ermittelten Versagensmechanismen und Rissbildungen zwischen beiden Modellierungsstrategien zu erkennen. Während in den Stirnmauern überwiegend treppenförmige Schub- und Zugrisse (aktive Kriterien F9, F10 des Kontinuumsmodells) zu sehen sind, reißt das Bogenmauerwerk an drei Stellen auf. Die progressive Zunahme dieser Risse im Bogen führt letztlich zum Strukturversagen.

	Kontinuumsmodell	Diskontinuumsmodelle		
		0,5 x 0,25	1 x 0,5	2 x 1
Gesamtvertikallast	15,00 MN (100 %)	14,93 MN (99,5 %)	15,53 MN (103,5 %)	16,23 MN (108 %)
Verkehrslast	4,87 MN (100 %)	4,77 MN (98 %)	5,40 MN (111 %)	6,10 MN (125 %)

Tabelle 7.6 Versagenslasten

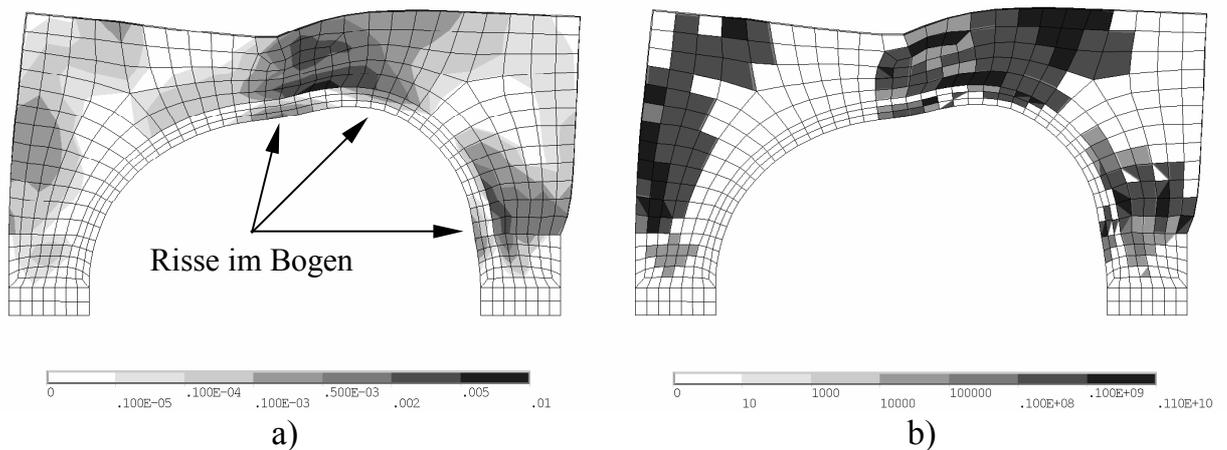


Bild 7.13 Kontinuumsmodell Versagenszustand (überhöhte Darstellung):
a) Plastische Vergleichsdehnungen, b) Plastische Aktivitäten

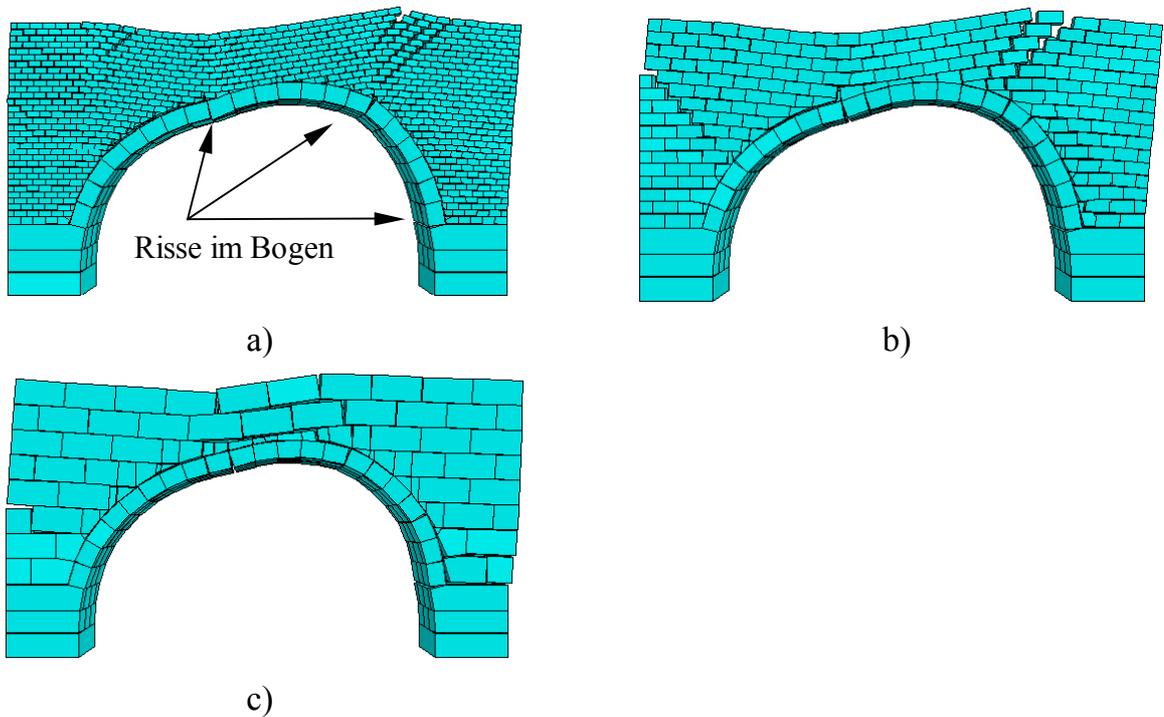


Bild 7.14 Versagensmechanismen des Diskontinuumsmodells (überhöhte Darstellung) a) Variante 0,5 x 0,25; b) Variante 1 x 0,5; c) Variante 2 x 1

Der Vergleich der mit dem Diskontinuumsmodell ermittelten Versagenszustände zeigt in der Übermauerung den deutlichen Einfluss der Steingröße (Größeneffekte) und der davon abhängigen Steinverblockungen auf.

Die sehr gute Übereinstimmung der mit zwei vollständig unterschiedlichen Berechnungs- und Modellierungsstrategien ermittelten Ergebnisse kann als eine weitere Absicherung der verwendeten Berechnungsmodelle für Mauerwerk angesehen werden. Das Vermögen, den Versagenszustand vollständig zu erfassen, spricht für die Robustheit und Leistungsfähigkeit der numerischen Umsetzung. Neben der Bestätigung des unter 4.2 formulierten Kontinuumsmodells durch die Nachrechnung von Versuchsergebnissen im Kapitel 4.3 sowie des Diskontinuumsmodells durch die Berechnungen im Kapitel 6.4, kann nun auch die Verifikation der Modelle am Beispiel einer realen, komplexen Mauerwerkstruktur, deren Tragverhalten von nichtlinearem Verhalten geprägt ist, gezeigt werden.

Angesichts der oben dargelegten Gleichartigkeit der Ergebnisse beider Modelle hinsichtlich des Verformungsverhaltens, des Tragvermögens und der Beschreibung von Versagensmechanismen an einem in seiner Tragstruktur als typisch einzuschätzenden Brückenbauwerk erscheint die Eignung des entwickelten Kontinuumsmodells zur Bewertung derartiger Bogenbrücken als gegeben.

Aufgrund der wesentlich feineren Diskretisierung des Mikromodells geben Rechenzeitvergleiche lediglich über den Aufwand der Modellierungsstrategie, nicht jedoch über die numerische Leistungsfähigkeit des Berechnungsverfahrens Auskunft. Für die vollständige Berechnung der Versagenslast benötigte das Kontinuumsmodell 3760 sec. auf einer SGI Origin 2000 bei Nutzung eines R12000 Prozessors. Die Rechenzeiten der Diskontinuumsmodelle lagen auf einer PC-CPU (1700 MHz) zwischen ca. 2 Stunden (Variante 2 x 1) und 2 Tagen (Variante 0,5 x 0,25). Das zeigt, dass die Zunahme des Detaillierungsgrads des Mikromodells mit einem starken Anstieg des Rechenaufwands einhergeht, wodurch die detaillierte Erfassung des Mauerwerkverbandes bei der Berechnung größerer Mauerwerkstrukturen schnell an ihre Grenzen stößt.

7.2.3 Berechnungen zur Tragfähigkeit der Göltzschtalbrücke

Die von 1846 – 1851 im sächsischen Vogtland unter Leitung von Schubert und Wilke erbaute 574 m lange und 78 m hohe Göltzschtalbrücke (Bild 7.15) war seinerzeit das mit Abstand höchste Eisenbahnviadukt der Welt. Die durchgängig im regelmäßigen Verband gemauerte Brücke setzte eine rasante Entwicklung der maschinellen Massenproduktion von Mauerziegeln in Gang. Noch heute ist die Göltzschtalbrücke in voller Nutzung durch den Fahrbetrieb der Deutschen Bahn AG. Da das Bauwerk einer regelmäßigen Wartung und Inspektion bedarf, wurde es notwendig, die Befahreinrichtung an der Brücke zu erneuern und zu erweitern. Im Rahmen dieser Baumaßnahmen wurde von der Deutschen Bahn AG eine erstmalige rechnerische Überprüfung der Standsicherheit unter Berücksichtigung der neu einzutragenden Belastungen gewünscht. Im Folgenden werden aus diesen, in [107] ausführlich dokumentierten Berechnungen einige wesentliche Ergebnisse und Schlussfolgerungen zur Bewertung gemauerter Brückenviadukte vorgestellt. Dabei soll im Rahmen dieser Ausführungen besonders die Leistungsfähigkeit des in Kapitel 4.2 entwickelten Kontinuumsmodells nachgewiesen werden.



Bild 7.15 Göltzschtalbrücke

7.2.3.1 Modellbildung

Die Modellierung des Brückenbauwerks erfolgte aufgrund der räumlichen Tragwirkung und ausmittig angreifender Einwirkungen als 3D-Modell. Die Länge des Berechnungsausschnitts beträgt 190,14 m. Das Modell berücksichtigt fünf Stützen- und Bogenreihen beiderseits der großen Mittelbögen. Zur realistischen Erfassung des räumlichen Gesamttragverhaltens war es notwendig, alle vier Brückenebenen und die aus Granit- und Sandsteinmauerwerk hergestellten Pfeilergründungen in das Modell mit einzubeziehen. Der Felsuntergrund selbst wurde nicht modelliert. Aufgrund der abgeschlossenen Setzungen wurde die Gründungssohle vertikal und horizontal unverschieblich gelagert. Die Stirnflächen der Gründungskörper wurden ebenfalls horizontal fixiert, so dass sich für die Brückenpfeiler eine realitätsnahe, elastische

Lagerung und Einspannung ergab.

Die Geometriewerte wurden dem von der DB AG bereitgestellten Planmaterial und aus [55] entnommen. Die lichte Spannweite der großen Mittelbögen in Achse U beträgt 30,90 m (Stockwerk 1) bzw. 28,64 m (Stockwerk 3). Der Bogenstich ist in Stockwerk 1 20,60 m und in Stockwerk 3 18,11 m hoch. Die Brücke ist in Ebene 1 7,95 m breit. Sämtliche Bögen bestehen aus einem in Achse U 1,13 m und sonst 0,57 m dicken radial gemauerten Teil und einem Aufmauerungsbereich. Die Scheitelhöhe misst in Achse U, Ebene 1 1,85 m und in Ebene 3 2,34 m. Die Pfeiler haben in den einzelnen Stockwerken Abstufungen. Die maximale Pfeilerbreite (z) im Stockwerk 4 bzw. im Gründungsbereich beträgt 21,22 m. Sie nimmt in den darüber liegenden Stockwerken bis auf 12,71 m ab. Die Pfeilerstärke (y) schwankt zwischen 7,93 m und 3,12 m. Die lichte Spannweite der kleineren Bögen in den Achsen P bis S bzw. W bis Z wird mit 11,90 m bis 14,16 m ausgewiesen. Die Bögen in den Achsen T und V spannen über 4,90 m bzw. 3,69 m im obersten Stockwerk 1.

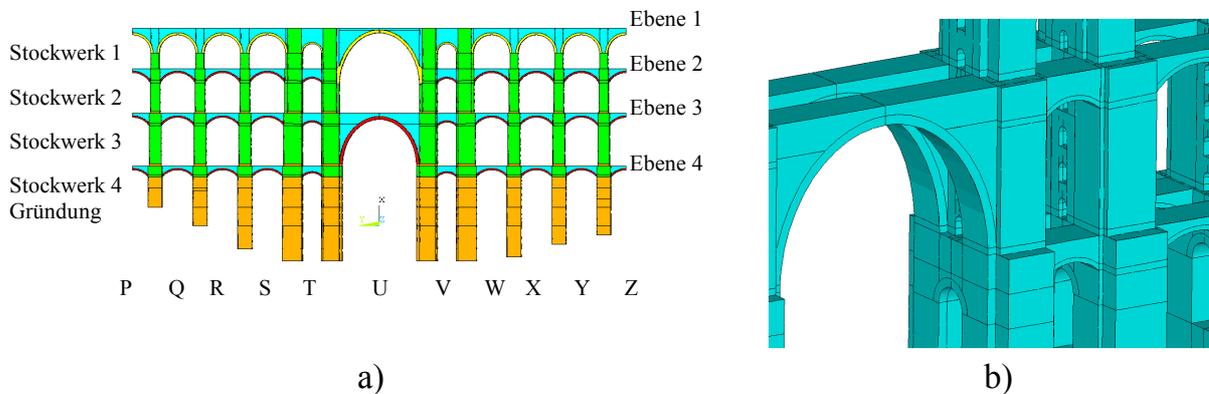


Bild 7.16 Geometriemodell: a) Bezeichnungen; b) Pfeilergeometrie

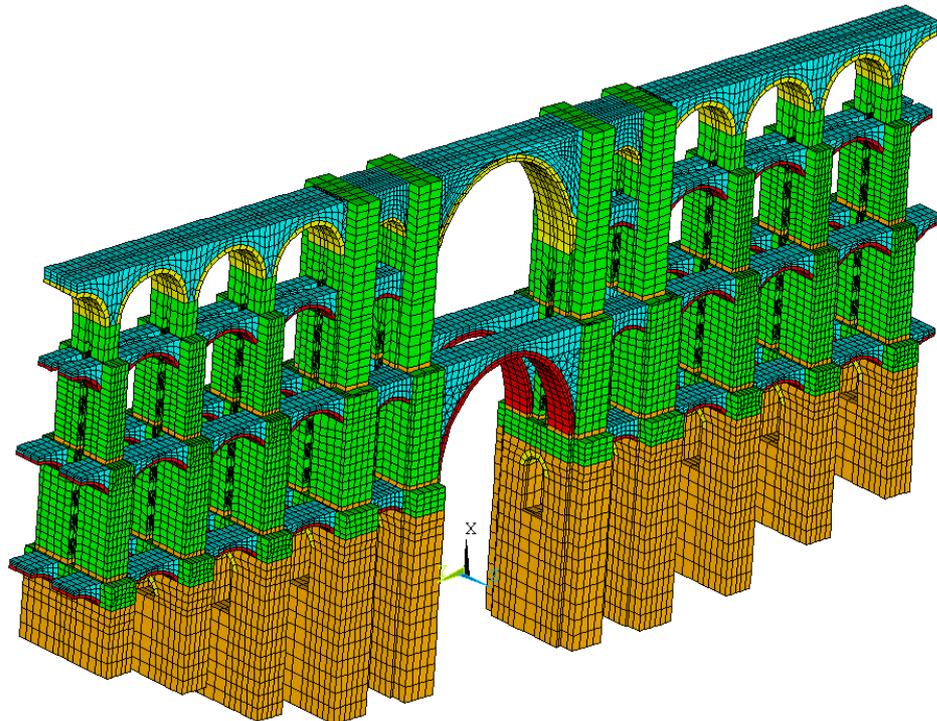


Bild 7.17 Finite Element Modell der Göltzschtabrücke

Die Diskretisierung der Struktur erfolgte mit isoparametrischen 8-Knoten-Volumenelementen. Das in Bild 7.17 dargestellte FE-Modell besteht insgesamt aus 46504 Elementen und 63336 Knoten. Das Modell hat damit 190008 Freiheitsgrade.

7.2.3.2 Materialkennwerte

Prinzipiell kann das bei der Göltzschtalbrücke verwendete Mauerwerk in die drei Mauerwerkarten Ziegelmauerwerk, regelmäßiges Quadermauerwerk aus Sandstein- und Granitblöcken und unregelmäßiges Bruchsteinmauerwerk eingeteilt werden [55]. Im betrachteten Berechnungsausschnitt wurden das Ziegelmauerwerk und das regelmäßige Quadermauerwerk verarbeitet. Die unterschiedlichen Materialbereiche fanden bei der Modellierung der Bögen und Pfeiler entsprechend Berücksichtigung.

Zur Abschätzung der Materialkennwerte konnte auf die in Tabelle 7.7 dargestellten, in [55] veröffentlichten Ergebnisse von Druckversuchen an dem verwendeten Stein- und Ziegelmaterial zurückgegriffen werden. Es handelte sich dabei um umfangreiche Versuche zur Gütekontrolle während der Bauphase bzw. um Eignungsprüfungen vor Baubeginn. Demnach liegt die Steindruckfestigkeit des zur Anwendung gekommenen Sandsteins zwischen 17 – 31,5 MN/m², die des verwendeten Granitgesteins zwischen 39 – 109 MN/m². Die verwendeten Ziegel wurden in umliegenden Ziegeleien in der Nähe von Plauen, Reichenbach und Leubnitz bei Werdau produziert [18], [55]. Aufgrund des großen Bedarfs an Ziegeln (in der Ausschreibungsphase 1845 wurde der Gesamtbedarf auf 50 Millionen Stück geschätzt) wurden erste Versuche einer maschinellen Produktion von Ziegeln vor allem in Leubnitz bei Werdau unternommen. Diese so genannten Maschinenziegel wiesen jedoch eine geringere Festigkeit als die traditionell gefertigten, handgestrichenen Ziegel auf und wurden deshalb nur für Pfeilerfüllungen verwendet. Die mittlere Druckfestigkeit der handgestrichenen Ziegel betrug 16,24 MN/m² (Druckfestigkeitsklasse 12 nach DIN 105 [138]), die Maschinenziegel wiesen dagegen nur eine Druckfestigkeit von 7,31 MN/m² (Druckfestigkeitsklasse 6 nach DIN 105 [138]) auf. Die Ziegelrohddichte beider Ziegelsorten wurde mit 1,35 kg/dm³ angegeben. Als Mörtel wurden über die Bauzeit variierende Kalkmörtelgemische, die der Mörtelgruppe I nach DIN 1053, Teil 1 [139] zuzuordnen sind, verwendet.

Zur Abschätzung der Druckfestigkeit des Natursteinmauerwerks erfolgte mit Bezug auf die Arbeiten von Berndt / Schöne [17] und Stiglat [125]. Die Abschätzung der übrigen Materialkennwerte geschah vereinbarungsgemäß in Einklang mit dem heutigen Vorschriftenwerk und den aus der Literatur verfügbaren Versuchsergebnissen (Kap. 2). Aufgrund fehlender Versuchsergebnisse wurden die Elastizitätskennwerte vereinfachend konstant angenommen. Eine Zugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge wurde der Norm entsprechend nicht berücksichtigt. Die Bruchenergien zur Beschreibung des Nachbruchverhaltens infolge Schubversagen der Lagerfuge und Steinzugversagen wurden nach experimentell ermittelten Werten von van der Pluijm [91] und Alfes [2] zu $G_{FB}^{II} = 0,125$ und $G_{FB}^I = 0,03$ Nmm/mm² abgeschätzt. Wie Vergleichsrechnungen zeigten, brachte eine Verdopplung der Bruchenergien lediglich eine Abweichung der Scheitelverschiebung des Hauptbogens von 2 %. Damit ist ihr Einfluss auf die dargelegten Ergebnisse von untergeordneter Bedeutung. In Tabelle 7.8 sind die den Berechnungen zugrunde liegenden Materialkennwerte der verschiedenen Mauerwerksarten zusammengestellt.

V e r s u c h e

über die rückwirkende Festigkeit von verschiedenen Arten Sandstein, Thon- und Glimmerschiefer, Granit und Mauerziegel.

Steinart.	Fundort und Eigenschaft.	Grösse der Versuchskörper Druckfläche			Mittlerückwirkende Festigkeit auf 1 Quadr.-Zoll in Pfunden.	Ver- suche	Bemerkung.
		Länge in Zollen	Breite in Zollen	Höhe in Zollen			
Sandstein	Windischleuba b. Altenburg	2 1/2	2 1/2	2 1/2	2635	7	Zerdrückt.
Desgl.	Rüdersdorf b. Eisenberg	1 1/4	1 1/4	2	3880	2	zerdrückt.
Desgl.	Treben bei Altenburg	2 1/2	2 1/2	2	1456	12	desgl. (Aus diesem Steine sind die obersten Gewölbesteine der G. Brücke hergestellt worden.)

Steinart.	Fundort und Eigenschaft.	Grösse der Versuchskörper Druckfläche.			Mittlerückwirkende Festigkeit auf 1 Quadr.-Zoll in Pfunden.	Ver- suche	Bemerkung.
		Länge in Zollen	Breite in Zollen	Höhe in Zollen			
* Desgl.	Pirna (angeblich aus dem Teichbruche)	2 1/2	2 1/2	2 1/2	3609	9	desgl.
* Desgl.	Eisenberg	2 1/2	2 1/2	2 1/2	3880	4	desgl.
* Desgl.	St. Gangloff	2 1/2	2 1/2	2 1/2	4320	3	nicht zerdr.
* Desgl.	Mannsdorf	2 1/2	2 1/2	2 1/2	4320	4	desgl.
* Desgl.	aus demselben Bruche	2 1/2	2 1/2	2 1/2	4240	2	zerdrückt.
Desgl.	Serbitz bei Altenburg	2 1/2	2 1/2	2 1/2	1540	4	desgl.
Roth. Sandstein	Berga bei Weida	3	3	3	1700	8	desgl.
* Desgl.	Rochlitz	2 1/2	2 1/2	2 1/2	2343	7	desgl.
Thonchiefr.	Misslareuth	2	1	2 1/2	5750	1	desgl. auf den Kopf gestellt.
		2 1/2	1	2	9266	3	desgl. auf die Lagersseite gestellt.
		1	1	2			
Desgl.	Tirpersdorf	2 3/8	1 1/8	2 3/8	7670	1	desgl.
Glimmerschiefer	aus der Gegend von Waldenburg				3328	4	desgl.
* Granit	Schreibersgrün (feinkörnig)	1	1	1	15000	1	desgl.
* Desgl.	desgl. (mit grösseren Feldspatheristallen)				5300	1	desgl.
		1 1/4	1 3/4	2			
Desgl.	Brambach	2	2	2	4333	3	desgl.
* Mauerziegel	weiche	2 1/2	2 1/2	2 1/2	1620	72	desgl.
* Desgl.	mittelharte	2 1/2	2 1/2	2 1/2	2222	72	desgl.
* Desgl.	hart gebrannte	2 1/2	2 1/2	2 1/2	3370	72	desgl.

V e r s u c h e

über die rückwirkende Festigkeit von Maschienenziegeln aus Werdau.

Beschaffenheit der Ziegel.	Länge.	Breite.	Höhe.	Gewicht in Pfden.		Druck auf 1 Quadr.-Zoll in Pfunden				Anmerkung.
				trocken	nach 24 St. im Wasser	trocken.		nass.		
						erster Sprung bei	ganz zerstört bei	erster Sprung bei	ganz zerstört bei	
hart.	11,7	5,7	2,8	9,8	10,7	500	1250	1200	2000	wurde auf 12 Quadr.-Zoll probirt; nass wurden 6 Quadr.-Zoll erst durch 12000 Pfd. zerstört.
mittel	11,8	5,8	2,85	9,4	10,7	500	1000	750	850	wurde auf 12 Quadr.-Zoll probirt.
weich	12	5,9	2,85	9,4	10,9	300	500	250	400	desgl.

Tabelle 7.7 Steindruckversuche aus der Bauzeit [55]; $1 \frac{\text{Pfund}}{\text{Quadratzoll}} = 7,31 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ [8]

Elastizitätskennwerte, Dichte, Wärmedehnungskoeffizient								
	E_x N/mm ²	E_y, E_z N/mm ²	ν	G_{xy} N/mm ²	G_{yz}, G_{zx} N/mm ²	ϵ_u ‰	ρ_{MW} t/m ³	α_T 1/K
Ziegelmauerwerk Bögen	2800	2100	0,2	1167	875	3,0	1,5	$6 \cdot 10^{-6}$
Ziegelmauerwerk Pfeiler	2275	1706	0,2	948	711	3,0	1,5	$6 \cdot 10^{-6}$
Quadermauerwerk	5600	4200	0,2	2333	1750	3,0	2,75	$6 \cdot 10^{-6}$
Festigkeitskennwerte								
	f_{mx} N/mm ²	f_{my}, f_{mz} N/mm ²	f_{tx} N/mm ²	f_{ty}, f_{tz} N/mm ²	$\varphi_0 / \varphi_r / \psi_0$ °	c N/mm ²	$a_s / a_L / \ddot{u}$ cm	
Ziegelmauerwerk Bögen	2,28	1,71	0	0,21	31 / 25 / 25	0,032	14 / 7 / 7	
Ziegelmauerwerk Pfeiler	1,86	1,40	0	0,15	31 / 25 / 25	0,032	14 / 7 / 7	
Quadermauerwerk	5,60	4,20	0	0,42	31 / 25 / 25	0,032	25 / 25 / 12	

Tabelle 7.8 Materialkennwerte

7.2.3.3 Berechnungsergebnisse

Vorrangig dienen die Tragfähigkeitsberechnungen dem Nachweis, dass die zusätzlichen Lasten aus der Befahranlage durch die Brücke aufgenommen werden können. In mehreren nichtlinearen Lastgeschichteberechnungen wurden nach Vorgabe des Betreibers die in [141] definierten Einwirkungskombinationen aus Eigenlasten, ungünstigen Laststellungen der Zugüberfahrt und der Befahreinrichtung, Temperaturlasten sowie den Windlasten bzw. Anfahr- und Bremslasten untersucht. In den maßgebenden Lastkombinationen wurde zusätzlich in einem letzten Lastschritt durch eine weitere Laststeigerung nachgewiesen, dass durch das Brückenbauwerk auch die zweifache Belastung aus Verkehr aufgenommen werden kann. Aus diesen Berechnungen ergaben sich hinsichtlich der Bewertung gemauerter Viadukte folgende wesentlichen Ergebnisse.

In Bild 7.18 sind die plastischen Vergleichsdehnungen nach dem ersten Lastschritt Eigenlast dargestellt. Sie zeigen den Effekt der Initiierung der Ausgangslage und damit einhergehende Aktivierung der Bogentragwirkung sehr deutlich. Die auftretenden plastischen Dehnungen in den Bereichen der Bogenübermauerung resultieren hauptsächlich aus den aktiven Fließkriterien F6, F9 sowie F10 und damit aus der Umlagerung unzulässiger Schub- und Zugspannungen. Diese Umlagerungen bzw. die daraus resultierenden Plastizierungen sind als Gefügeföndung zu interpretieren und nicht mit sichtbaren Rissbildungen verbunden. Vielmehr entzieht sich das nicht in Bogenrichtung gemauerte Mauerwerk dem Lastabtrag und wirkt daher zu einem gewissen Anteil als Auflast für die Bögen. Die betragsmäßig größten plastischen Dehnungen entstehen an den Pfeilervorsprüngen. Sie resultieren aus der Relaxation unzulässiger Schub- und Zugspannungen, die infolge des vertikalen Kraftflusses im Bereich der Pfeilerverbreiterungen entstehen. Die an der Oberseite infolge einer

Durchlaufwirkung entstehenden horizontalen Zugspannungen werden auf die durch den Mauerwerkverband aufnehmbare Größe (Kriterium F10) begrenzt.

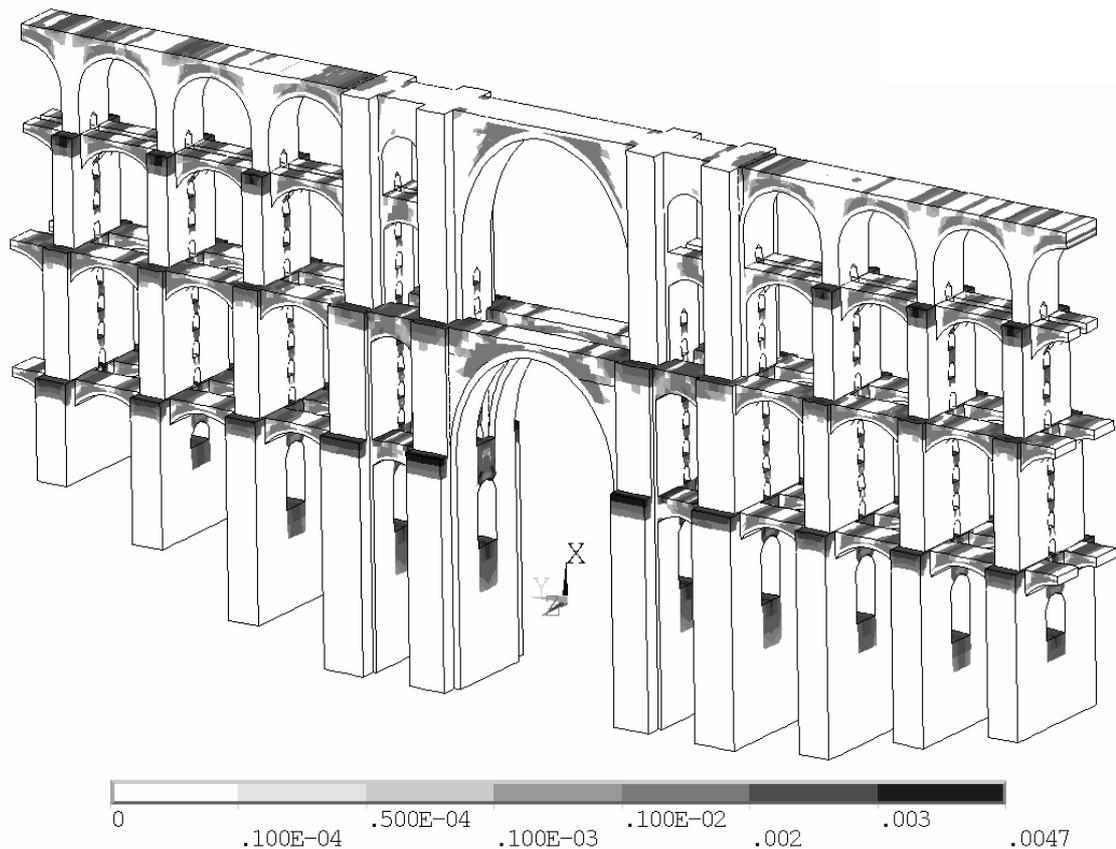


Bild 7.18 Plastische Vergleichsdehnungen, Lastschritt Eigenlast

Die für den Nachweis der Hauptbögen maßgebliche Lastkombination setzt sich wie folgt zusammen:

- | | |
|----------------|--|
| Lastschritt 1: | Eigenlasten |
| Lastschritt 2: | Verkehrslasten (SSW auf Gleis 1, UIC auf Gleis 2) |
| Lastschritt 3: | Verkehrslast der Befahranlage auf Ebene 1 und 3 |
| Lastschritt 4: | Temperatureinwirkung, Abkühlung -20 K |
| Lastschritt 5: | Anfahr- und Bremslasten (zusätzliche Berücksichtigung zur Reduzierung der Anzahl der Einwirkungskombinationen) |
| Lastschritt 6: | Laststeigerung der Verkehrslasten und der Befahranlage auf den doppelten Wert |

Während infolge Eigenlast und Verkehrsbelastung die Bögen vollständig überdrückt sind, ist nach erfolgter Temperatureinwirkung und der Berücksichtigung der Anfahr- und Bremslasten an der Unterseite des Bogenscheitels jeweils in Ebene 1 und 3 eine leichte plastische Aktivität infolge der Begrenzung von Schub- und Zugspannungen zu erkennen. Diese, räumlich sehr beschränkte plastische Aktivität setzt sich auch bei weiterer Steigerung der Verkehrsbelastungen im Lastschritt 6 fort. Sie führt jedoch auch

in diesem extremen Lastzustand nur zu relativ geringen plastischen Dehnungen. Ein Vergleich der maximalen Bogendruckspannungen macht die Auswirkungen der einzelnen Lastschritte deutlich. Ausgehend von $1,35 \text{ N/mm}^2$ im Lastschritt Eigenlasten steigt der Maximalwert im Lastschritt 2 infolge SSW und UIC auf $1,39 \text{ N/mm}^2$ um 3 %, im Lastschritt 3 infolge der zusätzlichen Beanspruchung aus der Befahreinrichtung auf $1,40 \text{ N/mm}^2$ um 4 % und im Lastschritt 5 infolge Temperatur sowie Anfahr- u. Bremslasten auf $2,53 \text{ N/mm}^2$ um 87 % an. Die im Lastschritt 6 zusätzlich durchgeführte Verdopplung der Verkehrslasten aus SSW, UIC und Befahreinrichtung führt zu einer maximalen Druckspannung von $2,89 \text{ N/mm}^2$. Im Bild 7.19 sind die in dieser Lastkombination ermittelten totalen Vertikalverschiebungen an den Scheitelpunkten der Hauptbögen dargestellt. Daraus wird ersichtlich, dass bei dieser Brücke die Temperatureinwirkung nach den dominierenden Eigenlasten die größte Beanspruchung darstellt.

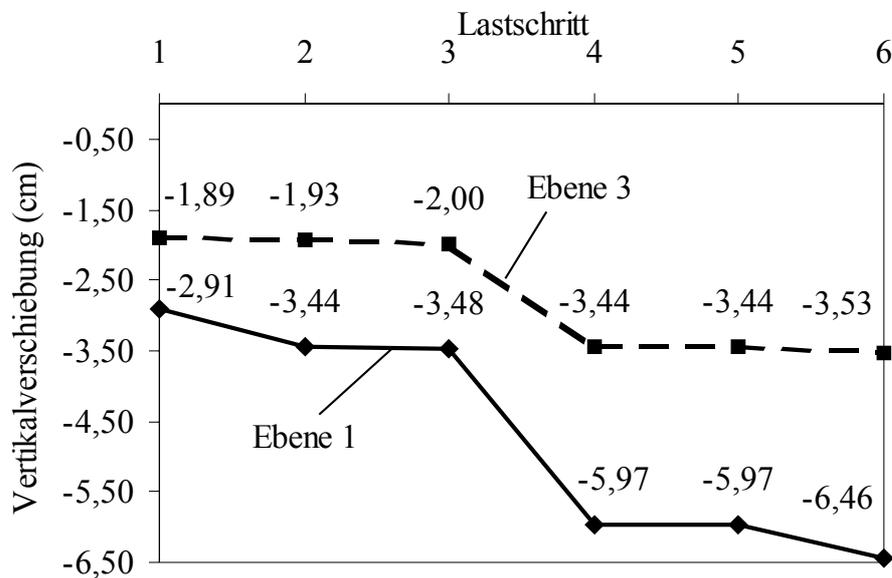
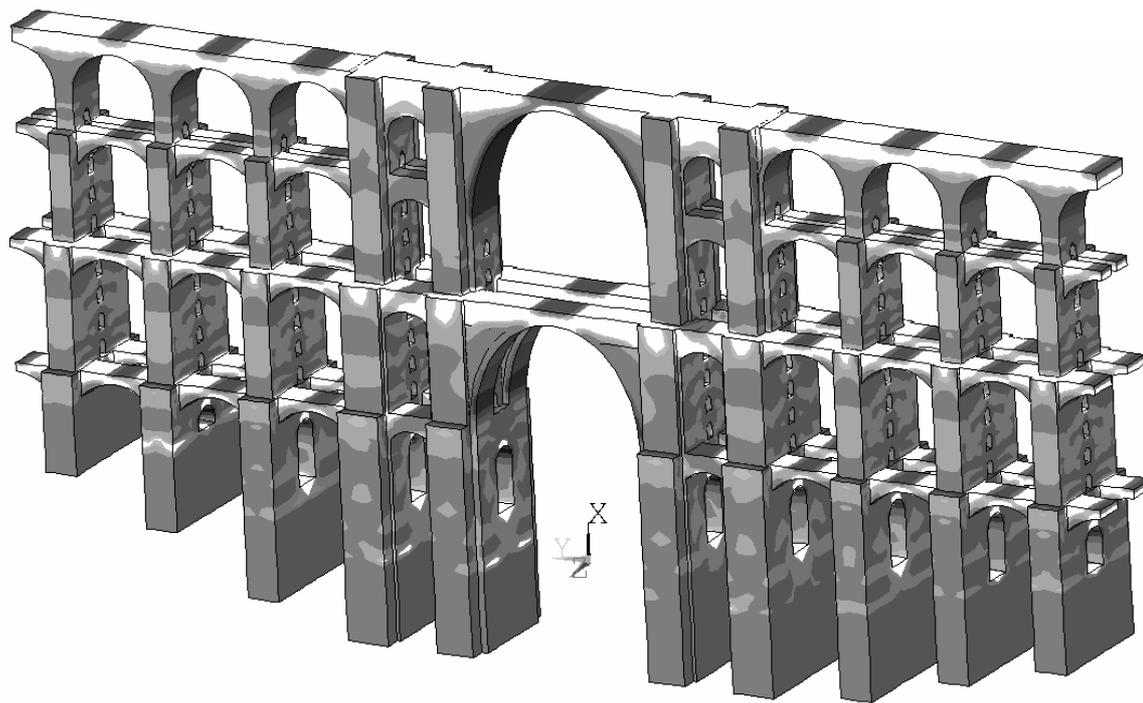
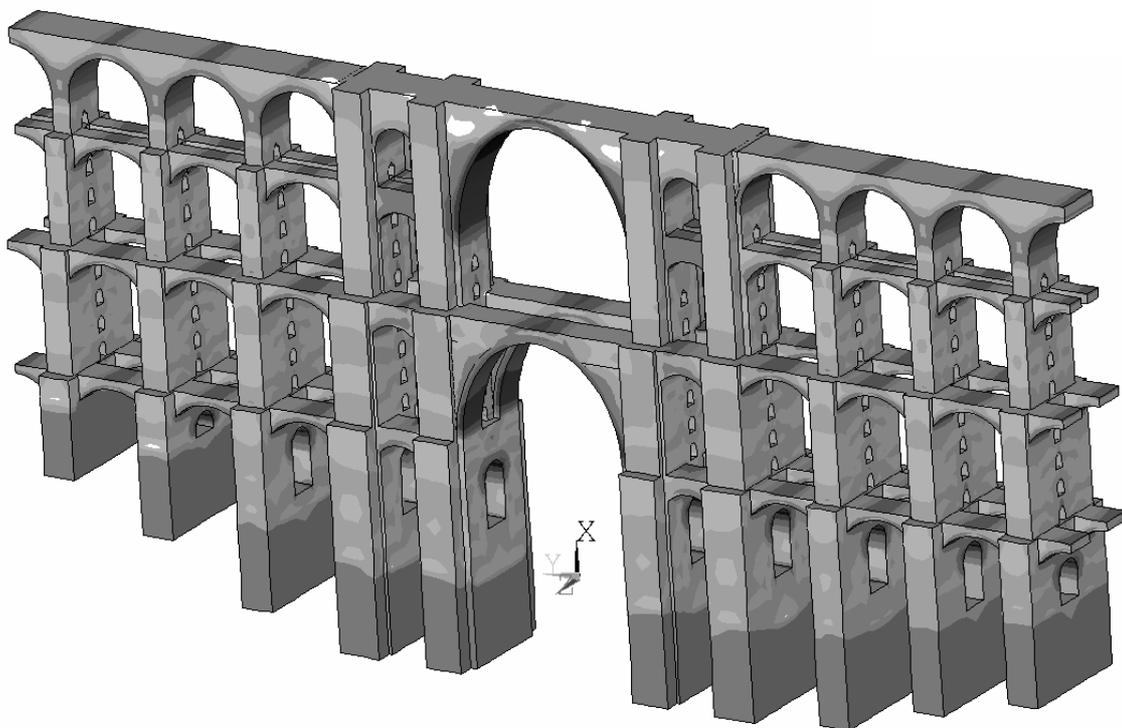


Bild 7.19 Totale Vertikalverschiebungen in den Scheiteln der Hauptbögen

In Bild 7.20 sind die Spannungen im Lastschritt 4 und in einer linear elastischen (a) und einer elastoplastischen Berechnung (b) dargestellt. Die elastische Berechnung ergibt weiträumig sehr große Zugspannungen (Bild 7.20 a), die den bis zu zehnfachen Wert des aufnehmbaren Spannungsniveaus annehmen und sich damit einer Nachweisführung entziehen. Die in Bild 7.21 gezeigten plastischen Vergleichsdehnungen resultieren aus dem Lastumlagerungsvermögen der Struktur. Die Beanspruchungen dieses Lastschritts können durch das Bauwerk sicher aufgenommen werden.



a)



b)

Bild 7.20 Horizontalspannungen (kN/m^2) im Lastschritt 4
a) linear elastische Berechnung, b) elastoplastische Berechnung

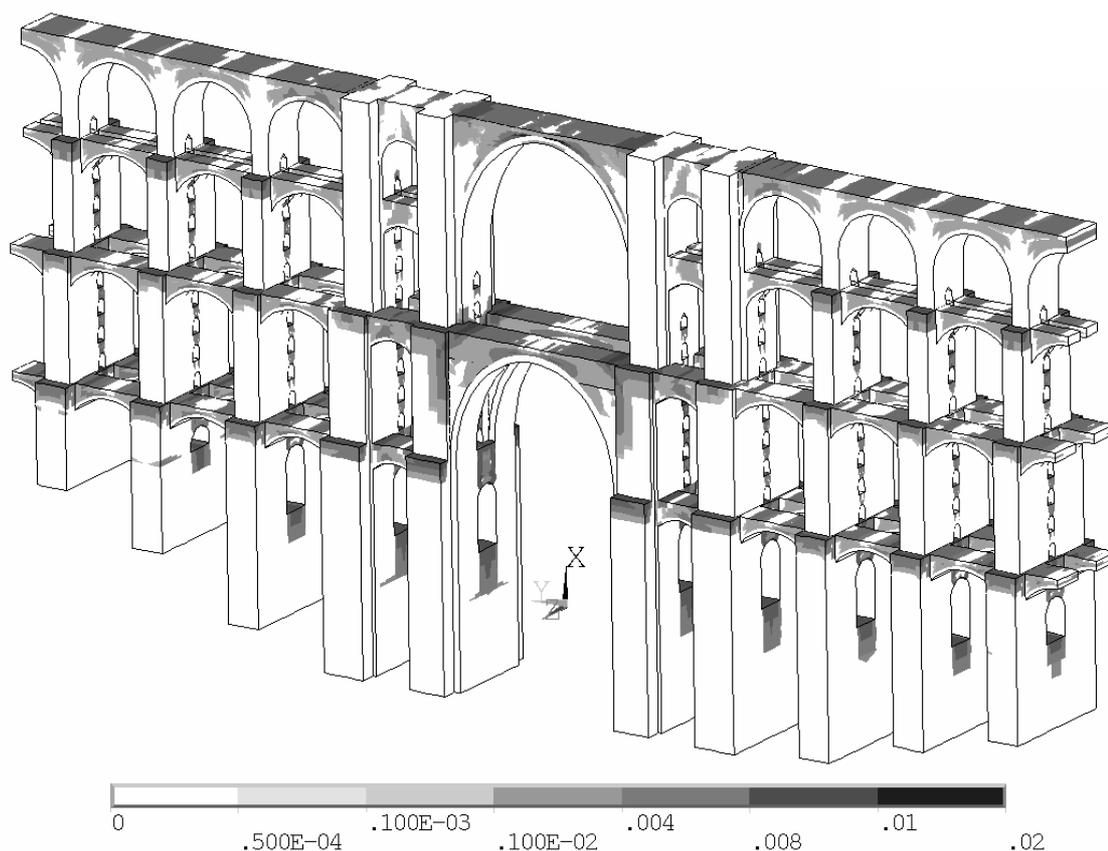


Bild 7.21 Plastische Vergleichsdehnungen, Lastschritt 4

Die Berechnungsergebnisse verdeutlichen einmal mehr, dass eine realitätsnahe Untersuchung des Spannungs-, Riss- und Verformungszustandes derartiger gemauerter Brückenviadukte nur unter Berücksichtigung der nichtlinearen Struktur- und Materialantwort möglich ist. Linear elastische Berechnungen beschreiben den Lastfluss und die Tragwirkung unzutreffend. Lastumlagerungen, wie sie insbesondere infolge von Temperaturbeanspruchungen zu verzeichnen sind, können nicht berücksichtigt werden. Ähnliche Probleme ergeben sich bei der Verfolgung von Schädigungen aus Stützenverschiebungen. Aussagen zur Standsicherheit und Gebrauchstauglichkeit auf der Grundlage linearer Berechnungen sind, wenn wie bei den vorgestellten Beispielen nennenswerte nichtlineare Effekte auftreten, dann als sehr problematisch einzuschätzen. Die Berechnung der vollständigen Lastfallkombination (6 Lastschritte) erfolgt an einer PC-CPU (1700 MHz) in weniger als 18 Stunden. Das zeigt, dass derartige komplexe Tragstrukturen mit dem hier entwickelten Kontinuumsmodell mit überschaubarem Aufwand zu untersuchen sind.

7.3 Untersuchung der Rissbildungen an der historischen Konstruktion der Dresdner Frauenkirche

Der Wiederaufbau der Dresdner Frauenkirche ist derzeit eines der bedeutendsten Vorhaben im Mauerwerkbau. Er war in den letzten Jahren Gegenstand einer umfangreichen Diskussion in der Fachwelt [76]. Für die Überprüfung der Leistungsfähigkeit des vorgestellten Kontinuumsmodells eignet sich die Frauenkirche in besonderer Weise, da sie einerseits ein komplexes räumliches Tragsystem aufweist und andererseits eine umfangreiche Dokumentation der aufgetretenen Schäden vorliegt. Im Folgenden soll versucht werden, die in der historischen Konstruktion aufgetretenen Rissbildungen nachzuvollziehen. Eine 3D-Berechnung unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens wurde bisher nicht durchgeführt. Angesichts der Geometrie und des Lastabtrages erscheint diese jedoch gerechtfertigt.

Der von George Bähr entworfene, vollständig aus sächsischem Sandstein gemauerte Kirchenbau (Bild 7.22) wurde 1743 fertiggestellt. Bereits seit dieser Zeit traten immer wieder Schäden und Risse auf, die Anlass zur Sanierung gaben. Die letzte große Schadensaufnahme und Sanierung wurde von Rüth 1938 - 1941 durchgeführt. Von ihm stammt auch die in Bild 7.24a dargestellte Risskartierung.

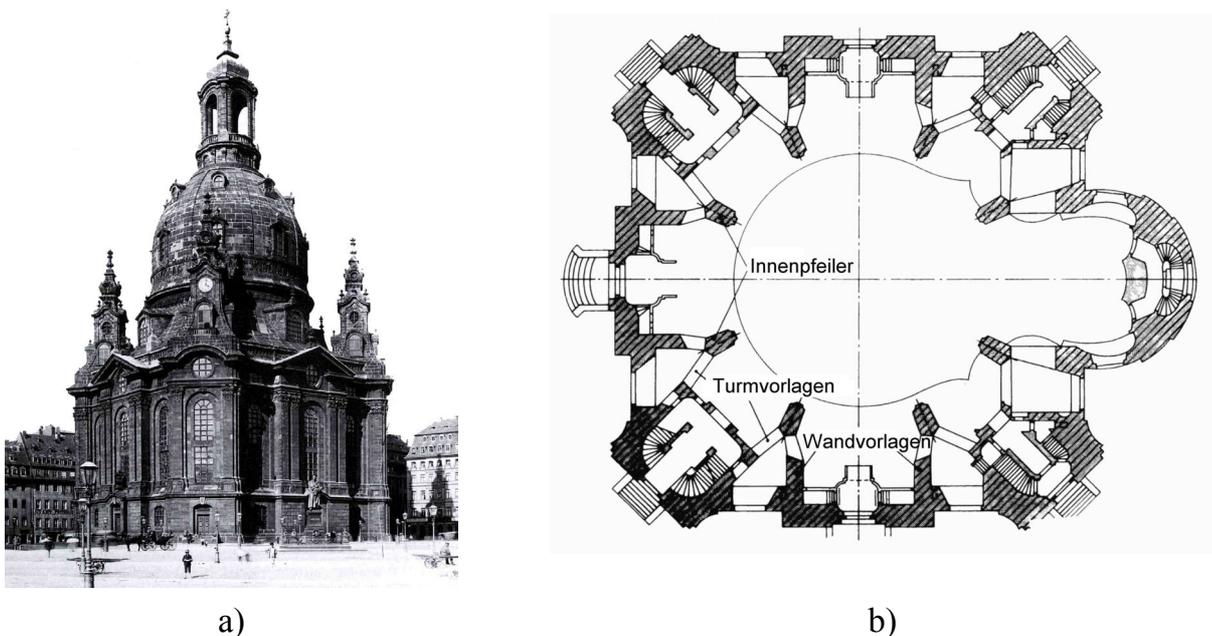


Bild 7.22 Historische Dresdner Frauenkirche
a) Ansicht um 1934 [66], b) Grundriss [60]

In Bild 7.23 ist das Finite Element Modell mit den einzelnen Tragelementen dargestellt. Die Geometriedaten konnten den umfangreichen Angaben in der Literatur entnommen werden. Die massige, steinerne Kuppel besteht aus einer 1,10 bis 1,75 m dicken, tragenden Außenschale und einer nur 25 cm dicken Innenschale. Beide sind durch Rippen verbunden, in denen sich eine Rampe spiralförmig nach oben zieht. Die Kuppel wird nach unten durch den Tambourring verlängert. Ihre Aufstandsfläche ist gegenüber den Innenpfeilern um 90 cm nach innen versetzt.

Die Vernetzung der Mauerwerkteile erfolgte mit isoparametrischen 8-Knoten-Volumenelementen. Die Maueranker wurden mit Stabelementen bei Ausschaltung einer

Drucksteifigkeit modelliert. Das Kellermauerwerk, die Fundamente und der Boden wurden mit Hilfe von Federelementen als elastische Bettung mit einem äquivalenten Bettungsmodul $K_s = 100 \text{ MN/m}^3$ [119] simuliert. Bei der Modellbildung wurde die vorhandene Viertelsymmetrie ausgenutzt, so dass die Modellgröße 16113 Elemente bzw. 52954 Freiheitsgrade umfasst.

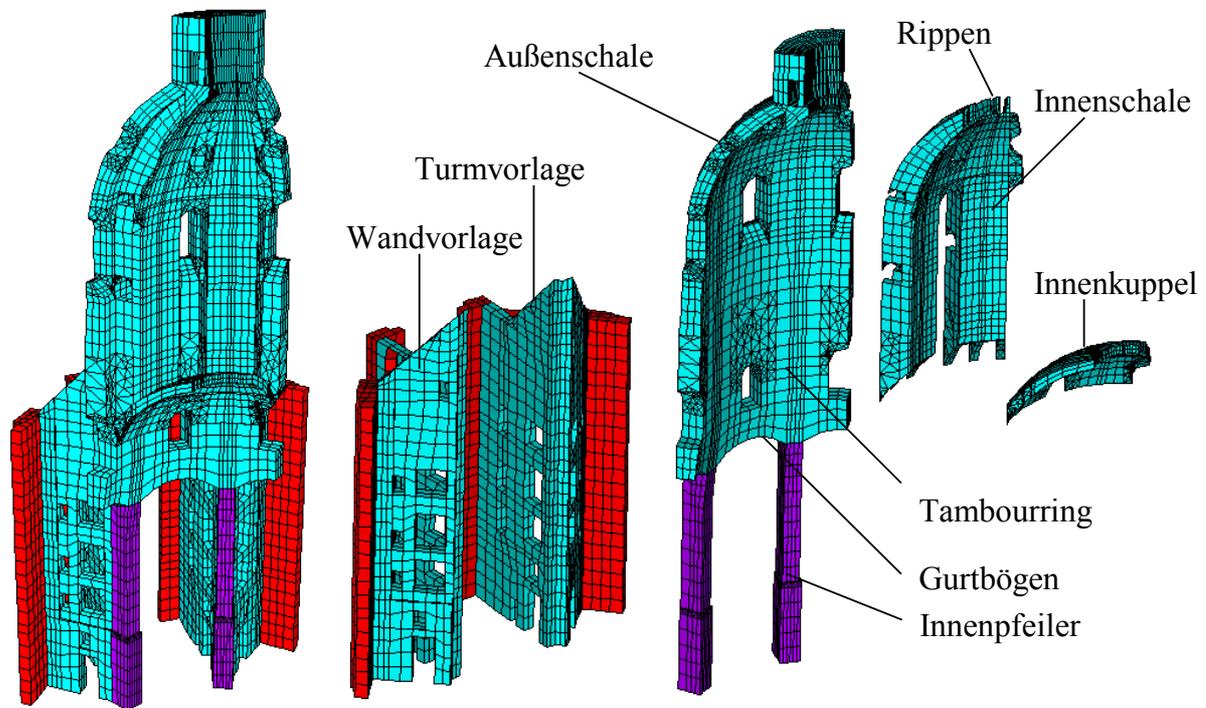


Bild 7.23 Finite Element Modell

Elastizitätskennwerte								
	E_x N/mm ²	E_y, E_z N/mm ²	ν_{xy}	ν_{zy}, ν_{zx}	G_{xy} N/mm ²	G_{yz}, G_{zx} N/mm ²	ϵ_{ml} ‰	ϵ_u ‰
Spierramen, Kuppel	10000	7500	0,20	0,20	4167	3125	1,0	3,0
Innenpfeiler	15000	11250	0,20	0,20	6250	4687	1,0	3,0
Außenwände	5700	4275	0,20	0,20	2375	1781	0,56	3,0
Festigkeitskennwerte								
	f_{mx} N/mm ²	f_{my}, f_{mz} N/mm ²	f_{tx} N/mm ²	f_{ty}, f_{tz} N/mm ²	$\varphi_0 / \varphi_r / \psi_0$ °	c N/mm ²	$a_s / a_L / \ddot{u}$ cm	
Spierramen, Kuppel	10	7,5	0,1	0,75	36 / 18 / 18	0,5	53 / 24 / 26	
Innenpfeiler	15	11,25	0,1	1,125	36 / 18 / 18	0,5	107 / 48 / 53	
Außenwände	3,2	2,4	0	0,24	30 / 15 / 15	0,3	53 / 24 / 26	

Tabelle 7.9 Materialkennwerte

Tabelle 7.9 enthält die der Rechnung zugrunde liegenden Materialkennwerte. Sie konnten weitgehend der Literatur [119], [17] entnommen werden. Die Werte der Bruchenergien wurden nach [92], [2] mit $G_{F1}^I = 0,01$; $G_{F1}^{II} = 0,25$ und $G_{FB}^I = 0,04 \text{ Nmm/mm}^2$ abgeschätzt. Die Dichte des Sandsteinmauerwerks wurde mit $2,1 \text{ t/m}^3$ angenommen.

Die Kuppellast sollte nach dem Konzept von Bähr nicht allein durch die Innenpfeiler, sondern auch durch die aus Turm- und Wandvorlage bestehenden, so genannten Spieramen abgetragen werden. Dieser Lastfluss, der sich zunächst auch einstellte, konnte letztlich nicht gewährleistet werden, da die schräge Druckkraft in Wand- und Turmvorlage mangels des erforderlichen Ringankers nicht aufgenommen und in die Vertikale umgelenkt wurde. Die Spieramen wichen horizontal nach außen aus, was zu einer ersten vertikalen Rissbildung und einer Lastumverteilung auf die Innenpfeiler führte. Diese wurden durch die Kuppellast stark belastet und erfuhren eine wesentliche Stauchung. Die Verkürzung der Innenpfeiler führte zu einer weiteren (in Bild 7.24a dargestellten) klaffenden Rissbildung in den Spieramen.

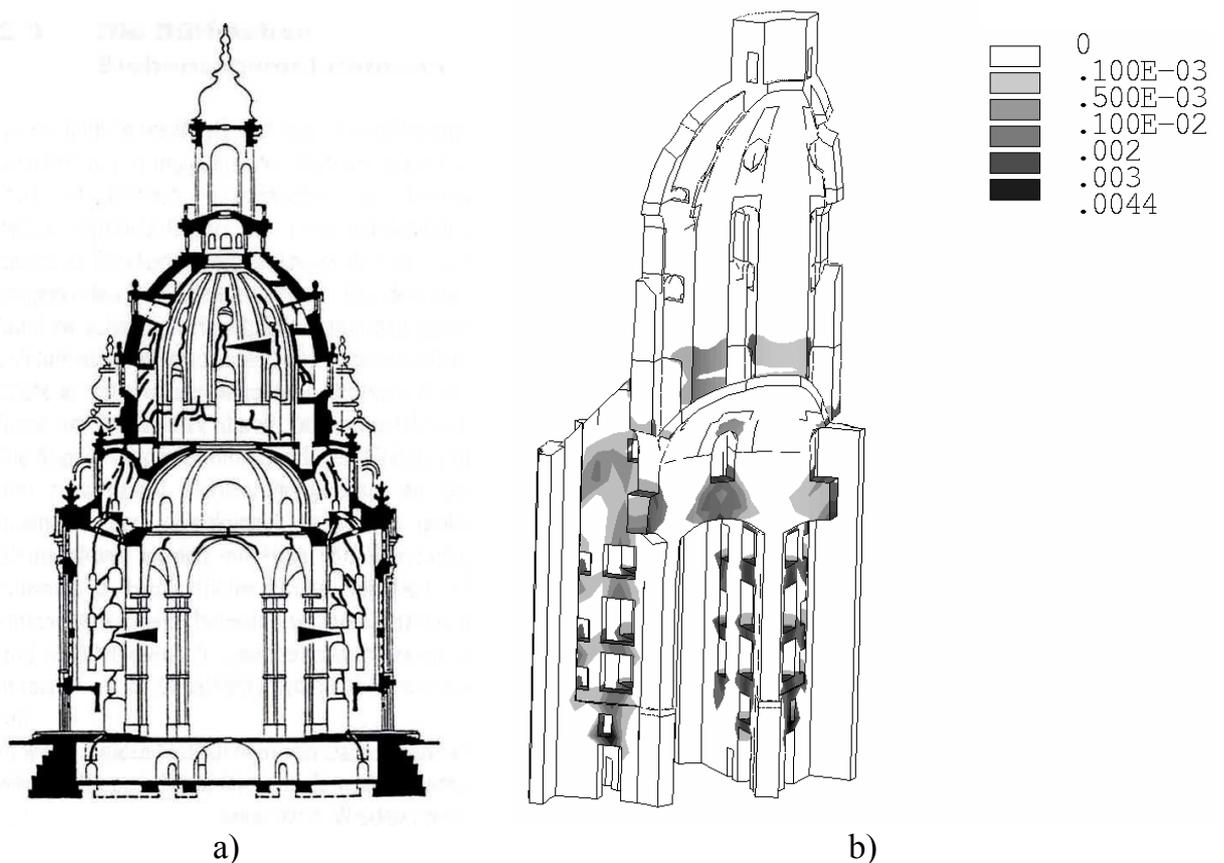


Bild 7.24 Beobachtetes und berechnetes Schadensbild
a) Risskartierung von Rüh (1938); b) Plastische Vergleichsdehnungen

Ein Vergleich der in Bild 7.24b dargestellten Bereiche plastischer Dehnungen sowie der in Bild 7.25 gezeigten plastischen Aktivitäten mit der in Bild 7.24a dargestellten Risskartierung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. Deutlich sichtbar ist, dass die durch Schub- und horizontale Zugspannungen hervorgerufenen klaffenden Risse in Wand- und Turmvorlage jeweils zwischen den Fenstern und im Kopfbereich durch plastische Dehnungen abgebildet werden können. Auch die Risse im Scheitelbereich der Gurtbögen können plausibel nachvollzogen werden. Damit kann festgestellt werden, dass sowohl der Lastfluss als auch das Schadensbild der historischen Konstruktion zutreffend beschrieben werden. Die Ausgabe der plastischen Aktivitäten erlaubt dabei, Rückschlüsse auf die Ursachen der Rissbildungen zu ziehen.

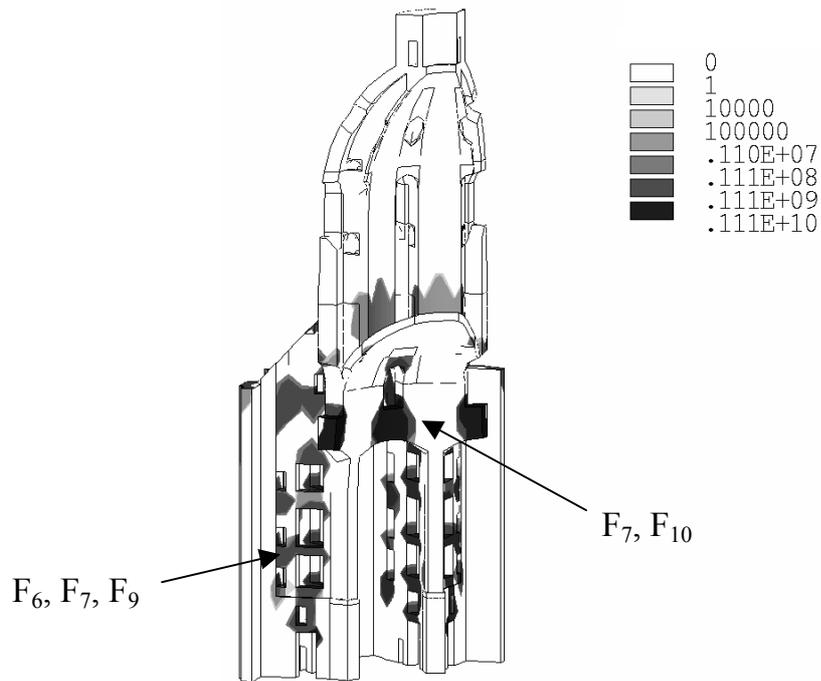
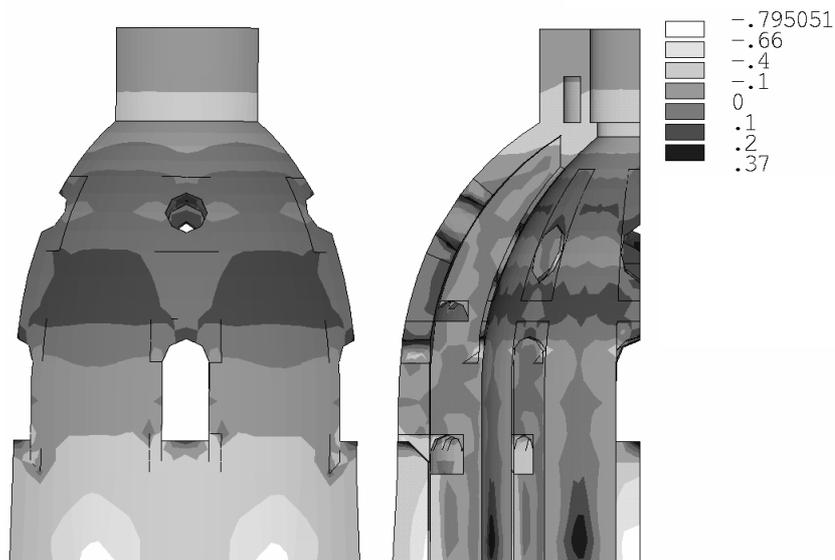


Bild 7.25 Plastische Aktivitäten

In Bild 7.26 sind die Horizontalspannungen der Kuppel dargestellt. Unter dem hier berechneten Lastfall Eigengewicht bleibt die Kuppel weitgehend ungerissen. Wie von Siegel in [120] beschrieben wird, sind die in Bild 7.24a dargestellten Risse der Kuppel allem Anschein nach auf die Unwirksamkeit der durch Keilschlösser verbundenen Anker zurückzuführen. Die Kuppel wurde somit in acht Segmente aufgespalten. Vier Paare jeweils gegenüberliegender Segmente bildeten je eine statisch bestimmt gelagerte Bogenkonstruktion. Die Kuppel wurde damit weitgehend von Zwängungen befreit. Da die Kuppel hier nicht unter Zwangs- bzw. Temperaturbeanspruchungen untersucht und auch bei der Modellierung die Wirksamkeit der Anker vorausgesetzt wurde, können diese vertikalen Risse jeweils zwischen den Fenstern nicht nachvollzogen werden.

Bild 7.26 Horizontale Ringspannungen in der Kuppel (N/mm²)

7.4 Tragfähigkeit der Stützen des Berliner Olympiastadions

Das für die XI. Olympischen Spiele im Jahr 1936 erbaute Berliner Olympiastadion zählt zu den größten Sportstadien in Deutschland. Im Hinblick auf die bevorstehende Fußballweltmeisterschaft 2006, der es u.a. als Austragungsstätte des Finalspiels dienen soll, wird das Stadion derzeit bei Aufrechterhaltung des laufenden Betriebs aufwendig saniert und modernisiert [58]. Im Zuge dieser Baumaßnahmen erhält das Stadion eine Überdachung, die zusätzliche Lasten auf den im Bild 7.27 dargestellten, aus insgesamt 136 Natursteinmauerwerkstützen bestehenden äußeren Stützenring einträgt.



Bild 7.27 Äußerer Stützenring des Berliner Olympiastadions
a) Gesamtansicht, b) Umlaufende Stützen

Diese Stützen wurden in einem regelmäßigen Quadermauerwerkverband hergestellt. Bild 7.28a zeigt den vorgefundenen Querschnitt eines großen Teils der Stützen [5]. Eine mittragende Wirkung der äußeren Verblendschalen für die Stützenbelastung ist aufgrund der Trennung vom Kernmauerwerk durch eine ca. 5 cm dicke Mörtelfuge sowie der stellenweise festgestellten Ablösungserscheinungen in dieser Fuge nicht gesichert. Als tragender Querschnitt konnte daher nur der in Bild 7.28b dargestellte Teil herangezogen werden.

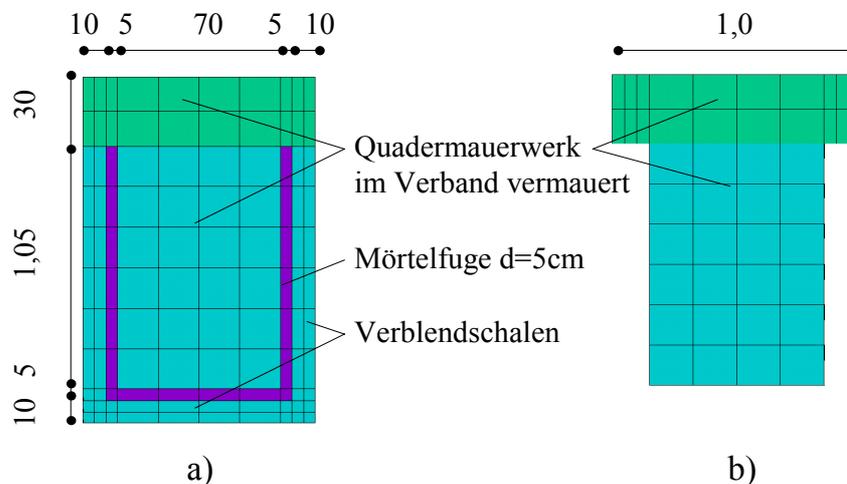


Bild 7.28 Stützenquerschnitt: a) Gesamtquerschnitt; b) tragender Querschnitt

Mit dem in DIN 1053-Teil 1 [139] enthaltenen Knicksicherheitsnachweis nach dem Ersatzstabverfahren war die Standsicherheit dieser Stützen nicht mehr nachzuweisen. Es wurden daher genauere Untersuchungen notwendig, welche mit Hilfe nichtlinearer Finite Element Berechnungen im Programmsystem ANSYS unter Verwendung des in Kapitel 4.2 entwickelten Kontinuumsmodells durchgeführt wurden.

7.4.1 Modellbildung

Für die Berechnungen wurde das im Bild 7.29 gezeigte, dreidimensionale Finite Element Modell erstellt. Es berücksichtigt das Zusammenwirken der Stütze mit den angrenzenden Bauerwerksbereichen. Die Stützhöhe beträgt 13,57 m. In Ebene 1 wurden die angrenzenden Bauteile bis jeweils zur Feldmitte modelliert und dort mit einer normal zur Querschnittsfläche gerichteten, horizontal unverschieblichen Randbedingung versehen. Des Weiteren wurde auch die Ausbildung einer Gebädefuge im Bereich des Stützenkopfes durch entsprechende Kopplungsbedingungen berücksichtigt. In Ebene 0 wurde die in Ringrichtung vorhandene horizontale Halterung durch die dort befindlichen Stahlträger (I 360) und Stahlbetonunterzüge ($b/d=30/35$ cm) berücksichtigt. Der Stützenfuß ist in allen drei Raumrichtungen unverschieblich gelagert. Für die Diskretisierung der Mauerwerkstruktur werden 8-Knoten-Volumenelemente genutzt. Das Modell besteht insgesamt aus 9342 Elementen und 6824 Knoten. Sie hat damit 27322 Freiheitsgrade.

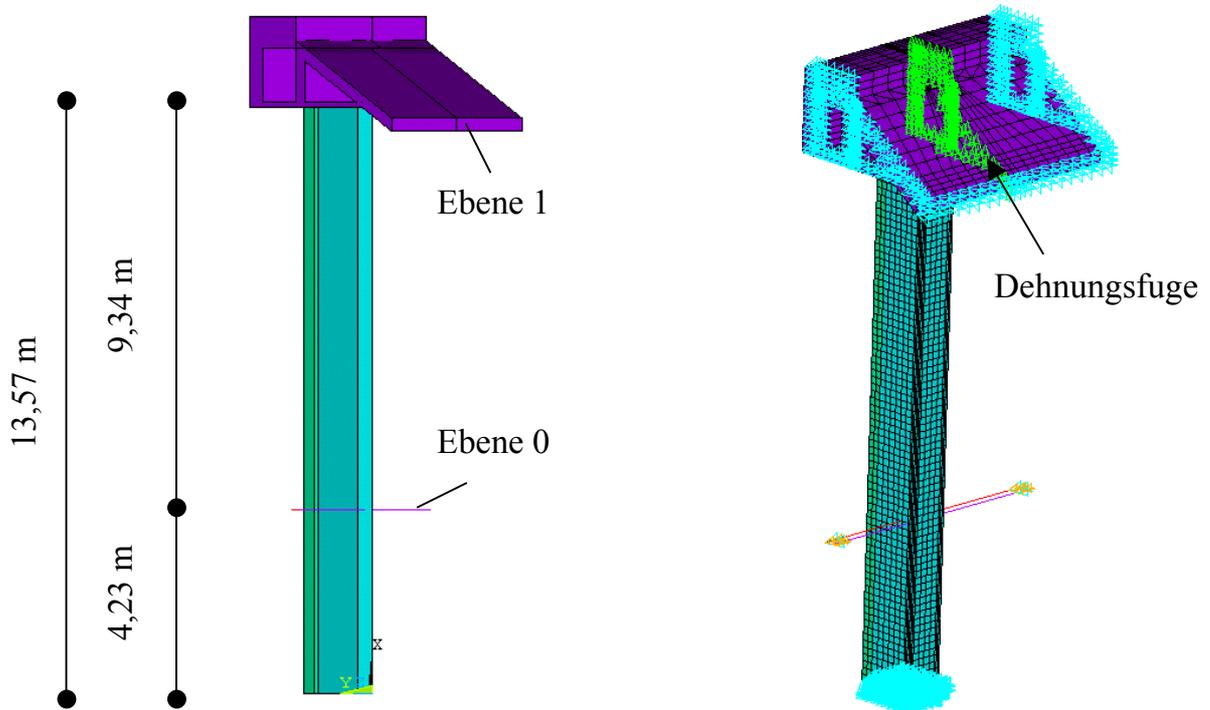


Bild 7.29 Finite Element Modell

7.4.2 Materialkennwerte

Die im 3D-FEM-Modell enthaltenen Stahlbeton- und Stahlbauteile werden mit linear elastischen Eigenschaften entsprechend den jeweiligen Normen berücksichtigt. Die Einschätzung der Materialkennwerte des Mauerwerks stützt sich auf die

durchgeführten Materialuntersuchungen [5]. Demnach bestehen die Stützen aus einem Kalksteinmauerwerk (Muschelkalkgestein). Bohrkernuntersuchungen und Ultraschalluntersuchungen zeigten eine durch Gefügestörungen hervorgerufene Streuung der Gesteinsqualität. Als Mörtel wurde ein Zementmörtel auf Portlandzementbasis vorgefunden. Für die Traglastermittlung der Stützen sind insbesondere die Mauerwerkdruckfestigkeit sowie die realistische Spannungs-Dehnungsbeziehung von Bedeutung. Ihre Bestimmung bedurfte daher der experimentellen Absicherung. Zu diesem Zweck wurden umfangreiche Druckversuche an 2- und 3-Stein Mauerwerkprüfkörpern durchgeführt [5]. Dabei wurden Mauerwerkdruckfestigkeiten zwischen 12,9 und 54,5 N/mm² gemessen. Unter Berücksichtigung der Auswirkungen der Prüfkörpergröße [69] und der Streuung der Versuchsergebnisse nach DIN 1053, Teil 2 [139] ergibt sich der Rechenwert der Mauerwerkdruckfestigkeit [139] zu 9,4 N/mm². In Bild 7.30 ist der typische Verlauf der experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungsbeziehung dargestellt [5]. Es zeigte sich sowohl bis zum Erreichen der Höchstlast als auch im abfallenden Ast ein weitgehend linearer Verlauf. Der Elastizitätsmodul des Mauerwerks lag im maßgeblichen Falle bei 3945 N/mm². Mit Bezug auf die Forderungen der DIN 1053 [139] und den Angaben von Mann [71] wurde den Berechnungen ein Wert von 3800 N/mm² zugrunde gelegt. Die Spannungs-Dehnungsbeziehung wurde mit dem in Bild 7.30 dargestellten und in Kapitel 4.3, Gleichung (4.62) angegebenen, abschnittsweise linearisierten Verlauf den Versuchsergebnissen angenähert. Sie wurde um den Reduktionsfaktor der Mauerwerkdruckfestigkeit (Verhältnis von Rechenwert / Messwert = 0,73) vermindert. Damit beinhaltet die angesetzte Spannungs-Dehnungslinie alle Forderungen der Norm DIN 1053 [139] und trägt auch im Entfestigungsbereich den erforderlichen konservativen Charakter mit einheitlichem Abminderungslevel.

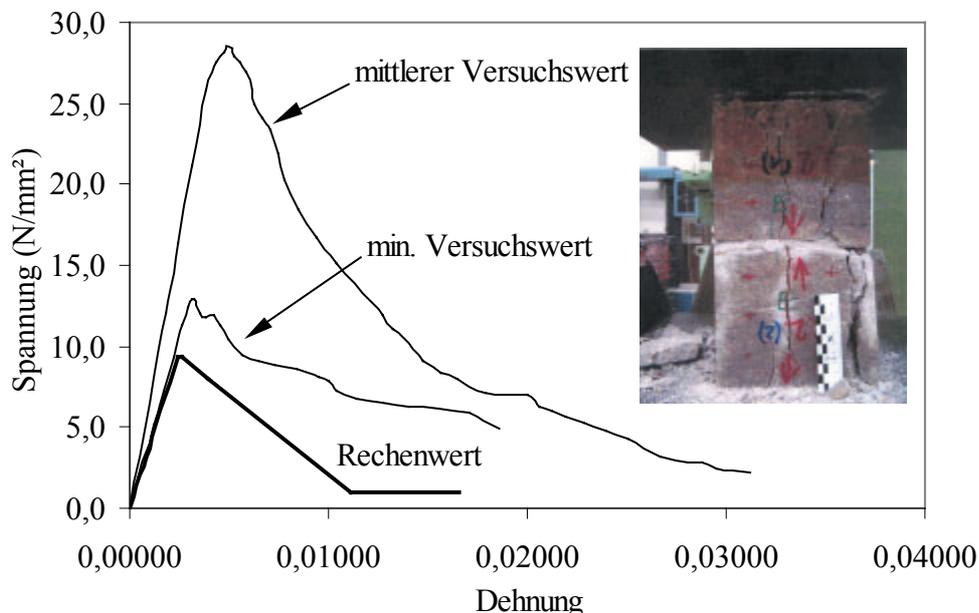


Bild 7.30 Spannungs-Dehnungsbeziehung: experimentell ermittelter Verlauf und den Rechnungen zugrunde gelegter Verlauf

In Tabelle 7.10 wurden die verwendeten Materialkennwerte zusammengestellt. Die nicht aus Versuchen gewonnenen Werte wurden in Übereinstimmung mit DIN 1053 [139]

gewählt. Zugspannungen senkrecht zur Lagerfuge wurden dementsprechend ausgeschlossen. Der Einfluss der Bruchenergien G_{fI}^{II} und G_{fB}^I ist für die zu ermittelnde Stütztraglast vernachlässigbar, da die zugehörigen Fließkriterien keine bzw. nur eine sehr geringfügige plastische Aktivität zeigen.

Elastizitätskennwerte								Dichte
E_x	E_y, E_z	ν_{xy}	ν_{zy}, ν_{zx}	G_{xy}	G_{yz}, G_{zx}	ε_{ml}	ε_u	ρ_{MW}
N/mm ²	N/mm ²			N/mm ²	N/mm ²	‰	‰	t/m ³
3800	2850	0,1	0,1	1727	1295	2,47	3,9	2,8
Festigkeitskennwerte							Bruchenergien	
f_{mx}	f_{my}, f_{mz}	f_{tx}	f_{ty}, f_{tz}	c	$\varphi_0 / \varphi_r / \psi_0$	$a_s / a_L / \ddot{u}$	G_{fI}^{II}	G_{fB}^I
N/mm ²					°	cm	Nmm/mm ²	
9,4	7,05	0	0,4	0,378	31 / 25 / 25	50 / 80 / 25	0,03	0,125

Tabelle 7.10 Materialkennwerte

7.4.3 Einwirkungen, Durchführung der Berechnungen

Infolge der aus dem Dach angreifenden Belastung waren 12 Lastkombinationen zu untersuchen. Jede nichtlineare Lastgeschichteberechnung bestand aus den folgenden Lastschritten:

- Lastschritt 1 Eigenlasten
 Stützeigengewicht: 393,26 kN, Eigenlasten in Ebene 0: 150 kN
 und Ebene 1: 315 kN
- Lastschritt 2 Stützenbelastung aus Dach- und Verkehrslasten
 in Ebene 0: 190 kN und Ebene 1: gem. Tab. 7.11
- Lastschritt 3 Windbeanspruchung nach DIN 1055

1,0-fache Gesamtlast

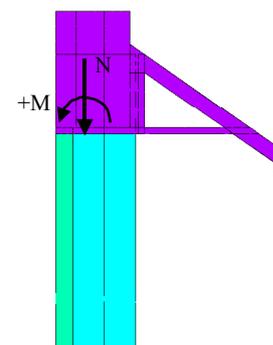
- Lastschritt 4 2-fache Laststeigerung aller Lasten der Lastschritte 1-3

2,0-fache Gesamtlast (Stand sicherheitsnachweis)

- Lastschritt 5 weitere Laststeigerung der vertikalen Stützenbelastung in Ebene 1
 bis zum Versagen (Traglast)

Last- komb.	N (kN)	Imperfektionfall	
		1	2
		M (kNm)	M (kNm)
1	2485	-168,20	
2	2285	240,80	-19,20
3	640	113,20	
4	3240	-488,80	
5	3140	-411,80	
6	270	92,60	-21,40

Tabelle 7.11 Lastkombinationen am Stützenkopf



Zur Ermittlung der maßgebenden Beuleigenformen (Knickbiegelinien) wurden im ersten Schritt Beuleigenwertberechnungen durchgeführt. Die nach DIN 1053 [139] zu berücksichtigende geometrische Imperfektion ($h_k / 300$) wurde sodann als spannungslose Vorverformung affin zu den maßgebenden Beuleigenformen berücksichtigt. Damit werden die Imperfektionen in der ungünstigsten Form angesetzt. In Bild 7.31 sind die beiden maßgeblichen Knickbiegelinien dargestellt.

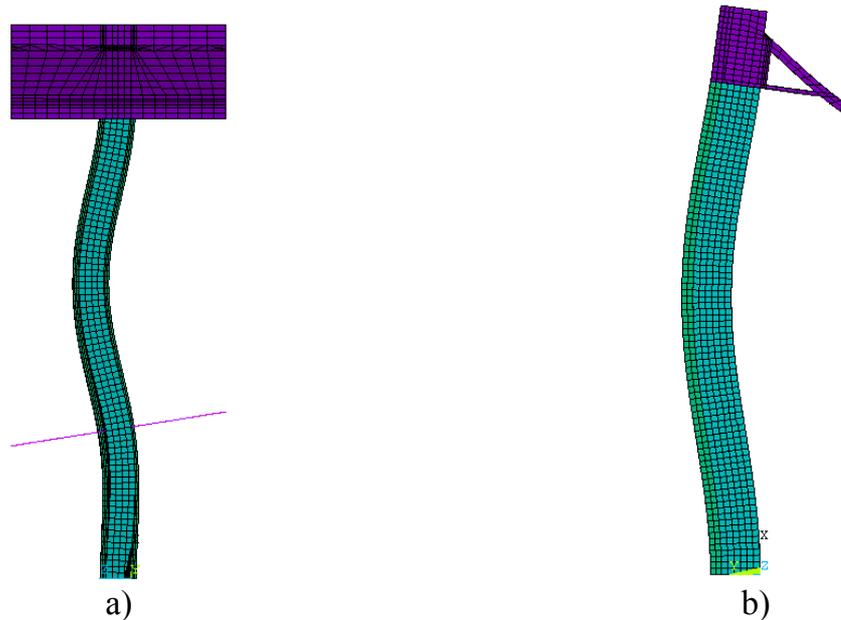


Bild 7.31 Maßgebliche Knickbiegelinien
a) erster Imperfektionsfall, b) zweiter Imperfektionsfall

Die Berücksichtigung des Kriecheinflusses erfolgte gemäß DIN 1053 [139] bzw. nach Mann [71] in vereinfachter Weise durch die Einführung einer zusätzlichen Kriechausmitte, die mit der ungewollten Ausmitte (Imperfektion) ungünstigst überlagert wurde. Diese zusätzliche Kriechausmitte wurde aus der horizontalen elastischen Stabverformung nach Theorie 2. Ordnung unter ständiger Gebrauchslast f_2^g und der Kriechzahl $\phi_\infty = 4/3$ zu $f_\phi = \phi_\infty * f_2^g$ abgeschätzt [71]. Die horizontale Stabverformung infolge Theorie 2. Ordnung wurde mit Hilfe des 3D-FE Modells für beide Imperfektionsfälle (d.h. am vorverformten System) berechnet. Als Belastung wurde näherungsweise neben dem Eigengewicht die 1,0-fache Gesamlast am Stützenkopf und in Ebene 0 berücksichtigt. Als spannungslose Vorverformung ergab sich somit die maximale Ausmitte von:

$$f_1 + f_\phi = 3,4 + 0,23 = 3,63 \text{ cm} \quad \text{im Imperfektionsfall 1}$$

$$f_1 + f_\phi = 5,0 + 0,47 = 5,47 \text{ cm} \quad \text{im Imperfektionsfall 2}$$

mit f_1 geometrische Imperfektion nach DIN 1053 [139]
 f_ϕ - zusätzliche Kriechausmitte

Sie wurde in der ungünstigsten Weise, affin zur jeweiligen Knickbiegelinie durch eine Aktualisierung des Finite Element Netzes berücksichtigt.

Anschließend wurden die nichtlinearen Lastgeschichteberechnungen der einzelnen Lastkombinationen durchgeführt. Die Auswertung des Lastschritts 4 diente dem Nachweis der Standsicherheit mit der in DIN 1053 [139] vorgeschriebenen 2-fachen globalen Sicherheit. Die weitere Laststeigerung im Lastschritt 5 erfolgte zur Einschätzung der Traglast.

7.4.4 Berechnungsergebnisse

Die Kombination aus maximaler Normaldruckkraft (3973 kN) und zugehöriger Momentenbeanspruchung erwies sich in beiden Imperfektionsfällen als ungünstigste Belastung.

Im Lastschritt 3 (unter 1,0-facher Gesamtbelastung) zeigte sich in den maßgeblichen Lastkombinationen der gesamte Stützenquerschnitt vollständig überdrückt, d.h. die Lage der Resultierenden befindet sich innerhalb der ersten Kernweite. Die maximal auftretende Mauerwerkdruckspannung (lokale Randspannung) beträgt 5,4 N/mm². Sie liegt damit bei 57 % des angesetzten Rechenwertes der Mauerwerkdruckfestigkeit. Diese Laststufe wurde damit ohne Spannungsüberschreitungen bzw. Lastumlagerungen ertragen.

Für alle untersuchten Lastkombinationen konnte in Lastschritt 4 die Standsicherheit unter doppelter Gesamtbelastung nachgewiesen werden. In der maßgebenden Lastkombination war darüber hinaus im 5. Lastschritt nur eine geringfügige (5%-ige) Laststeigerung der Vertikallast am Stützenkopf möglich. Die ermittelten Traglasten sind in Tabelle 7.12 zusammengestellt. In den Lastkombinationen 3 und 6 wurde die Laststeigerung nach Aufbringung der dreifachen Vertikallast am Stützenkopf abgebrochen. Die tatsächliche Traglast in diesen Lastkombinationen war aufgrund der wesentlich höheren Sicherheit gegenüber der maßgeblichen Lastkombination 4 uninteressant.

Lastkomb.	1,0-fache Gesamtvertikallast am Stützenfuß	Traglast Imperfektionsfall	
		1	2
	N (kN)	Nu (kN)	Nu (kN)
1	3218,26	7800	7938
2	3018,26	7705	7858,5
3	1373,26	> 3536,5	>3536,4
4	3973,26	8151,5	8040
5	3873,26	8131,2	8122
6	1003,26	>2426,5	>2426,5

Tabelle 7.12 Ermittelte Traglasten

Die Vertikalspannungen im Lastschritt 5 (Lastkombination 4) sind in Bild 7.32 dargestellt. Ab der 1,7-fachen Gesamtbelastung wurde in der maßgeblichen Lastkombination 4 der Rechenwert der Mauerwerkdruckfestigkeit in lokalen Bereichen am Stützenkopf, dem Auflager der Träger in der Ebene 0 und am Stützenfuß erreicht. Dies führt bis zum Erreichen der Traglast zu den in Bild 7.33 dargestellten plastischen Dehnungen und damit verbundenen Lastumlagerungen. Wie aus den in Bild 7.34 dargestellten plastischen Aktivitäten sichtbar wird, handelt es sich dabei um die

Verletzung der Fließkriterien F1 und F2 und damit um ein lokales, einachsiges Druckversagen. Hinzu kommt im Bereich der Trägenerauflager in Ebene 0 eine Aktivität des Kriteriums F5, welche aus der Relaxation lokaler Schubspannungsüberschreitungen herrührt. Infolge der Ausbildung plastischer Gelenke insbesondere in Ebene 0 und am Stützenfuß versagt die Stütze bei Erreichen der Tragfähigkeit durch Ausknicken in Ebene 0. Die in Bild 7.35 dargestellten plastischen Dehnungsvektoren und Verschiebungsvektoren im Versagenszustand veranschaulichen diesen Versagensmechanismus, der sich in beiden Imperfektionsfällen gleichermaßen einstellte.

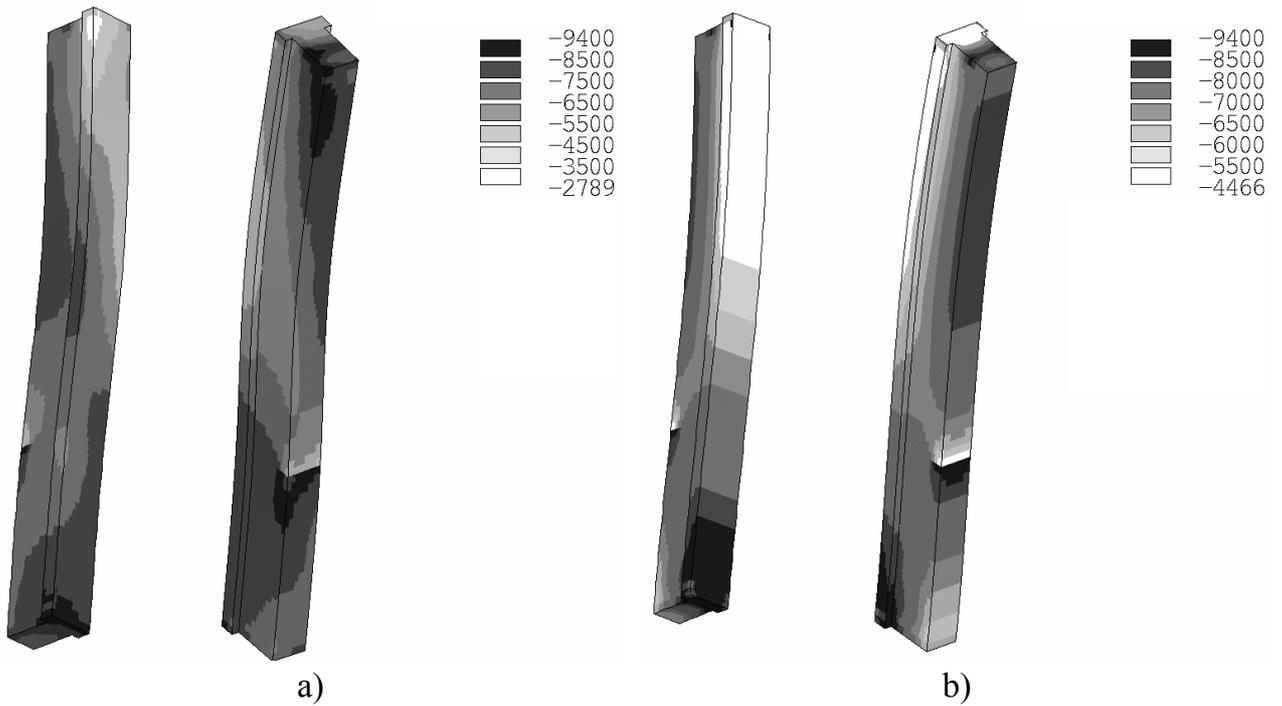


Bild 7.32 Vertikalspannungen bei Erreichen der Traglast (Lastschritt 5)
 a) Imperfektionsfall 1, b) Imperfektionsfall 2

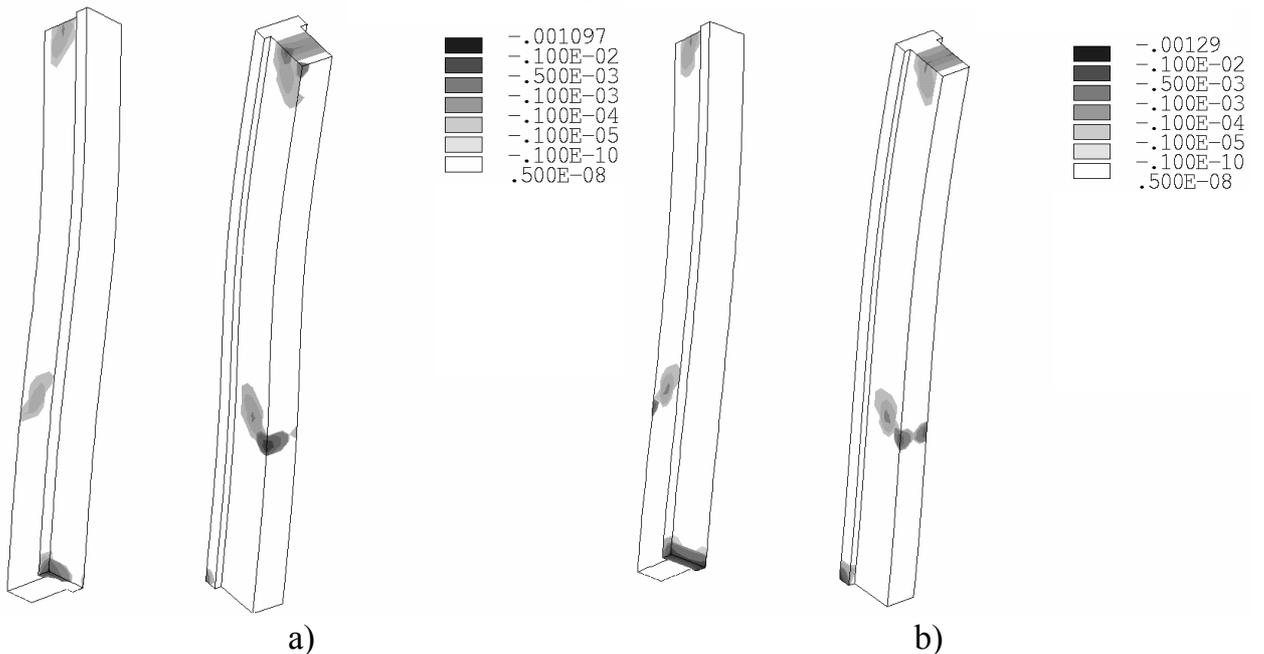


Bild 7.33 Plastische Dehnungen, vertikal (ϵ_x^{pl}) Lastschritt 4 – 2-fache Gesamtlast
 (maßgeb. Lastkombination), a) Imperfektionsfall 1, b) Imperfektionsfall 2

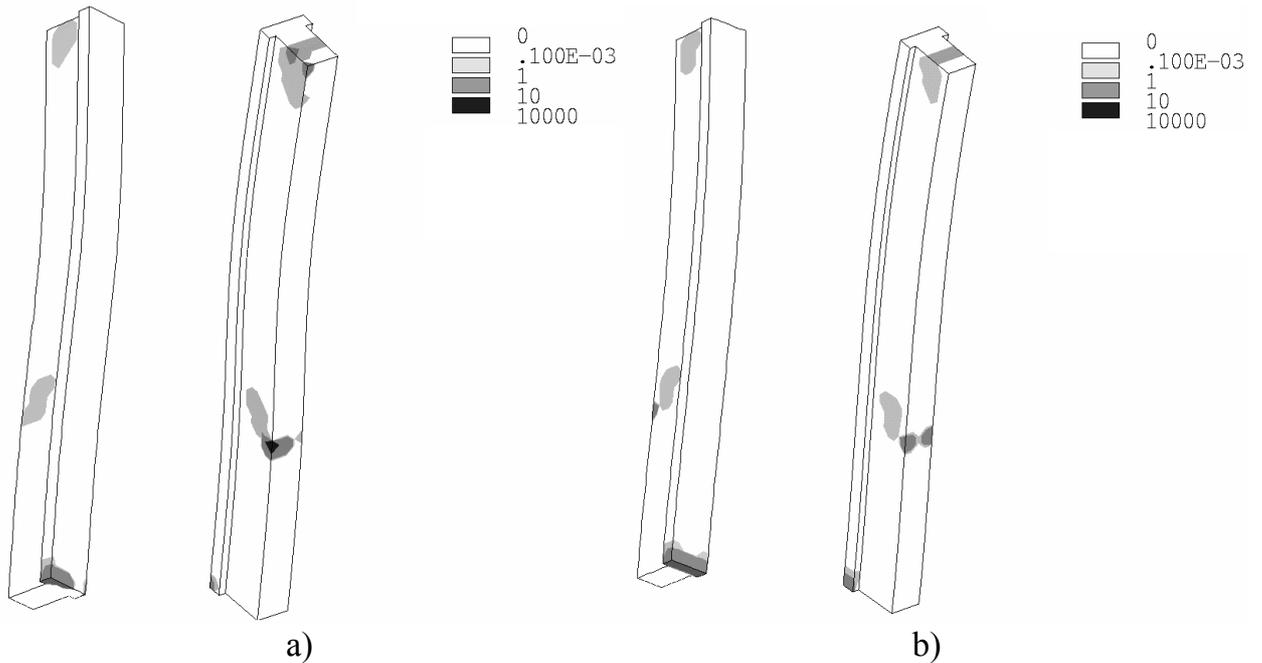


Bild 7.34 Plastische Aktivitäten, Lastschritt 4 – 2-fache Gesamtlast (maßgebliche Lastkombination), a) Imperfektionsfall 1, b) Imperfektionsfall 2

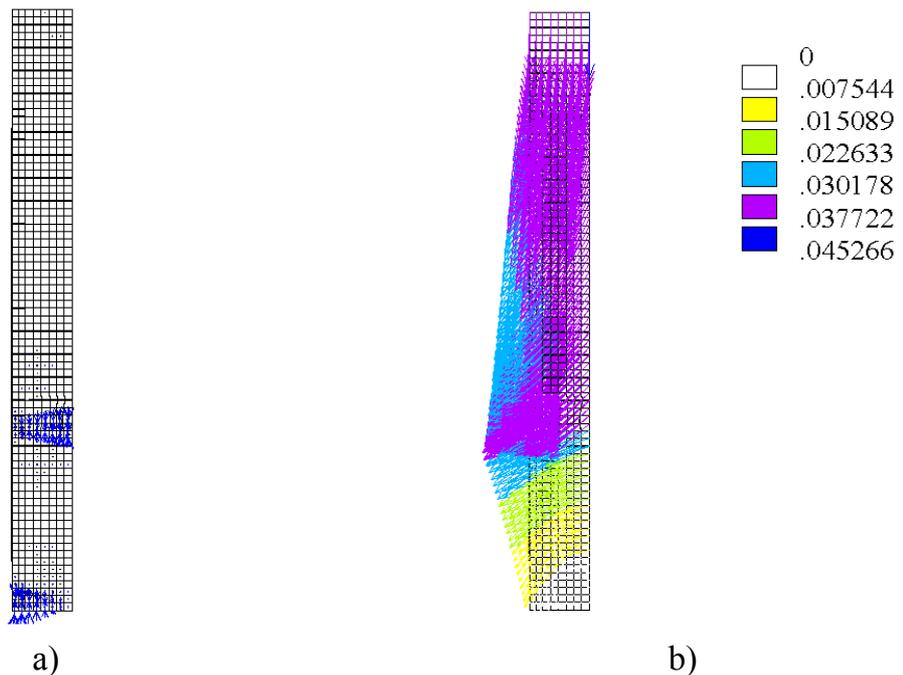


Bild 7.35 Versagenszustand (nicht konvergiert) a) Plastische Dehnungsvektoren
b) Richtungen der Verschiebungsvektoren

In Bild 7.36 ist der Verlauf der Horizontalverschiebung in Abhängigkeit von der resultierenden Vertikalkraft am Stützenfuß N für die maßgebende Lastkombination im Imperfektionsfall 2 dargestellt. Auch diese Verschiebungsverläufe zeigen an, dass es zu einem seitlichen Ausweichen der Stütze bei Überschreitung der Traglast kommt. Bild 7.37 zeigt die durchlaufene Spannungs-Dehnungs-Beziehung an der maximal beanspruchten Stelle (Außenseite Stützenfuß). Erkennbar ist, dass die maximale

Entfestigung bis auf 82 % des Rechenwerts der Druckfestigkeit erreicht wird. Dabei tritt eine Gesamtstauchung von maximal 4 % auf.

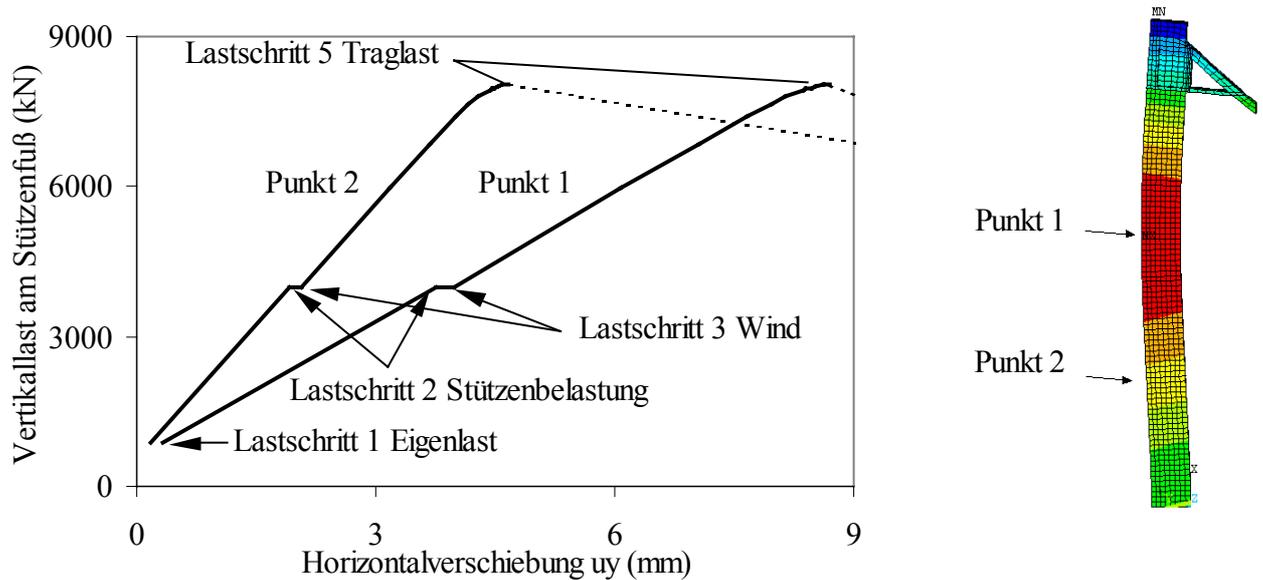


Bild 7.36 Verlauf der maximalen Horizontalverschiebung

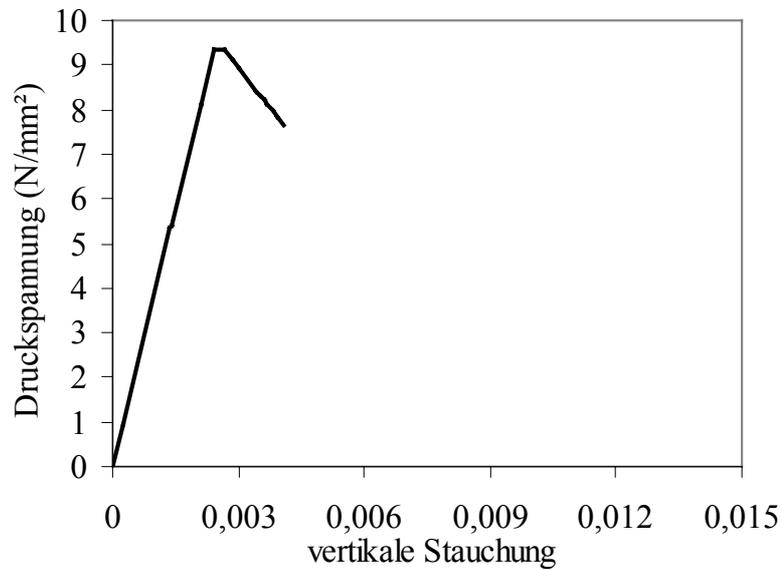


Bild 7.37 Spannungs-Dehnungsline an der maximal beanspruchten Stelle

Auch in diesem Beispiel konnte das Verhalten der zu untersuchenden Struktur bis in den Versagenszustand hinein plausibel nachvollzogen werden. Dabei war das Ergebnis auch für den Bauablauf und für den Aufwand der Modernisierung von nennenswerter Bedeutung.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Die Schwerpunkte der vorliegenden Arbeit sind die Weiterentwicklung, Verifikation und Anwendung von numerischen Berechnungsmodellen für Mauerwerk innerhalb verschiedener Modellierungsstrategien. Dabei werden insbesondere Fragen der erforderlichen physikalischen Leistungsfähigkeit der Materialmodelle sowie deren numerische Umsetzung diskutiert. An praktischen Beispielen werden die Auswirkungen und Grenzen der einzelnen Modellierungsstrategien untersucht und quantifiziert.

Als Basis der Entwicklungen werden der aktuelle Kenntnisstand zum Materialverhalten von Mauerwerk sowie die numerischen Grundlagen zusammengestellt und kommentiert.

Grundsätzlich kann zwischen der homogenen Modellierung (Makromodellierung) und der diskreten Modellierung (Mikromodellierung) des Mauerwerkverbandes unterschieden werden. Das Makromodell beschreibt das Mauerwerk mit seinen makroskopischen Eigenschaften als verschmiertes Ersatzkontinuum. Mikromodelle berücksichtigen durch die Modellierung der einzelnen Steine und Fugen die Struktur des Mauerwerkverbandes. Soll darüber hinaus der durch die Querdehnungsinteraktion zwischen Stein und Mörtel hervorgerufene heterogene Spannungszustand im Mauerwerk abgebildet werden, so ist ein entsprechender Detaillierungsgrad des Mikromodells erforderlich. Beide Komponenten Stein und Mörtelfuge werden dann in ihren exakten geometrischen Dimensionen modelliert. Demgegenüber steht die vereinfachte Mikromodellierung, bei der die Fugen ohne Dicke mit Hilfe von Kontaktalgorithmen in einer diskontinuumsmechanischen Betrachtungsweise beschrieben werden.

Im Rahmen der Makromodellierung werden räumliche Materialmodelle für verschiedene Mauerwerkarten hergeleitet. Bei der Materialbeschreibung wird versucht, neben der numerischen Robustheit insbesondere eine hohe Prognosefähigkeit und praktische Anwendbarkeit sicherzustellen. Voraussetzungen hierfür sind die Einbeziehung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens und die Verwendung möglichst gut bestimmbarer oder abschätzbarer Materialparameter. Einen dominierenden Einfluss auf die Materialformulierung von Mauerwerk hat die Verbandstruktur. Dementsprechend ist zwischen regelmäßigen und regellosen Verbänden zu unterscheiden. Durch die regelmäßige Anordnung der Fugen (Lagerfuge, Stoßfuge, Längsfuge) ist eine ausgeprägte, auf die Fugenrichtungen bezogene orthogonale Anisotropie (Orthotropie) festzustellen. Regellose Mauerwerkgefüge sind durch das Fehlen bevorzugter Fugenrichtungen und daraus resultierender Richtungsabhängigkeiten gekennzeichnet. Ihr Bruch- und Verformungsverhalten kann daher durch isotrope Materialformulierungen idealisiert werden.

Das für regelmäßiges Mauerwerk vorgestellte Kontinuumsmodell berücksichtigt die Anisotropie der Steifigkeiten, der Festigkeiten sowie des Ver- und Entfestigungsverhaltens. Die Beschreibung der Festigkeit erfolgt mit Hilfe einer experimentell abgesicherten zusammengesetzten Versagensbedingung, welche für räumliche Spannungszustände erweitert wird. Somit können die für Mauerwerk charakteristischen Versagensmechanismen (Steinversagen, Fugenversagen, Versagen des Verbundes) infolge Druck-, Schub- und Zugbeanspruchung unter Einbeziehung der Gegebenheiten des Mauerwerkverbandes praxisnah abgebildet werden. Das durch die

Ver- und Entfestigung charakterisierte nichtlineare Verformungsverhalten wird in Abhängigkeit des irreversiblen, plastischen Anteils des Dehnungsvektors formuliert. Das vorgeschlagene Modell ermöglicht durch die Kopplung der Ver- und Entfestigungsfunktionen an einzelne Festigkeitswerte die experimentell verifizierbare Beschreibung der anisotropen Materialdegradation. Die infolge Zug- und Schubversagens durch Rissbildung hervorgerufene Materialschädigung wird durch die in den einzelnen Grundversagensmoden dissipierte Bruchenergie gesteuert. Für eine möglichst netzunabhängige Umsetzung dieses Bruchenergiekonzepts wird entsprechend der Rissbandtheorie eine äquivalente Länge eingeführt.

Weitere Kontinuumsmodelle werden für regellose und mehrschalige Mauerwerkarten vorgestellt. Da derartige Mauerwerkgefüge vorrangig in historischen Mauerwerkstrukturen, deren Materialkennwerte meist unbekannt bzw. durch starke Streuungen geprägt sind, vorkommen, liegt das Hauptaugenmerk dieser Materialmodelle auf der einfachen, praktisch einsetzbaren Formulierung mit möglichst wenigen gut bestimmbareren Eingangsparametern.

Die numerische Implementation erfolgt mit Hilfe moderner elastoplastischer Algorithmen im Rahmen der impliziten Finite Element Methode in das Programmsystem ANSYS. Zur lokalen Spannungsrelaxation am Diskretisierungspunkt wird das Return Mapping Verfahren verwendet. Dabei steht die konsistente Verarbeitung der mehrflächigen Fließbedingungen unter Berücksichtigung der Ver- und Entfestigung im Vordergrund. Die globale Gleichgewichtssiteration zur Umlagerung der Ungleichgewichtskräfte erfolgt mit Hilfe des Newton-Raphson Verfahrens. Zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens kann die angegebene elastoplastische Tangente verwendet werden.

Verifizierende Berechnungen an neun Versuchskörpern aus drei verschiedenen Mauerwerkarten, in denen eine gute quantitative und qualitative Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen hinsichtlich des Verformungsverhaltens, der Versagenslasten und der Versagensmechanismen nachgewiesen wird, sichern das Kontinuumsmodell für regelmäßige Mauerwerkverbände ab. Die vollständige Nachvollziehbarkeit des Strukturversagens ist ein Indiz für die numerische Robustheit der implementierten Modelle.

Innerhalb der detaillierten Mikromodellierung wird ein neues, aus Materialbeschreibungen für Stein, Mörtel sowie deren Verbund bestehendes nichtlineares Berechnungsmodell entwickelt und in das Programm ANSYS implementiert. Ausführlich wird auf die Herleitung der Materialmodelle und deren angestrebte Kalibrierbarkeit mit experimentellen Ergebnissen eingegangen. Die numerische Umsetzung erfolgt in Analogie zu der beim Makromodell beschriebenen Weise. Für eine möglichst breite Absicherung werden sowohl die einzelnen Materialmodelle als auch das gesamte Berechnungsmodell an verfügbaren Versuchsdaten verifiziert. Dabei konnte bezüglich des nichtlinearen Verformungsverhaltens wie auch bei der Ermittlung der Versagenslasten und Versagensmechanismen eine gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Experiment nachgewiesen werden.

Die diskrete Beschreibung von Mauerwerk im Rahmen der vereinfachten Mikromodellierung erfolgt unter Verwendung der Distinkt Element Methode mit Hilfe der Programme UDEC und 3DEC. Neben der Darstellung der wesentlichen Grundzüge

dieser expliziten Berechnungsmethode werden die verwendeten Materialformulierungen erläutert und diskutiert. Im Rahmen der Verifikation kann eine sehr gute rechnerische Nachvollziehbarkeit der Versuchsergebnisse nachgewiesen werden. Studien zum Schubversagen regelmäßigen Mauerwerks zeigen die gegenüber dem Kontinuumsmodell erweiterten Untersuchungsmöglichkeiten, die sich aus der Verbandstruktur sowie der Berücksichtigung von Steinrotationen und Steinverblockungen ergeben, auf.

Die räumlichen Untersuchungen komplexer Mauerwerkstrukturen dokumentieren die gegebene praktische Anwendbarkeit der Berechnungsmodelle. Dabei werden Probleme der Tragfähigkeitsbewertung gemauerter Bogenbrücken, Möglichkeiten zur Bewertung vorhandener Rissbildungen und Schädigungen an historischen Mauerwerkstrukturen und Traglastberechnungen an gemauerten Stützen ausgewertet und analysiert.

Die an der Göltzschtalbrücke und der Dresdner Frauenkirche vorgestellten Berechnungen zeigen, dass auch große Mauerwerkstrukturen mit überschaubarem Aufwand dreidimensional untersucht werden können. Dabei wird der Einfluss des für Mauerwerk charakteristischen Lastumlagerungsvermögens, dessen Nachvollziehbarkeit eine wesentliche Voraussetzung für die realistische Untersuchung der Tragfähigkeit einer Mauerwerkstruktur ist, deutlich.

Am Beispiel einer gemauerten Bogenbrücke werden Grenztragfähigkeitsberechnungen mit Kontinuums- und Diskontinuumsmodellen durchgeführt. Die für eine reale Steingröße erhaltene sehr gute Übereinstimmung der mit zwei unterschiedlichen Modellierungsstrategien ermittelten Ergebnisse kann als eine weitere Absicherung der verwendeten Berechnungsmodelle für Mauerwerk angesehen werden. Das Vermögen, den Versagenszustand vollständig zu erfassen, belegt die Robustheit und Leistungsfähigkeit der numerischen Algorithmen. Neben der Bestätigung beider Berechnungsmodelle durch die Nachrechnung von Versuchsergebnissen ist somit auch die Verifikation der Modelle am Beispiel einer realen, komplexen Mauerwerkstruktur, deren Tragverhalten von nichtlinearem Verhalten geprägt ist, gelungen.

Aus der Sicht des numerischen Aufwandes und des Modellierungsaufwandes sind für die Berechnung komplexer Mauerwerkstrukturen Makromodelle sehr attraktiv. Dabei ist jedoch zu beachten, dass Kontinuumsmodelle Steinrotationen und -verblockungen nicht abbilden können. Die Zulässigkeit dieser Modelle steht daher mit der Größe auftretender Steinrotationen und mit der Größe der Steinabmessungen im Zusammenhang.

Zur Untersuchung des heterogenen Spannungszustandes und der Rissentwicklung einzelner Strukturbereiche (wie z.B. Orte lokalen Versagens, Eintragungspunkte konzentrierter Lasten oder Verbindungsbereiche verschiedener Bauteile) ist es notwendig, das vorhandene Mauerwerkgefüge mit Steinen und Fugen diskret zu modellieren. Der Vergleich der Ergebnisse des Diskontinuumsmodells und des Kontinuumsmodells an den zur Verifikation herangezogenen Schubwänden und der vorstehend beschriebenen Bogenbrücke zeigt ab einem Verhältnis von Steingröße zu kleinster Bauteilabmessung von ca. 0,1 eine gute Übereinstimmung zwischen beiden Modellierungsstrategien. Grundsätzlich lässt sich jedoch die Eignung bzw. der Anwendungsbereich des Kontinuumsmodells nicht an einem Wert wie dem genannten Verhältnis zwischen Stein- und Strukturgröße festmachen. Weitere Indikatoren, wie z.B. die Beschreibung lokaler Versagensmechanismen oder der Einfluss von Größeneffekten

(Steingröße, Steinformat), Steinrotationen und Verblockungen, können in Abhängigkeit von der physikalischen Problemstellung eine wichtige Rolle spielen. Bestätigt wird diese Tatsache auch durch die in Kapitel 6.5 durchgeführte Studie zum Schubversagen regelmäßigen Mauerwerks. Häufig ist von vornherein nicht klar, ob sich das Spannungs-Verformungsverhalten und das Versagen der zu untersuchenden Mauerwerkstruktur mit einem verschmierten Makromodell zutreffend beschreiben lassen. Vergleichsrechnungen bzw. schrittweise Modellverfeinerungen sind dann zur Identifikation einer zutreffenden Problembeschreibung erforderlich.

Mit der feinen Vernetzung detaillierter Mikromodelle geht ein entsprechend hoher numerischer Aufwand einher, so dass deren sinnvolle Anwendung auf kleinere Strukturen (z.B. Prüfkörper) beschränkt ist. Besondere Attraktivität können diese Modelle bei der Untersuchung lokaler Versagensmechanismen oder zur Abschätzung von Eingangsparametern für ein Makromodell erlangen, insbesondere dann, wenn eine versuchstechnische Bestimmung nicht möglich ist.

Die weitere experimentelle Absicherung des in komplexen Tragstrukturen auftretenden räumlichen Materialverhaltens von Mauerwerk sowie des anisotropen Ver- und Entfestigungsverhaltens wären lohnende Forschungsaufgaben zur Überprüfung, Präzisierung bzw. Weiterentwicklung der hier verwendeten Idealisierungen.

Häufig sind Mauerwerkkonstruktionen zyklischen Beanspruchungen ausgesetzt. Die Einbeziehung einer steifigkeitsmindernden Schädigungskomponente könnte die in dieser Arbeit vereinbarte Beschränkung auf quasistatische Beanspruchungen aufheben. Erste Beispiele hierfür existieren bei der Materialbeschreibung von Beton mit der dort verwendeten elastoplastischen Kontinuumsschädigungstheorie. Interessant wäre die Frage nach einer Übertragbarkeit derartiger Ansätze auf die Simulation von Mauerwerk, deren Beantwortung neben der numerischen Umsetzung auch einer entsprechenden experimentellen Untersuchung bedarf.

Literaturverzeichnis

- [1] Al Bosta, S.: Risse im Mauerwerk. Verformungen infolge von Temperatur und Schwinden. Baupraktische Beispiele. Werner Verlag, 2. Auflage (1999)
- [2] Alfes, C.: Bruchmechanisches Werkstoffverhalten von Sandstein unter Zugbeanspruchung. Dissertation, Aachen (1992)
- [3] Alshebani, M.M.; Sinha, S.N.: Stress-strain characteristics of brick masonry under cyclic biaxial compression. Journal of Structural Engineering, Vol. 126, No. 9, S.1004-1007 (2000)
- [4] Atkinson, R.H.; Noland, J.L.; Abrams, D.P.: A deformation failure capacity theory for stack-bond brick masonry prism. Proc. 7th IBMaC, Melbourne, S. 577-592 (1985)
- [5] Auberg, R.: Materialuntersuchungen zu den Natursteinmauerwerkstützen des Berliner Olympiastadions. WISSBAU GmbH (2003), unveröffentlicht
- [6] Backes H.P.: Zum Verhalten von Mauerwerk bei Zugbeanspruchung in Richtung der Lagerfugen, RWTH Aachen, Dissertation (1985)
- [7] Badur, J.; Stumpf, H.: On the influence of E. and F. Cosserat on modern continuum mechanics and field theory. Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, Mitteilungen Nr. 72 (1989)
- [8] Bargmann, H.: Historische Bautabellen: Normen und Konstruktionshinweise 1870 bis 1960. 3. Auflage, Werner-Verlag (2001)
- [9] Barth, M.; Marti, P.: Versuche an knirsch vermauertem Backsteinmauerwerk. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, IKB Bericht Nr. 230, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart (1997)
- [10] Bathe, K.; Walczak, J.; Welch, A.; Mistry, N.: Nonlinear Analysis of Concrete Structures. Computers & Structures, 32, 3/4, S. 563-590 (1989)
- [11] Bathe, K.-J.: Finite-Elemente-Methoden. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo (1986)
- [12] Bathe, K.-J.; Ramaswamy, S.: On Three-Dimensional Nonlinear Analysis of Concrete Structures. Nuclear Engineering and Design, 52, S. 385-409 (1979)
- [13] Bažant, Z.P.; Oh, B.H.: Crack band theory for fracture of concrete. Materials and Structures, RILEM, 93 (16), S. 155-177

- [14] Bažant, Z.P.; Planas, J.: Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasi-brittle Materials. New Directions in Civil Engineering. CRC Press, Boca Raton, Boston, London, New York (1998)
- [15] Berndt, E.: Erfahrungen und Erkenntnisse zum Tragverhalten und zur Sanierung von historischem und modernem Mauerwerk. Tagungsband Brandenburgischer Bauingenieurtag, S.1-24 (2002)
- [16] Berndt, E.: Zur Druck- und Schubfestigkeit von Mauerwerk – experimentell nachgewiesen an Strukturen aus Elbsandstein. Bautechnik 73, S. 222-234 (1996)
- [17] Berndt, E.; Schöne, I.: Bemessungsvorschlag für Mauerwerk aus Elbsandstein auf der Grundlage experimentell ermittelter Tragfähigkeiten. SFB 315 Jahrbuch (1992) S.41-60
- [18] Beyer, P.: Göltzschtal- und Elstertalbrücke als Ziegelbauten. Ziegelindustrie International 5 (1996), S. 301-308
- [19] Bierwirth, H.: Dreiachsige Druckversuche an Mörtelproben aus Lagerfugen von Mauerwerk. Technische Universität München, Dissertation (1995)
- [20] Binda L. , Fontana A. , Frigerio G.: Mechanical behaviour of brick masonries derived from unit and mortar characteristics, Proc. 8th Int. Brick and Block Masonry Conference, Dublin, S. 205 – 216 (1988)
- [21] Bosiljkov, V.; Zarnic, R.; Kralj, B.; Pande, G.N.: Experimentally-based computational modelling of masonry. Proc 4th Int. Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, Florence, S. 103-110 (1997)
- [22] Bothe, E.; Henning, J.; Curbach, M.; Proske, D.; Bösche, T.: Nichtlineare Berechnung alter Bogenbrücken auf der Grundlage der neuen Vorschriften. Beton- und Stahlbetonbau 99, Heft 4 (2004)
- [23] Chen, W.F.: Constitutive Equations for Engineering Materials. Vol. 2 Plasticity and Modeling. Elsevier Amsterdam - London - New York - Tokyo, (1994)
- [24] Cundall, P.A.: A Computer Model for Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Rock Systems. Proc. Symp. of the Int. Society of Rock Mechanics. Nancy, France, Vol. 1, Paper No. II-8 (1971)
- [25] Cundall, P.A.; Hart, R.D.: Numerical Modelling of Discontinua; Engineering Computations, Vol.9, S. 101-113 (1992)

- [26] Dai, C.; Mühlhaus, H.-B.; Meek, J.; Duncan Fama, M.: Modelling of blocky rock masses using the Cosserat method. *Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 33, S. 425-432 (1996)
- [27] Dhanasekar M., Page A.W., Kleeman P.W.: The failure of brick masonry under biaxial stresses. *Proc. of the Institution of Civil Engineers, Part 2*, 79, S.295-313 (1985)
- [28] Dialer, C.: Modellierung von Mauerwerk mittels Distinkter Elemente. Berlin: Ernst & Sohn. *Mauerwerk-Kalender*, S.621-626 (1993)
- [29] Dialer, C.: Bruch- und Verformungsverhalten von schubbeanspruchten Mauerwerksscheiben, zweiachsige Versuche an verkleinertem Modellmauerwerk. TU München, Dissertation (1990)
- [30] Drucker, D.C.: A more fundamental approach to plastic stress-strain relations. *Proc. 1st US-Nat. Congr. Appl. Mechanics*, S. 487-491 (1951)
- [31] Egermann R.: Tragverhalten mehrschaliger Mauerwerkskonstruktionen. Dissertation, Universität Karlsruhe. (1994)
- [32] Eibl, J.: Nichtlineare Traglastermittlung / Bemessung. *Beton- und Stahlbetonbau* 87, H. 6, S. 137-139 (1992)
- [33] Fischer, P.; Epstein, B.; Proff, R.: Richtungseffekte bei stranggepreßter Tonkeramik. *Ziegelindustrie International* 9, S. 488-495 (1986)
- [34] Franke, L.; Deckelmann, G.; Goretzki, W.: Einfluß der Steubreiten von Stein- und Mörtelqualität bei der Festigkeitsbestimmung von bestehendem Mauerwerk, insbesondere bei historischen Bauten. IRB Verlag T 2602 (1993)
- [35] Franke, L.; Goretzky, W.: Nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Mörtel in Mauerwerk unter Verwendung eines modifizierten multilinear elasticity-Ansatzes. *Tagungsband 13. CAD-FEM User's Meeting, Bad Wildungen* (1995)
- [36] Ganz H.R., Thürlimann B.: Versuche an Mauerwerksscheiben unter Normalkraft und Querkraft, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr.7502-4, Birkhäuser-Verlag, Basel (1984)
- [37] Ganz H.R., Thürlimann B.: Versuche über die Festigkeit von zweiachsig beanspruchtem Mauerwerk, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr. 7502-3, Birkhäuser -Verlag, Basel (1982)

- [38] Ganz, H.R.: Mauerwerkscheiben unter Normalkraft und Schub. ETH Zürich, Institut für Baustatik und Konstruktion. Birkhäuser Verlag, Basel (1985)
- [39] Gavarini, C.; Mollaioli, F.; Valente, G.: Comparison of numerical prediction with tests for brick masonry. Proc. 3th Int. Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, Lisbon, S. 137-146 (1995)
- [40] Glitza, H.: Druckbeanspruchung parallel zur Lagerfuge. Berlin: Ernst & Sohn. Mauerwerk-Kalender, S.621-626 (1993)
- [41] Graubner, C.-A.; Glock, C.; Jäger, W.; Pflücke, T.: T.:Knicksicherheit von Mauerwerk. Berlin: Ernst & Sohn. Mauerwerk-Kalender, S. 381-441 (2002)
- [42] Guggisberg, R.; Thürlimann, B.: Versuche zur Festlegung der Rechenwerte von Mauerwerksfestigkeiten. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht N. 7502-5, Birkenhäuser Verlag, Basel (1987)
- [43] Hallquist, J.: LS-DYNA3D Theorie Manual Rev. 2, User's Manual, Livermore Software, 2876 Waverly Way, Livermore, CA 94550 USA (1991)
- [44] Handel, E.: Multilaminare Materialmodelle in der Bodenmechanik - praxisgerechte Finite-Element-Implementierung. Technische Universität Graz, Dissertation (1993)
- [45] Hilsdorf, H.: Untersuchungen über die Grundlagen der Mauerwerksfestigkeit. Materialprüfungsamt für das Bauwesen der Technischen Hochschule München, Bericht Nr. 40 (1965)
- [46] Hintze, D.: Zur Beschreibung des physikalisch nichtlinearen Betonverhaltens bei mehrachsigem Spannungszustand mit Hilfe differentieller Stoffgesetze unter Anwendung der Methode der finiten Elemente. Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar, Dissertation (1986)
- [47] Hirsch, R.: Einfluß des Verbandes (Läufer-, Binderverband; Einstein-, Verbandsmauerwerk) auf die Mauerwerksdruckfestigkeit. Hannover, Forschungsbericht IRB-T2570 (1993)
- [48] Hughes, T.G.; Davies, M.C.R.; Taunton, P.R.: The influence of soil and masonry type on the strength of masonry arch bridges. Proc. Sec. Int. Arch Bridge Conf., A. Sinopoli (Ed.) S. 321-330 (1998)
- [49] Hughes, T.G; Roberts, T.M.; Goutis, G.; Bell, B.: Progressive damage to masonry from cyclic loading. Proc 6th Int. Symposium on Computer Methodes in Structural Masonry, Rom (2003)

- [50] Huster, U.: Tragverhalten von einschaligem Natursteinmauerwerk unter zentrischer Druckbeanspruchung. Universität Gesamthochschule Kassel, Dissertation (2000)
- [51] Jäger, W.; Pflücke, T; Baier, G.: Knicksicherheit von Mauerwerk nach EC 6. TU Dresden, Forschungsbericht T 2988, IRB Verlag, Stuttgart (2002)
- [52] Jagfeld, M.: Tragverhalten und statische Berechnung gemauerter Gewölbe bei großen Auflagerverschiebungen - Untersuchungen mit der Finite-Elemente-Methode. Technische Universität München, Dissertation (2000)
- [53] Kasten, D.: Zur Frage der Homogenität von Mauersteinen. In: Die Ziegelindustrie 35, H. 9, S. 520-524 (1982)
- [54] Khoo, C.L.; Hendry, A.W.: A failure criterion for brickwork in axial compression. The british ceramic research ass., Techn. Note No. 179 (1972)
- [55] Kohl, F.: Beschreibung der Göltzsch- und Elsterthalüberbrückung. Plauen: August Schröter (1854)
- [56] Konietzky, H.: Numerische Simulationen in der Geotechnik mittels expliziter Verfahren. ITASCA Consultants GmbH (2000)
- [57] Kritschig, K.; Kasten, D.: Formfaktoren für die Prüfung von Mauersteinen. Berlin: Ernst & Sohn. Mauerwerk-Kalender, S. 687-703 (1981)
- [58] Kühne, S.: Olympiastadion Berlin - Denkmal mit neuester Technik. Bautechnik 80, Heft 10, S. 741-743 (2003)
- [59] Lemos, J.V.: Assessment of the Ultimate load of a Masonry Arch Using Discrete Elements. Proc. 3th Int. Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, Lisbon, Portugal, S.294-302 (1995)
- [60] Leonhardt, F.: Wiederaufbau der Frauenkirche Dresden, Eine Alternative zur Sicherung des Tragwerkes, Beton- und Stahlbetonbau 91, H. 1, S. 7-12 (1996)
- [61] Lourenco, P. B.; Rots, J.G.: Multisurface interface model for analysis of masonry structures. Journal of engineering mechanics, Vol. 123, S. 660-668 (1997)
- [62] Lourenco, P.B.: Computational strategies for masonry structures. Delft, University of Technology, Dissertation (1996)

- [63] Lourenco, P.B.; Rots, J.G.; Blaauwendraad, J.: Continuum model for masonry: parameter estimation and validation. *Journal of structural engineering*, Vol. 124, 6, S.642-652 (1998)
- [64] Lurati F. , Graf H. , Thürlimann B.: Versuche zur Festlegung der Festigkeitswerte von Zementsteinmauerwerk, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr. 8401-2, Birkhäuser -Verlag, Basel (1990)
- [65] Lurati F. , Thürlimann B.: Versuche an Mauerwerkswänden aus Zementstein, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr. 8401-3, Birkhäuser - Verlag, Basel (1990)
- [66] Magirius, H.: Zur Ikonographie und Ikonologie der Dresdner Frauenkirche. In: *Die Dresdner Frauenkirche*, Jahrbuch 1995, S. 111-130, Verlag Hermann Böhlaus, Weimar (1995)
- [67] B Mann W. , Müller H.: Bruchkriterien, für querkraftbeanspruchtes Mauerwerk und ihre Anwendung auf gemauerte Windscheiben. *Bautechnik*, 50, S. 421 – 425 (1973)
- [68] Mann W. , Müller H.: Nachrechnung der Wandversuche mit einem erweiterten Schubbruchmodell unter Berücksichtigung der Spannungen den Stoßfugen, Anlage 2 zum Forschungsbericht IV/1-5-488/86: Untersuchung zum Tragverhalten von Mauerwerksbauten unter Erdbebeneinwirkung, Darmstadt (1986)
- [69] Mann, W.: Druckfestigkeit von Mauerwerk - Eine statistische Auswertung von Versuchsergebnissen in geschlossener Darstellung mit Hilfe von Potenzfunktionen. Berlin: Ernst & Sohn. *Mauerwerk-Kalender*, S.687-699 (1983)
- [70] Mann, W.: Zum Tragverhalten von Mauerwerk aus Natursteinen. Berlin: Ernst & Sohn. *Mauerwerk-Kalender*, S. 675-685 (1983)
- [71] Mann, W.: Grundlagen für die ingenieurmäßige Bemessung von Mauerwerk nach DIN 1053 Teil 2. Berlin: Ernst & Sohn. *Mauerwerk-Kalender*, S. 21-44 (1995)
- [72] Mann, W.; Betzler, M.: Investigations on the effect of different forms of test samples to test the compressive strength of masonry. *Proc. 10th Int. Brick and Block masonry Conference*, N.G. Shrive and A. Huizer (Eds), Calgary, S. 1305-1313 (1994)

- [73] Mann, W.; Müller, H.: Schubtragfähigkeit von Mauerwerk. Berlin: Ernst & Sohn. Mauerwerk-Kalender, S.35-65 (1978)
- [74] Marzahn, G.: Vorgespanntes Trockenmauerwerk. Universität Leipzig, Dissertation (2000)
- [75] Masiani, R.; Trovalusci, P.: Micropolar and classical non-linear constitutive models for block materials. Proceedings 5th Int. Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, Hughes, T.G.; Pande, G.N. (Eds), Rom, S. 239-246 (2001)
- [76] Mehlhorn, A (Hrsg.): Gemauerte Kuppelbauten und Wiederaufbau der Frauenkirche. Internationales Kolloquium am 18.11.1995, Wiss. Z. Techn. Univers. Dresden 45, Sonderheft (1996)
- [77] Melbourne, C.; Gilbert, M.: Modelling Masonry Arch Bridges. In: Bull. J-W. (Ed): Computational Modelling of Masonry, Brickwork and Blockwork Structures. Saxe-Coburg Publications, Stirling, Scotland 197-220 (2001)
- [78] Meyer, U.; Schubert, P.: Spannungs-Dehnungs-Linien von Mauerwerk. Berlin: Ernst & Sohn, Mauerwerk-Kalender, S.615-622 (1992)
- [79] Middleton, J.; Pande, J., Kralj, B.; Gazzola, F.: Three dimensional finite element analysis of masonry structures using homogenisation: application to arch structures. Proc. 4th Int. Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, Florence, S. 208-219 (1997)
- [80] Mojsilovic, N.: Zum Tragverhalten von kombiniert beanspruchtem Mauerwerk. ETH Zürich, Institut für Baustatik und Konstruktion, Dissertation, Birkhäuser Verlag, Basel (1995)
- [81] Ohler, A.: Zur Berechnung der Druckfestigkeit von Mauerwerk unter Berücksichtigung der mehrachsigen Spannungszustände in Stein und Mörtel. Bautechnik 63, H.5, S.163-168 (1986)
- [82] Oliver, J.: A consistent characteristic length for smeared cracking models. Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, 28, 461-474 (1989)
- [83] Ottosen, N.S.: A Failure Criterion for Concrete. Journal of the Eng. Mech. Div. ASCE. 103, EM4, S. 527-535 (1977)
- [84] Page A.W.: The strength of brick masonry, under biaxial tension-compression. Int. Journal of Masonry Construction, 3 S. 26 – 31 (1983)

- [85] Page A.W.: The biaxial compressive strength of brick masonry, Proc. of the Institution of Civil Engineers, Part 2, 71, S. 893 - 906. (1981)
- [86] Papa, E.: About damage mechanics with particular reference to masonry. Dissertation, Milan, Italy (1990)
- [87] Petersson, P.E.: Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials. Report TVBM-1007, Lund Instit. Of Techn., Sweden (1981)
- [88] Petersson, P.E.: Fracture energie of concrete: practical performance and experimental results. Concrete and concrete research, Vol. 10, S. 91 - 101 (1980)
- [89] Pietruszczak, S.; Niu, X.: A mathematical description of macroscopic behaviour of brick masonry. Int. J. Solids Structures, 29 (5), S. 531-546 (1992)
- [90] Pluijm, R. van der: Non-Linear Behaviour of Masonry under Tension. Heron, Vol. 42, 25-54 (1997)
- [91] Pluijm, R. van der: Material properties of masonry and its components under tension and shear. 6th Canadian Masonry Symposium, S. 675-686 (1992)
- [92] Pluijm, R. van der: Shear behaviour of bed joints. Proc. 6th Noth American Masonry Conference, S. 125-136 (1993)
- [93] Pölling, R.: Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen. Ruhr-Universität Bochum, Dissertation (2000)
- [94] Probst, P.: Ein Beitrag zum Bruchmechanismus von zentrisch gedrücktem Mauerwerk. TU München, Dissertation (1981)
- [95] Reichert, H.: Konstruktiver Mauerwerksbau: Bildkommentar zur DIN 1053. 8. Aufl., Köln: R. Müller (1999)
- [96] Reinisch, D.: Natursteinkunde. Enke Verlag (1991)
- [97] Rots, J.G.: Structural Masonry. An Experimental / Numerical Basis for Practical Design Rules. A.A. Balkema, Rotterdam, Brookfield (1997)
- [98] Rots, J.G.; Blaauwendraad, J.: Crack models for concrete: Discrete or smeared? Fixed, multi-directional or rotating? Heron, Vol. 34 (1989)

- [99] Schäfer, J., Hilsdorf, H.K.: Der Mörtel in historischem Mauerwerk. Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke: Jahrbuch SFB 315, Berlin: Ernst & Sohn, S. 63-73 (1989)
- [100] Schellbach, G.: Der Einfluß der Lochung auf die Belastbarkeit von Mauerwerk aus Hohlziegeln. Die Ziegelindustrie, H. 23/24, S. 506-511 (1970)
- [101] Schellbach, G.: Einfluß des Formates auf die Festigkeit des Ziegels und die Tragfähigkeit der Wand (Formfaktor). Die Ziegelindustrie 32, H. 4, S. 233-242 (1979)
- [102] Schellbach, G.; Ulmeanu, S.: Querschnittsgestaltung von Lochziegeln in ihrer Bedeutung für das Verhalten unter mehrachsigen Spannungszuständen. Die Ziegelindustrien, H.2, S. 50-58; H.3 S.96-105 (1976)
- [103] Schickert, G.: Formfaktoren der Betondruckfestigkeit. Die Bautechnik 2, S. 52-57 (1981)
- [104] Schlegel, R.; Rautenstrauch, K.: Konsistente numerische Umsetzung anisotroper Ver- und Entfestigungsmodelle bei Verwendung mehrflächiger Fließfunktionen. 20. CAD-FEM USER'S MEETING, Friedrichshafen, Vol.1, Paper 1.5.4 (2002)
- [105] Schlegel, R.; Rautenstrauch, K.: Konsistente numerische Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens von historischem Mauerwerk. Das Mauerwerk, Heft 6, S. 202-209 (2001)
- [106] Schlegel, R.; Rautenstrauch, K.; Zrost, H.: Dreidimensionale Berechnung ein- und mehrschaliger Mauerwerkstrukturen unter Einbeziehung des anisotropen Riss- und Entfestigungsverhaltens. Das Mauerwerk (2003) Heft 1, S. 2-10 (2003)
- [107] Schlegel, R.; Will, J.; Fischer, D.; Rautenstrauch, K.: Tragfähigkeitsbewertung gemauerter Brückenbauwerke mit modernen Berechnungsmethoden am Beispiel der Göltzschtalbrücke. Bautechnik 80 Heft 1, S.15-23 (2003)
- [108] Schlegel, R.; Will, J.; Popp, J.; Rautenstrauch, K.: Neue Wege zur realistischen Standsicherheitsbewertung gemauerter Brückenviadukte und Gewölbe unter Berücksichtigung der Normung mit ANSYS. 21. CAD-FEM USER'S MEETING, Potsdam, Vol. 1, 1.4.4 (2003)
- [109] Schubert, P.: Eigenschaftswerte von Mauerwerk, Mauersteinen und Mauermörtel. Berlin: Ernst & Sohn. Mauerwerk-Kalender, S.5-22 (2000)

- [110] Schubert, P.: Auswertung der verfügbaren Untersuchungsergebnisse zur Biegezugfestigkeit von Mauerwerk. Forschungsbericht T 2789, IRB (1998)
- [111] Schubert, P.: Prüfverfahren für Mauerwerk, Mauersteine und Mauermörtel. Berlin: Ernst & Sohn. Mauerwerk-Kalender 16, S. 685-697 (1991)
- [112] Schubert, P.: The influence of mortar on the strength of masonry . Proc. 8th Int. Brick and Block Masonry Conference, Elsevier Applied Science, London, S. 162-164 (1988)
- [113] Schubert, P.: Zur Festigkeit des Mörtels im Mauerwerk; Prüfung, Beurteilung. Berlin: Ernst & Sohn, Mauerwerk-Kalender, S. 459-471 (1988)
- [114] Schubert, P.: Experimentelle Ermittlung von Mauerwerkeigenschaften. Das Mauerwerk 5, S. 176-184 (2003)
- [115] Schubert, P.; Berndt, E.; Bohne, D.: Theoretische und praktische Untersuchungen zur rechnerischen Bestimmung der Druckfestigkeit von Mauerwerk. RWTH Aachen, Institut für Bauforschung, Forschungsbericht Nr. F 628 (2000)
- [116] Schubert, P.; Glitza, H.: Festigkeits- und Verformungskennwerte von Mauersteinen und Mauermörtel. Bautechnik 56, Heft 10, S. 332-341 (1979)
- [117] Schubert, P.; Hoffmann, G.: Druckfestigkeit von Mauerwerk parallel zu den Lagerfugen. Aachen, Forschungsbericht IRB-F2235 (1993)
- [118] Schulenberg, W.: Theoretische Untersuchungen von zentrisch gedrücktem Mauerwerk aus künstlichen Steinen unter besonderer Berücksichtigung der Qualität der Lagerfugen. TH Darmstadt, Dissertation (1982)
- [119] Seim, W.: Numerische Modellierung des anisotropen Versagens zweiachsig beanspruchter Mauerwerksscheiben. Institut für Tragkonstruktionen, Universität Karlsruhe, Heft 27, Dissertation (1995)
- [120] Siegel, C.: Kuppelbau - Bautechnische Aspekte des Wiederaufbaus der Dresdner Frauenkirche. Deutsche Bauzeitung 11, Stuttgart 125, S. 72-79 (1991)
- [121] Simo J. C. , Kennedy J. G. , Govindjee S.: Non-smooth multisurface plasticity and viscoplasticity. Loading/unloading conditions and numerical algorithms. Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, 26, S. 2161 - 2185 (1988)

- [122] Simo J.C. , Taylor R.L.: Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity. *Computer Meth. in Applied Mechanics and Engineering* 48, S. 101-118 (1985)
- [123] Simo, J.C.; Ortiz, M.: An analysis of new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 23, S.353-366 (1986)
- [124] Stavrakakis, E.J.; Ignatakis, C.E.; Penelis, G.G.: The compressive strength of masonry. A parametric study using a special finite element model. *Proc. 2nd Int. Symposium on Computer Methods in Structural Masonry*, Swansea, S. 100-109 (1993)
- [125] Stiglat, K.: Zur Tragfähigkeit von Mauerwerk aus Sandstein, *Bautechnik* 61, Heft 2/3, S. 51-59 und S. 94-100 (1984)
- [126] Vermeer, P.A.; de Borst; R.: Non-Associated Plasticity for Soils, Concrete and Rock, *Heron*, Vol.29, Nr.3 (1984)
- [127] Vratsanou V.: Das nichtlineare Verhalten unbewehrter Mauerwerksscheiben unter Erdbebenbeanspruchung - Hilfsmittel zur Bestimmung der q – Faktoren. Universität Karlsruhe, Dissertation (1992)
- [128] Wang, E.Z.; Shrive, N.G.: Numerical simulation of initial cracking process in a masonry prism in a compression test. *Proc. 2nd Int. Symposium on Computer Methods in Structural Masonry*, Swansea, S. 27-37 (1993)
- [129] Warnecke, P.: Tragverhalten und Konsolidierung von historischem Natursteinmauerwerk. Fachbereich für Bauingenieur- und Vermessungswesen, TU Braunschweig, Dissertation (1995)
- [130] Weihe, S.: Modelle der fiktiven Rissbildung zur Berechnung der Initiierung und Ausbreitung von Rissen. Ein Ansatz zur Klassifizierung. Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, Dissertation (1995)
- [131] Will, J.: Beitrag zur Standsicherheitsberechnung im geklüfteten Fels in der Kontinuums- und Diskontinuumsmechanik unter Verwendung impliziter und expliziter Berechnungsstrategien. Institut für Strukturmechanik, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation (1999)
- [132] Wittke, W.: *Felsmechanik. Grundlagen für wirtschaftliches Bauen im Fels.* Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo (1984)

- [133] Zienkiewicz, O.C.: Methode der finiten Elemente. VEB Fachbuchverlag Leipzig (1987)
- [134] Zienkiewicz, O.C.; Pande, G.N.: Time-dependent multilaminate model of rocks - a numerical study of deformation and failure of rock masses. Int. Journal of Num. and Anal. Methods in Geomechanics, Vol. 1, S. 219-247 (1977)
- [135] ANSYS User's Manual, Rev. 7.0, Vol. 1-4, ANSYS INC. Houston, PA (2002)
- [136] 3DEC User's Manual Vers. 3.0, ITASCA Consulting Group Inc., Vol. Theory and Background (2003)
- [137] UDEC User's Manual Vers. 3.1, ITASCA Consulting Group Inc., Vol.1-3 (2000)
- [138] DIN 105 Mauerziegel, Teil 1 - 5, Ausgabe (8/1989) Beuth-Verlag, Normenausschuss für Bauwesen
- [139] DIN 1053 Mauerwerk, Teil 1: Berechnung und Ausführung und Teil 2: Mauerwerksfestigkeitsklassen aufgrund von Eignungsprüfungen, Ausgabe (11/1996) Beuth-Verlag, Normenausschuss für Bauwesen
- [140] DIN 18554 Prüfung von Mauerwerk, Teil 1: Ermittlung der Druckfestigkeit und des E-Moduls. Ausgabe (12/1985), Beuth-Verlag, Normenausschuss für Bauwesen
- [141] DS 804 Vorschrift für Eisenbahnbrücken und sonstige Ingenieurbauwerke. (2000)
- [142] DS 805 Bestehende Eisenbahnbrücken. Bewertung der Tragsicherheit und konstruktive Hinweise. (1991)
- [143] Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Beuth-Verlag (1992)
- [144] UIC-Kodex 778-3 E: Empfehlungen für die Bewertung des Tragvermögens bestehender Gewölbebrücken aus Mauerwerk und Beton. Internationaler Eisenbahnverband (1995)

Bildnachweis

Bild 7.15 Foto Postkarte, Luftaufnahme / Kittel, Verlag Bild und Heimat, Reichenbach

Bild 7.27a Aufnahme Specht Kalleja + Partner GmbH, Berlin